

## 호장증분법을 이용한 선체판의 최종강도에 관한 연구

### A Study on the Ultimate Strength of a Ship's Plate in used Arc-Length Method

고재용\*                      박주신\*\*  
Ko, Jae-Yong                Park, Joo-Shin

---

#### ABSTRACT

Recently, the buckling is easy to happen a thin plate and High Tensile Steel is used at the structure so that it is wide. Especially, the buckling is becoming important design criteria in the ship structure to use especially the High Tensile Steel. Consequently, it is important that we grasp the conduct after the buckling behaviour accurately at the stability of the body of ship structure.

In this study, examined closely about conduct and secondary buckling after initial buckling of thin plate structure which receive compressive load according to various kinds aspect ratio under simply supported condition that make by buckling formula in each payment in advance rule to place which is representative construction of hull. Analysis method is F.E.M by ANSYS and complicated nonlinear behaviour to analyze such as secondary buckling.

---

#### 1. 서론

선체구조물은 대표적인 상자형 박판구조물로서 기본적으로 판, 보강판 그리고 거더 등의 구조부재로 구성되어 있다. 이 중에서 선체판 요소는 선박의 구조에서 중요한 부분 중의 일부분이다. 일반적인 판에서는 절단, 용접등의 열가공에 의해 초기결합이 처음부터 잔류응력이나 초기처짐과 같이 존재하게 된다. 초기결합의 존재여부와 초기결합의 파형에 따라 판의 비선형거동에 상당한 영향력을 미치게 된다. 선체와 같은 판구조물을 경제적이고 신뢰성 있게 해석하고 설계하기 위해서는 구조물을 구성하는 판부재에 대한 비선형거동을 상세하게 해석할 필요가 있다. 지금까지 이에 관한 연구로서는 선체 판부재의 좌굴강도 및 최종강도에 관하여 수많은 연구[1-4]가 수행되어 왔지만 아직까지도 정확하게 밝혀져 있지 않다고 사료된다. 특히, 면내 압축하중을 받는 박판이 초기좌굴을 지난 후 갑작스런 Snap-through 현상들이 좋은 예라고 할 수가 있다. 그중에 하나로서는 면내 압축하중을 받는 박판이 초기좌굴을 하면 하중의 증가와 함께 초기좌굴모드의 처짐파형이 성장한다. 이 처짐파형이 하중증가와 함께 언제까지나 성장하는 것은 아니고 이윽고 Snap-through 가 발생하여 초기좌굴파형으로 부터 다른 안정파형으로 변한다. 즉, 이것을 2차좌굴이라고 부른다[5].

---

\* 정회원 목포해양대학교 해양시스템공학부 부교수

\*\* 목포해양대학교 해양시스템공학부 대학원

그러나, 지금까지 2차좌굴을 동반하는 선체판부재의 탄소성대변형 거동에 관한 연구는 아직까지는 미흡한 실정이다. 이상과 같은 관점에서 본 논문은 고장력장을 선체구조에 폭넓게 사용하기 위하여 선체구조설계 단계에서 선체판부재의 2차좌굴거동을 정확히 파악하기 위하여 호장증분법을 적용하여 선체구조설계 단계에서 중요한 자료를 제공하고 선박에 있어서 고장력장을 좀더 효율적으로 사용할 수 있도록 하기 위함이다.

## 2. 수치 계산이론 및 해석 모델링

### 2.1 수치계산이론

면내압축하중을 받는 판이 나타내는 2차좌굴 거동에 있어서 통상의 하중형증분법과 변위형증분법으로는 평형거동을 추적할 수 없으므로 호장증분법(Arc Length Method)을 적용한다[7]. 호장증분법에서는 증분파라메타로서 하중-치짐곡선의 호장을 증분시킨다. 그러므로 Fig.1에 나타낸 바와 같이 각 증분단계의 반복,수렴의 제 1단계에서는 전 단계의 결과와 같은 방향으로 하중증분 및 치짐증분을 가 정한다. 이후의 반복,수렴과정에서는 수렴계산의 전 단계의 호장방향과 직각방향으로 해를 탐색한다. 이 같은 수렴계산을 불평형력(Q)가 충분히 적을 때까지 반복한다. 본 계산에 의하면 극한점에서도 연속적인 경로에 있는 한 수렴조작이 가능하다. 구체적인 계산법을 다음과 같이 나타낸다.

증분단계 수를 아래첨자  $i$  로 또 각 증분 단계에 의한 수렴계산 단계  $i$  를 해석한 경우를 생각한다. 증분해의 계산법은 다음 두 단계로 나눈다.

### 2.2 호장증분과정

단계  $i-1$ 에 있어서

$$[K]\{\Delta A\} - \Delta\sigma(R) = \{Q\} \quad (1)$$

$$[K(A_{i-1})]\{\Delta A_i^0\} - \Delta\sigma_i^0\{R(A_{i-1})\} = \{Q_{i-1}\} \quad (2)$$

또 호장방정식은 다음 식으로 주어진다.

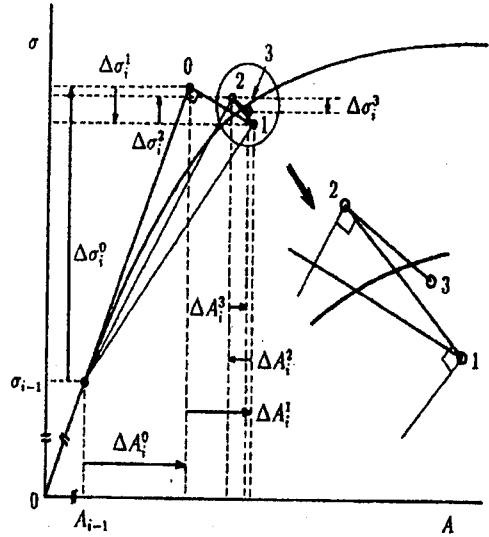


Fig.1 Arc-length approach with full newton-raphson method

$$\|\Delta A\|^2 + (\Delta\delta_i^0)^2 = r_i^2 \quad (3)$$

여기서,  $r_i$  는 단계  $i$  의 호장증분을 나타낸다. 또 단계  $i$  의 제1호장증분  $\{\Delta A_i^0, \Delta\sigma_i^0\}$  이 전 단계의 증분 단계와 같은 방향으로 생기므로 식(3)을 선형화하면

$$\{\phi_{i-1}\}^T \{\Delta A_i^0\} + \mu_{i-1} \Delta\sigma_i^0 = r_i^2 \quad (4)$$

여기서,

$$\{\phi_{i-1}\} = \frac{r_i}{r_{i-1}} \sum_{m=0}^l \Delta A_{i-1}^m,$$

$$\mu_{i-1} = \frac{r_i}{r_{i-1}} \sum_{m=0}^l \Delta\sigma_{i-1}^m$$

식(2)과 식(4)를 연립시킨 다음 식을 구하면  $\{\Delta A_i^0\}$  와  $\Delta\sigma_i^0$  을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K(A_{i-1}) & -R(A_{i-1}) \\ \phi_{i-1}^T & u_{i-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^0 \\ \Delta \sigma_i^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{i-1} \\ r_i^2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

### 2.3 반복 · 수렴과정

반복 · 수렴과정의 제  $n$  단계의 강성방정식은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & [K(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m] \{\Delta A_i^n\} \\ & - \Delta \sigma_i^n \{R(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m\} = \{Q_i^{n-1}\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $\{Q_i^{n-1}\}$  는 식(1)에서 구해진 불평형력이다.

호장  $r_i$  를 일정하게 하는 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$\left\| \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m + \Delta A_i^n \right\|^2 + \left( \sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m + \Delta \sigma_i^n \right)^2 = r_i^2 \quad (7)$$

윗 식을 선형화하면

$$\left( \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m \right)^T \{\Delta A_i^n\} + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m \Delta \sigma_i^n = 0 \quad (8)$$

식(6)과 식(8)을 연립시켜 다음 식을 구하면 증분량  $\{A_i^n\}$  와  $\Delta \sigma_i^n$  를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m & -R(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m \\ \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m{}^T & \sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^n \\ \Delta \sigma_i^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_i^{n-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

이상의 계산을 불평형력  $\{Q_i\}$  이 충분히 작을 때 까지 반복한다. 선체판의 비선형 탄소성거동을 해석하기 위해서

범용유한요소해석 프로그램[8]인 ANSYS의 탄소성대 변형 유한요소법을 적용하였다. 본 연구에 사용된 유한요소인 4절점을 가진 사각형 요소를 Fig.2에 나타내고 있다.

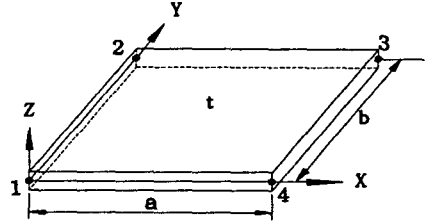


Fig.2 Four-noded rectangular plate element

### 2.4 해석 모델링

본 연구에서는 비선형 유한요소법(ANSYS)을 적용하여 판 종횡비( $a/b$ )가 1.0, 1.4, 2.4, 3.6, 4.4, 5.5 인 사각형 판의 해석에 있어서 용접이나 절단에 의해서 발생하게 되는 초기처짐과형을 지니고 있는 판을 아래 Fig.3에 나타내고 있다. 해석에 사용된 재료의 물성치는 판 폭( $b$ )=1,000 mm, 판 두께( $t$ )=10 mm, 탄성계수( $E$ )= 21,000 kgf/mm<sup>2</sup>, 포아송비( $\nu$ )=0.3, 항복강도= 36 kgf/mm<sup>2</sup> 이다. 본 연구에 사용된 경계 조건은 네변 단순지지조건이며 하중작용은 종방향 압축하중만을 면내방향으로 작용하였으며 네변 모두 직선을 유지한다는 조건을 적용하였다.

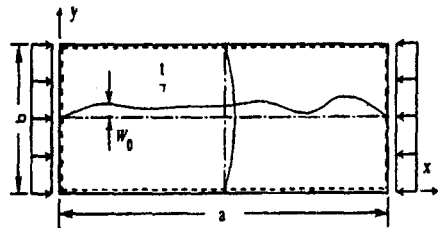


Fig.3 Rectangular plate with initial deflection under thrust

해석에 사용된 초기처짐은 참고문헌[2]에서 인용 하였으며 실제 계측된 처짐과형을 중앙부가 평평하게, 단부가 sin의 1/4파로 되는 전후대칭과형으로 이상화 할

수 있으며 이 처짐형상은 우수파성분이 조금 존재하는 것으로 하중방향으로 비대칭의 초기처짐형상을 갖는다. 본 해석에서는 최대초기처짐량을 판두께의 10%를 적용시켰다. 이 이상파형을 전체초기처짐식에 대입하여 최소자승법 대입하여 최소자승법을 적용하여 이상파형성분을 이상파형성분을 구하고 초기처짐을 다음 식으로 나타낸다.

$$w_o = \sum A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (10)$$

참고문헌[2]에서는 여기에 우수파성분을 더한 이상파형이 제안되고 있다. 본 연구에서는 이, 계수에 최소자승법을 적용하여 초기처짐성분을 판의 중횡비의 함수로서 다음 식으로 근사하였다.

$$A_{0m1} = \alpha_m + \beta_m (a+b) + \gamma_m (a/b)^2 \quad (11)$$

위식의 계수  $\alpha_m$ ,  $\beta_m$  및  $\gamma_m$ 을 Table.1에 나타내었다.

Table 1. Modified components of idealized initial deflection

$A_{0m1}/t$	$\alpha_m$	$\beta_m$	$\gamma_m$
$A_{011}/t$	1.0713	0.0477	-0.0073
$A_{021}/t$	0.0076	-0.0340	0.0037
$A_{031}/t$	-0.0386	0.1703	-0.0187
$A_{041}/t$	-0.0157	0.0146	-0.0007
$A_{051}/t$	-0.1361	0.1089	-0.0091
$A_{061}/t$	0.0017	-0.0008	-0.0007
$A_{071}/t$	-0.0284	0.0092	0.0035
$A_{081}/t$	0.0052	-0.0050	0.0012
$A_{091}/t$	0.0254	-0.0276	0.0067
$A_{101}/t$	-0.0019	0.0017	-0.0005
$A_{111}/t$	0.0210	-0.0213	0.0044

### 3. 수치해석 및 고찰

#### 3.1 정사각형판에서의 탄소성대변형 거동

선체판부재가 면내압축하중하에서 나타내는 비선형

거동은 극한점이나 분기형 특이점 근방을 포함하는 복잡한 탄소성거동을 나타낸다. 그 때문에 하중이나 변위를 단순히 증가시키는 통상의 하중중분형 해석이나 변위중분형 해석에서는 평형경로가 구해질 수 없는 경우가 발생하게된다. 그러므로, 본 연구에서는 호장중분법을 이용하여 이러한 결점을 해결하였다.

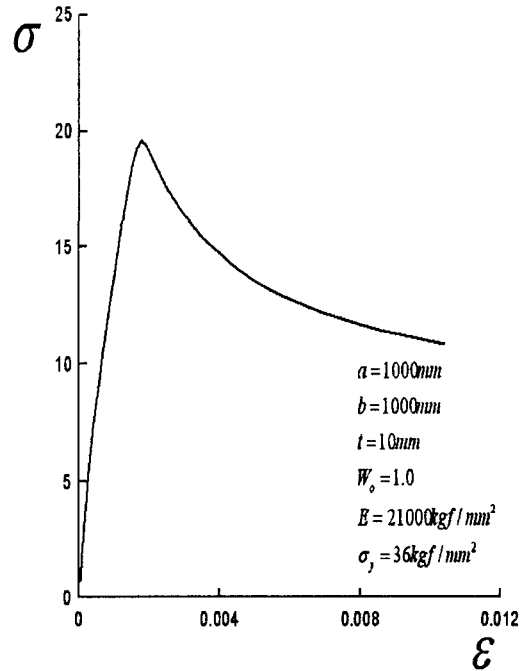


Fig.4 A comparison stress with strain under thrust (a/b=1.0)

Fig.4로 부터 알 수 있는 바와 같이 하중을 증가시키면 초기좌굴을 지나 초기항복점 그리고 최종강도에 이르게 되는 거동을 보이게 된다. 면내압축하중이 작용하는 정사각형판의 탄소성거동에서는 일반적인 판의 탄소성대변형거동을 나타내고 있다. 정사각형판에 있어서는 굳이 호장중분법을 이용하지 않는다 하더라도 변위중분형으로 최종강도 이후의 거동까지도 충분히 구할 수 있음을 나타내고 있다.

#### 3.2 직사각형판에서의 탄소성대변형 거동

중횡비(a/b) 1.4에 대한 거동을 Fig.5에 나타내고 있다.

Fig.5로부터 알 수 있는 바와 같이 항복강도  $36 \text{ kgf/mm}^2$  인 고장력강판의 탄소성거동을 나타내고 있으며 초기 좌굴지점(㉑)에서는 고유모드인 1모드를 유지하던 판에서 최종강도(㉒)지점에서 1모드와 3모드의 불확실한 처짐과형을 보이고 있다. 이것으로부터 알 수 있는 바와같이 초기좌굴모드인 1모드와 2차좌굴모드인 3모드가 서로 중첩하여 진행하고 있음을 알 수 있다. 최종강도가 발생한 이후에는 곧바로 2차좌굴의 영향으로 ㉑지점에서 ㉓지점의 Snap-through현상이 발생하면서 처짐모드가 1모드에서 3모드로 정착하게 됨을 알 수 있다. 또한 이와같은 Snap-through현상에서는 변위형 증분법에서 경로를 추적할 수 없고 오로지 호장증분법만이 추적할 수 있다. 그리고 ㉓지점에서는 계속적으로 3모드를 유지하면서 처짐이 성장하게 됨을 알 수가 있다. 처짐모드의 변화는 2차좌굴로 인하여 발생한 것이며 면내강성변화가 급격하게 진행되므로 이러한 거동에 대하여 선박구조설계 단계에서 신중히 고려되어야 한다. 이로서 2차좌굴은 탄성과 탄소성영역 뿐만 아니라 최종강도 이후의 거동에서도 나타나고 있음을 알 수 있다.

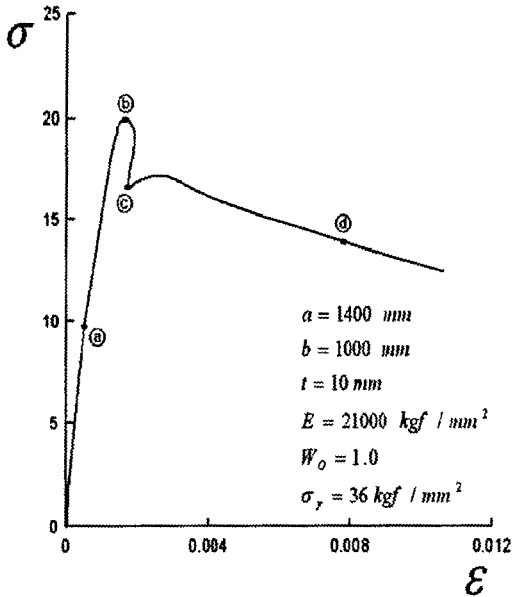


Fig.5 A comparison stress with strain curve under thrust (a/b=1.4)

면내압축하중을 받는 정사각형판의 소성전개는 판 네 모서리분에서 소성이 발생하여 중앙부위로 확장해 가는 형태를 나타내며 판의 정중앙부위에서는 소성이 전개되지 않는다. 이는 하중변에 압축하중이 작용할 때 비하중변에 작용하는 인장력에 기인한 막력의 작용으로 인한 현상이라고 볼 수 있다. 이것이 2차좌굴을 발생시키는 큰 요인이라 할 수 있다.

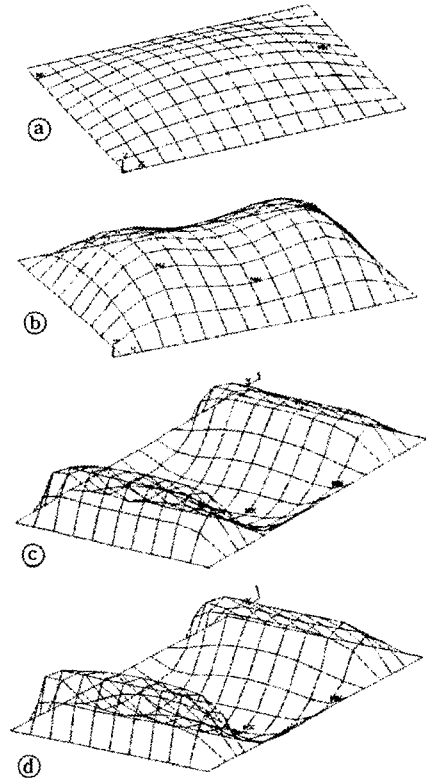


Fig.6 A change of deflection mode under thrust (a/b=1.4)

판종횡비(a/b)=2.4인 부재의 거동을 Fig.7에 나타내고 있다. Fig.7에서 알 수 있는 바와 같이 초기좌굴지점에서 1모드를 나타내다 ㉑-㉓지점의 Snap-through가 발생하면서 3모드로 처짐과형이 변하고 최종강도인 ㉔에서도 3모드를 나타낸다. ㉑지점에서는 같은 처짐모드를 나타내지만 처짐은 더 급격하게 나타난다. 종횡

비가 커지면 커질수록 2차좌굴을 동반한 복잡한 비선형 거동이 진행되고 있으며 이러한 거동은 처짐과형 변화를 동반하면서 선체구조강성에 치명적인 손상을 입히게 된다.

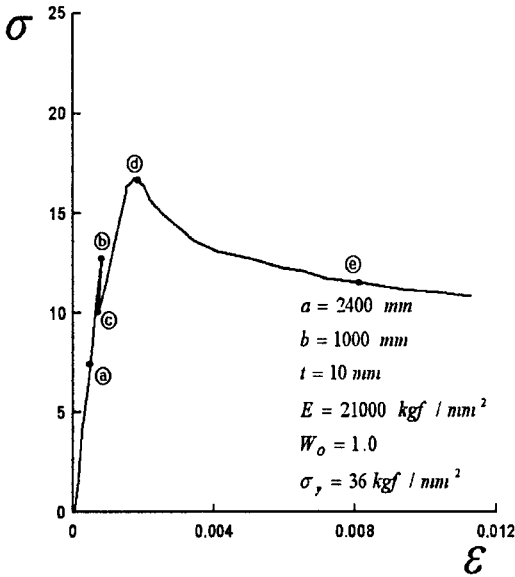


Fig.7 A comparison stress with strain curve under thrust (a/b=2.4)

판중횡비(a/b)=3.6인 부재에 대한 탄소성거동을 Fig.8에 나타내고 있다. Fig.8에서 알 수 있는 바와 같이 2차좌굴이 두 번 발생하게 되면서 (b)→(d)→(f)거동을 거치는 동안 1→3→5의 처짐모드 변화를 보이고 있다. 2차좌굴은 면내강성 변화와 밀접한 관계를 가지고 있으며 이에따라 이 중횡비에서는 최종강도가 타 부재에 비해서 상대적으로 낮게 나타나고 있다. 지금까지의 하중형중분법 해석과 변위형중분법 해석방법으로는 (b)지점까지 밖에 경로추적을 알 수 없었다. 변위형중분법 같은 경우에는 (b)지점까지 추적을 할 수가 있었다고 하여도 호장중분법해석에서는 추적할 수 있는 실재는 (b)→(c)와 같은 Snap-through현상을 나타내는 실제 경로를 해석하기에는 어려움이 있다. 이와같은 재료적인 조건에서는 복잡한 비선형 거동을 보이면서 구조물의 면내강성 변화와 같은 복잡한 거동을 나타내고 있으므로 안정되고 정확한 설계를 하기 위해서는 이러한 거동의 특성을 정확히 설계에 반영하여야 한다.

판중횡비(a/b) 4.4에 대한 거동을 Fig.9에 나타내고 있다. (a)점에서는 초기좌굴강도 근처에서 초기처짐의 영향으로 거의 초기처짐모드가 성장하는 듯한 거동을 보이다가 (b)지점에서 한쪽 모드의 처짐이 갑자기 성장하여 최초의 Snap-through현상이 발생하게 됨을 알 수 있다. (b)지점에서 계속적으로 하중형과 변위형으로 계산한다면 경로추적의 어려움이 있겠지만 호장중분법으로 경로추적을 하기 때문에 쉽게 (c)지점을

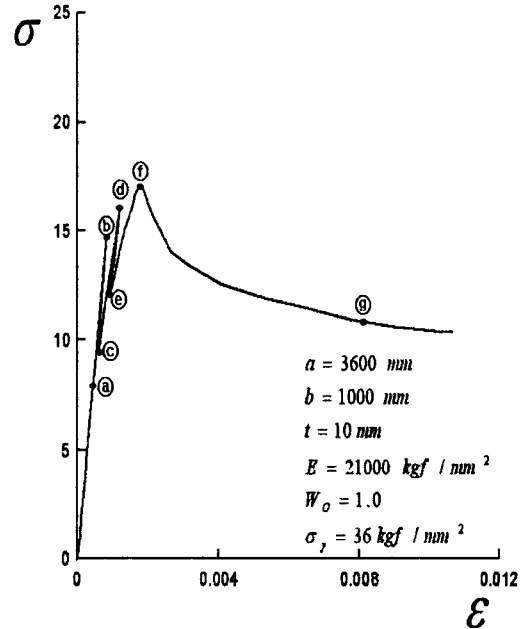


Fig.8 A comparison stress with strain curve under thrust (a/b=3.6)

통과하면서 (d)지점에 도달하게 됨을 알 수 있다. (c)지점과 (d)지점 사이에는 처짐모드가 3모드가 주 성장모드임을 알 수 있다. 따라서 원래의 5모드의 처짐모드를 찾아가기 위하여 다시한번 (d)지점에서 Snap-through현상이 발생하게 됨을 알 수 있다. (d)지점에서 다시한번 (e)지점을 통과하여 비로서 (f)지점에서 고유의 처짐모드인 5모드가 됨으로서 최종적으로 이 모드가 (g)지점까지 성장하게 됨을 알 수 있다. 이 중횡비는 선체에서 주로 사용되는 중횡비로서 고강력 강 재료의 물성치에서는 이러한 2차좌굴을 동반하는 복잡한 비선형거동을 보이고 있음을 알 수 있다.

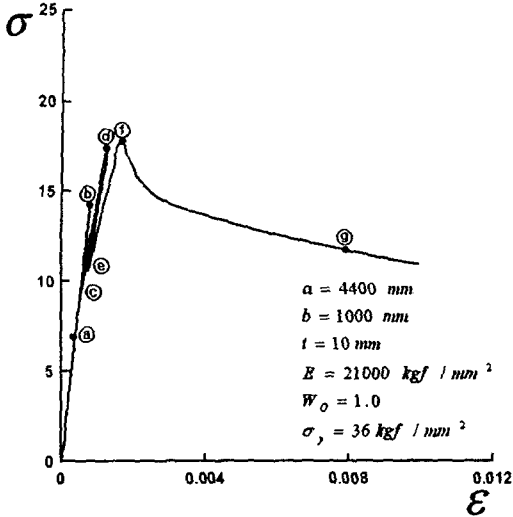


Fig.9 A comparison stress with strain curve under thrust (a/b=4.4)

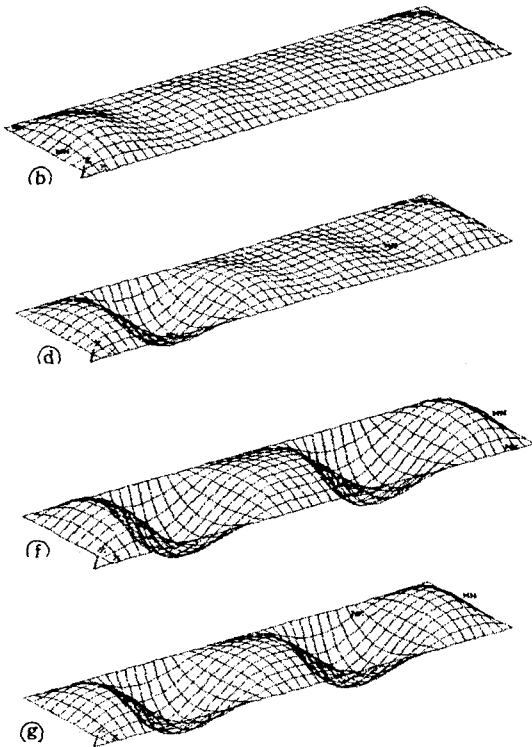


Fig.10 A change of deflection mode under thrust (a/b=4.4)

판중횡비(a/b)가 5.5인 선체판의 탄소성거동을 Fig.11에 나타내고 있다. ㉑지점을 나타내는 초기좌굴지점에는 초기좌굴모드를 보이다가 ㉒지점에서 Snap-through 현상이 나타나고 ㉓지점에서 3모드를 나타내다가 갑자기 ㉔지점에서 두 번째 Snap-through 현상이 발생하여 ㉕지점에 이르러서는 7모드로 발전하여 최종적으로 ㉖지점까지 이 모드로 성장하게 됨을 알 수 있다.

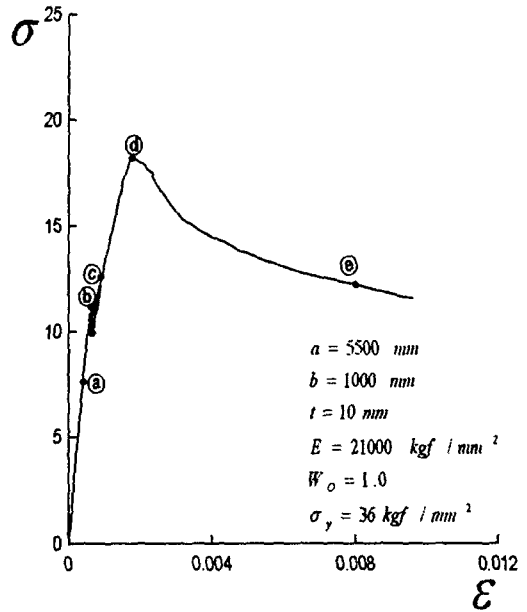


Fig.11 A comparison stress with strain curve under thrust (a/b=5.5)

선체판에서 주로 사용되는 종횡비는 3.2~6.0까지이며 5.5와 같은 경우에는 2차좌굴이 발생하면 Snap-through의 영향으로 선체판부재의 강성변화가 크게 발생하게 된다. 따라서 선체에 주로 사용되는 판중횡비에 관계한 탄소성거동을 좀더 세밀하게 파악하여 선체구조에 안정성을 확보하여야 한다.

## 5. 결론

본 논문에서는 최근 들어 폭 넓게 사용되어지고 있는 고장력강의 효율성을 높여서 설계에 반영하게 하기 위하여 일축 압축하중을 받는 선체판에 대하여 탄소성 대변형 유한요소해석을 실시하여 다음과 같은 결론을

었었다.

- 1) 2차좌굴과 같은 점에서는 하중형중분법과 변위형중분법의 강성매트릭스[K]가 특이(Singular)로 됨으로서 그 근처의 경로를 추적하기 위해서는 호장중분법(Arc-length method)을 적용시켜야만 한다.
- 2) 2차좌굴이 발생하면 초기좌굴모드는 완전히 사라지고 2차좌굴모드가 처짐과형을 지배하게 된다,
- 2) 판종횡비(a/b)가 3.6인 경우 탄성2차좌굴강도가 최종강도보다 낮기 때문에 초기좌굴 후 Snap-through현상과 같은 2차좌굴이 발생한 후 최종강도에 도달하는 거동을 보인다.
- 3) 2차좌굴이 발생하게 되면 초기좌굴에서 발생한 면내강성인 0.5E보다 더 현저하게 감소한다.

### 후기

이 연구는 한국과학재단의 첨단조선공학연구센터의 지원으로 수행되었다.

### 참고문헌

1. Yao, T. and Nikolov, P.I., Stiffness of Plates after Buckling, 關西造船協會誌, 第 215號, pp.137-146, 1991.
2. Yao, T., Nikolov, P.I. and Miyagawa, Y., Influence of Welding Imperfections on Stiffness of Rectangular Plate Under Thrust, Mechanical Effects of Welding IUTAM Symp., (Eds.) Karlsson, L., Limdgren, L.-E. and Jonsson, M., Springer Verlag, pp.261-268, 1992.
3. 백점기, 선체구조의 좌굴, 최종강도에 관한 연구 동향, 한국전산구조공학회지, 제 10권, 제2, 1997.6
4. ANSYS User's manual (5.7 version)
5. Nakamura, T. and Uetani, K. : "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates", Int. J. Mech. SCI., Vol.21. pp.256~286, 1978.
6. 고재용, T. Yao, 백점기 : "면내압축하중을 받는

판의 2차좌굴에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제33권 제3호, pp.66~80, 1996.

7. 고재용, 최익창 : "호장중분법에 의한 판구조물의 2차좌굴거동에 관한 연구", 한국전산공학회지, Vol. 42. No.4, 1998.
8. 고재용: " 에너지법에 의한 선체판의 기하학적 비선형거동에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제36권 제2호, pp.94~104, 1999.