

지진을 받는 단자유도 진동계의 포화 슬라이딩 모드 제어

Saturated Sliding Mode Control of SDOF System under Earthquake Loadings

민 경 원* 이 상 현** 이 영 철*** 이 승 준*** 박 민 규***
Min, Kyung-Won Lee, Sang-Hyun Lee, Young-Cheol Lee, Seung-Jun Park, Min-Kyu

ABSTRACT

Recently, sliding mode control(SMC) method has been investigated for control of building structures under earthquake loadings. SMC keeps responses of a structure in sliding surface while the structure is stable. This control method uses both linear controller and nonlinear controller such as bang-bang controller. This paper presents vibration control of a structure using saturated sliding mode controller, whose maximum control force is limited. The effectiveness of SMC method with controller saturation is investigated based on two performance evaluation criteria: root mean square(RMS) and maximum values of floor drifts and accelerations. Simulation results indicate that SMC method is effective in reduction of displacement and acceleration utilizing the saturated controller's capacity efficiently.

Keywords : Saturated Sliding Mode Control, Linear controller, Bang-bang controller

1. 서 론

고강도 경량재의 발달과 구조해석기법의 발전으로 인하여 건축구조물은 초고층 빌딩이나 장스팬 다리, 심해의 구조물 등과 같은 보다 높고 긴 그리고 보다 큰 유연성을 가진 많은 구조물이 나타나게 되었다. 이러한 대형화된 구조물은 바람이나 지진, 파도 등과 같은 주변의 동적 하중에 매우 민감하다. 따라서 과도한 진동으로부터 구조물의 안정성과 사용성을 저하시키지 않기 위하여 진동을 감소시킬 적절한 고려와 대처가 요구되었다. 진동제어는 부가적인 감쇠장치를 설치함으로써 진동을 감소시키는 효과적인 방법 중의 하나로써 많은 연구자들이 다양한 제어 방법을 연구해 오고 있다. 그 중 지진이나 바람같은 동적 횡하중에 대하여 건물을 설계하거나 기존 건물을 보강하고자 할 때 에너지 소산장치로서 점탄성 감쇠기(Viscoelastic damper), 점성 감쇠기(Viscous damper), 마찰 감쇠기(Friction damper)등의 다양한 수동형 감쇠기와 특정한 제어논리에 따라 제어력을 구조체에 가해주는 능동형 감쇠기를 설치하는 방법이 근래에 많이 연구되어 왔다.⁽¹⁾ 수동제어기는 높은 안정성을 가지며, 능동제어기는 높은 제어효율을 가지는 장점을 가진다. 구조물의 진동을 제어하기 위해 사용하는 능동제어기의 제어알고리즘은 제어 대상구조물의 특성, 제어시스템의 조건, 제어목적에 따라 LQR, LQG, H_2 등의 여러 가지 선형제어와 뱅뱅제어, 슬라이딩 모드제어(Sliding Mode Control, 이하 SMC라 표기함.) 등의 알고리즘 등이 있다.⁽²⁾ 이러한 제어법칙 중 SMC는 구조물이 탄성인 경우에 안정성과 우수한 제어성능을 보일 뿐 아니라, 기존의 능동제어의 가장 큰 문제점 중 하나인 제어기 성능의 한계에 의해 발생하는 제어력 포화현상의 경우에도 안정적인 거동을 보이기 때문에 현재 준능동제어 알고리즘과 능동제어 알고리즘으로 많이 쓰이고 있다.^{(3),(4)} 본 연구에서는 구조물이 안정적인 거동을 보이는 슬라이딩 표면을 정의한 후, 항상 구조물의 응답이 슬라이딩 표면으로 보내지도록 제어력을 산정하는 SMC 이론을 알아보기로 한다. 이를 위해, 슬라이딩 표면으로부터의 거리를 Lyapunov 함수로 설정하고, 이 함수의 시간에 대한 변

* 단국대학교 건축공학과 부교수

** 단국대학교 건축공학과 초빙연구원

*** 단국대학교 건축공학과 석사과정

화율이 항상 음수가 되도록 제어력을 산정하였다. 설계자의 목적 및 제어기의 특성에 따라 구조물의 상태 변수 및 외란에 비례하는 선형제어, 상태변수와 외란의 크기에 상관없이 Lyapunov 함수의 변화율을 음수로 만드는 방향으로 최대제어력을 내는 뱅뱅제어 등의 설계가 가능하다.^{(5),(6)}

연구에 사용된 알고리즘의 유효성을 증명하기 위해서, 단자유도 시스템에 대한 지진해석을 수행하였다. 해석에 사용한 구조물의 질량, 강성, 그리고 점성은 각각 $m=1t$, $k=980kN/m$, $c=1.407kN \cdot s/m$ 이고, 지진하중은 El Centro 하중을 사용하였으며, 제어장치는 능동질량감쇠기(Active Mass Damper)를 사용하였다. 이때의 제어기가 발휘하는 최대제어력 U_{max} 는 다음 식 (1)과 같이

$$U_{max} = \gamma M_l \cdot \max \left\{ \left\{ \ddot{x}_g \right\} \right\} \quad (1)$$

제어기의 성능을 외력에 대한 비율(γ)로 설정하였고, 여기서 M_l 는 구조물 전체의 질량을 나타낸다. 응답제어 효과를 알아보기 위해 다음의 6가지의 성능지수를 비교해 보았다.

$$J_1 = \max \left\{ \frac{\sigma_x}{\sigma_{x_0}} \right\}, \quad J_2 = \max \left\{ \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_{\dot{x}_0}} \right\}, \quad J_3 = \sigma_u \quad (2)$$

$$J_4 = \max \left\{ \frac{|x|}{|x_0|} \right\}, \quad J_5 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{|\dot{x}|}{|\dot{x}_0|} \right\}, \quad J_6 = \max \{ |u| \} \quad (3)$$

여기서 J_1, J_2, J_3 는 각각 비제어시에 대한 제어시의 RMS 변위, RMS 가속도, RMS 제어력을 나타내며, J_4, J_5, J_6 는 각각 비제어시에 대한 제어시의 최대변위, 최대가속도, 최대제어력을 나타낸다. 결국 성능지수가 1보다 크다는 것은 비제어시보다 응답제어 효과가 나쁘다는 것을 의미하며, 성능지수가 0에 가까울수록 응답제어 효과가 탁월함을 의미하게된다.

식 (2)에 사용된 $\sigma_{x_0}, \sigma_{\dot{x}_0}$ 는 비제어시의 변위와 가속도의 RMS값이며, $\sigma_x, \sigma_{\dot{x}}, \sigma_u$ 는 각각 제어시의 변위, 가속도, 제어력의 RMS값이다. 또한 식 (3)에 사용된 x_0, \dot{x}_0 는 비제어시의 변위와 가속도이며 x, \dot{x}, u 는 각각 제어시의 변위와 가속도, 제어력이다.

2. 슬라이딩 모드제어

2.1 구조물의 상태방정식

지진하중을 받는 질량, 감쇠, 강성시스템의 상태운동방정식은 다음과 같다.⁽⁷⁾

$$\dot{z} = Az + Bu + H\ddot{x}_g \quad z = [x \quad \dot{x}]^T \quad (4)$$

여기서, $x, \dot{x}, u, \ddot{x}_g$ 는 각각 구조물의 변위, 속도, 제어력, 지반가속도를 나타내며, 행렬 A, B, H 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}E \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, M, C, K, D, E 는 질량, 점성, 강성, 제어기의 위치, 지진의 영향을 나타내는 행렬이다.

A 행렬은 $2n \times 2n$ 의 시스템 행렬이며, 개루프 시스템의 동적 특성을 결정하고 고유치는 강성과 강성의 특성을 결정한다. B 행렬과 H 행렬은 각각 $2n \times r$ 와 $2n \times r$ 의 위치 행렬로써, 제어기와 외부 여기의 위치를 나타낸다.

2.2 슬라이딩 표면의 설계

슬라이딩 모드 제어는 구조물 응답의 궤적을 슬라이딩 표면으로 보내고, 그 표면에 머무르도록 제어를 설계한다. 슬라이딩 표면에서 구조물은 안정적인 거동을 보이며, 다음과 같이 상태변수의 선형조합으로 정의된다.

$$S = PZ = 0 \quad (6)$$

여기서, S 는 r -벡터이며 r 은 제어기의 숫자를 나타낸다. P 는 슬라이딩 표면에서의 운동이 안정하도록 결정되는 $(rx2n)$ 행렬이다.

P 를 결정하는 방법은 고유값 지정, LQR 등이 있으며, 본 논문에서는 LQR 방법에 의하여 다음 성능지수를 최소화하도록 P 를 결정하였다.

$$J = \int_0^{\infty} Z'(t)QZ(t)dt \quad (7)$$

Q 는 $(2nx2n)$ 가중행렬로 질량, 점성, 강성이 각각 M, C, K 인 단자유도 시스템에서 가중함수를 식(8)과 같이 설정하여 각 설계변수의 영향을 알아본다. Q 를 식(8)과 같이 설정하는 것은 최소로 할 성능지수가 구조물의 에너지인 것을 의미한다.

$$Q = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \quad (8)$$

$\omega = \sqrt{k/m}$ 일 때 슬라이딩 표면은 다음 식과 같다.

$$P = [\omega \quad 1] \quad (9)$$

$$S = \omega x + \dot{x} = 0 \quad (10)$$

2.3 Lyapunov 방법을 이용한 제어기 설계

제어기는 상태변수의 궤적을 슬라이딩 표면으로 유도하도록 설계된다. 이렇게 설계하는 이유는 구조물이 슬라이딩 표면에 있다는 것이 안정적인 거동을 한다는 것을 의미하기 때문이다. 이 목적을 달성하기 위해 Lyapunov 함수를 다음과 같이 설정한다.

$$V = 0.5S'S = 0.5Z'P'PZ \quad (11)$$

상태변수의 궤적 $t \rightarrow \infty$ 일 때, 슬라이딩 표면에 머무르기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$\dot{V} = S'\dot{S} \leq 0 \quad (12)$$

위 식 (12)의 \dot{S} 에 상대방정식을 대입하면 Lyapunov 함수의 변화율 \dot{V} 은 식 (13)과 같고

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S'\dot{S} = S'P\dot{Z} = S'P(AZ + BU + E\ddot{x}_g) \\ &= S'PB[(PB)^{-1}PAZ + (PB)^{-1}PE\ddot{x}_g + U] \\ &= \lambda[U - G] \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, λ 와 G 는 다음이 된다.

$$\lambda = S'PB = Z'P'PB \quad (14)$$

$$G = -[(PB)^{-1}PAZ + (PB)^{-1}PE\ddot{x}_g] \quad (15)$$

식 (14)로부터 λ 는 상태변수에 상수를 곱해 형성되는 1차 선형 공간을 나타냄을 알 수 있다. 제어력이 λ 에 비례하는 형태가 되면 선형제어의 역할을 수행하고 LQR제어와 유사한 제어력을 발생하게 된다.

G 는 지진하중과 구조물의 응답에 의해 발생하는 힘을 표현하며, λ 의 부호와 같은 경우 이 힘은 상태변수의 궤적을 슬라이딩 표면으로 보내고, 다른 경우는 멀어지게 하는 역할을 한다.

2.4 제어력 산정

SMC는 구조물이 안정적인 거동을 정의된 슬라이딩 표면에서 하도록 만드는 제어기법으로 선형제어와 뱅뱅 제어 등의 다양한 제어기 설계가 가능하다.

다음 제어력은 슬라이딩 표면으로 점근적으로 접근하게 만드는 제어기로 구조물에 내재하는 힘과 지진에 의한 관성력의 영향을 없앤 후, 슬라이딩 표면으로 구조물에 보내지도록 하는 역할을 수행한다.

Case 1)

$$U_1 = \begin{cases} -\delta\lambda + \alpha^*G & \text{if } |-\delta\lambda + \alpha^*G| \leq U_{\max} \\ U_{\max} \operatorname{sgn}(-\delta\lambda + \alpha^*G) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

위 식에서 λ 는 힘의 단위가 아니므로, 제어력 산정에 이용하는 경우 상수 δ 를 곱하여 크기를 조절하여야 한다. 따라서 식 (16)에서 사용된 파라미터 δ 와 α^* 의 영향을 알아보기 위하여 δ 를 다음 식 (17)과 같이 구조물에 작용하는 외력에 대한 관계식으로 설정하고, 식 (16)을 3가지 식(18),(19),(20)으로 세분하여 알아보았다.

$$\delta = \delta^* \frac{M_i \cdot \max\{\ddot{x}_g\}}{\sigma_\lambda} \quad (17)$$

위 식에서 δ^* 는 설계자의 의도에 의해 결정지어지는 상수로 본 연구에서는 $0 \leq \delta^* \leq 1$ 의 범위로 설정하였고, σ_λ 는 비제어시의 λ 의 RMS값을 나타낸다. 다음 식(18),(19),(20)에 대해 수치모사를 통해 최적의 파라미터를 산정하였다.

$$U_{1,1} = -\delta\lambda \quad 0 \leq \alpha^* \leq 1 \quad (18)$$

$$U_{1,2} = \alpha^*G \quad 0 \leq \alpha^* \leq 1 \quad (19)$$

$$U_{1,3} = -\delta\lambda + \alpha^*G \quad 0 \leq \alpha^* \leq 1 (\delta^* = \alpha^*) \quad (20)$$

변위응답에 대한 성능지수를 나타내는 그림 1(a)와 (d)을 보면 $U_{1,3}$ 의 성능지수가 가장 작고, $U_{1,1}$ 과 $U_{1,2}$ 의 성능지수는 거의 비슷하나 전체적으로 $U_{1,2}$ 의 성능지수가 조금 더 작다. 가속도응답에 대한 성능지수를 나타내는 그림 1(b)와 (e)를 보면 $U_{1,1}$ 의 응답감소 효과가 가장 작고, $U_{1,2}$ 와 $U_{1,3}$ 는 거의 비슷하다. RMS제어력을 나타내는 그림 1(c)에서 $U_{1,1}$ 의 성능지수가 가장 작고, $U_{1,2}$ 와 $U_{1,3}$ 의 경우 거의 동일한 크기의 제어력을

사용한다. 그러나 그림 1(f)의 최대제어력을 고려할 때, $U_{1,3}$ 의 경우, $U_{1,1}$ 보다 거의 같은 크기의 최대제어력을 사용하는 것을 고려할 때, $U_{1,3}$ 의 제어효율이 가장 좋음을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 U_1 에 관한 식 중에서 $U_{1,3}$ 의 경우만을 고려하기로 한다.

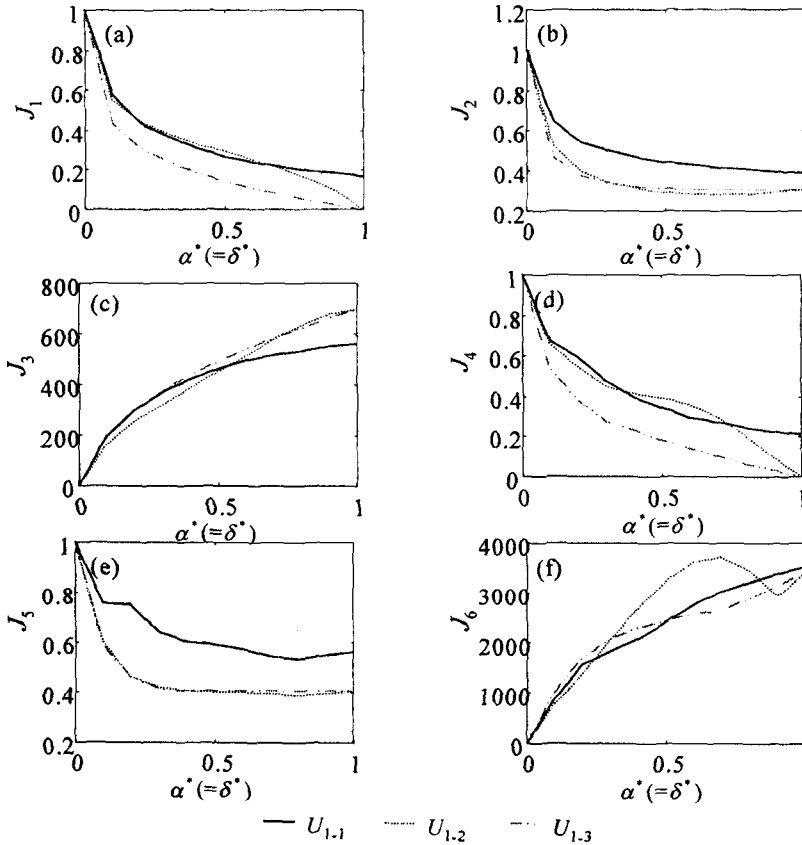


그림 1. α^* 와 δ^* 의 변화에 따른 성능지수

U_1 의 경우 제어력없이도 구조물 스스로 슬라이딩 표면으로 가까이 가도록 하는 G 와 λ 가 같은 방향인 경우에도 제어를 하게 하는 불합리한 점이 있다. 따라서 이러한 점을 개선하기 위해, 다음 U_2 를 사용하여 제어력을 산정한다.

Case 2)

$$U_2 = \begin{cases} 0 & ; \text{if } \lambda G > 0 \\ u_1 & ; \text{if } \lambda G \leq 0 \end{cases} \quad (21)$$

U_2 는 U_1 보다 제한 조건이 늘어나므로 제어가 사용되는 제어력의 양은 적으나, 응답제어 효과는 비슷하다. 또한 다음 식(22)는 λ 와 반대부호의 제어력이 구조물을 슬라이딩 표면으로 보내는 역할을 함을 알 수 있다. 따라서, 제어기의 성능을 가장 많이 사용하고 가장 큰 응답감소를 얻을 수 있는 제어는 항상 λ 와 반대방향으로 최대제어력을 발휘하는 뱅뱅제어라 할 수 있다.

Case 3)

$$U_3 = \begin{cases} -U_{\max}H(|\lambda| - \epsilon_0); & \text{if } \lambda > 0 \\ U_{\max}H(|\lambda| - \epsilon_0); & \text{if } \lambda < 0 \end{cases} \quad (22)$$

여기서 $H(\cdot)$ 는 단위 스텝 함수(step function)로 $|\lambda| > \epsilon_0$ 일 때는 그 값이 1이며, $|\lambda| < \epsilon_0$ 일 때는 0이 된다. 뱅뱅제어는 제어가 크게 요구되지 않는 순간에도 최대제어력이 발휘되며, 제어장치에 따라 제어력 구현에 문제가 발생할 수 있다. 그리고, 채터링(chattering)현상을 막기 위해 항상 λ 의 절대값이 ϵ_0 보다 작은 구간에서는 제어를 하지 않아야 한다.

Case 4)

$$U_4 = \begin{cases} -U_{\max}H(|\lambda| - \epsilon_0); & \text{if } \lambda > 0, G < 0 \\ U_{\max}H(|\lambda| - \epsilon_0); & \text{if } \lambda < 0, G > 0 \\ 0 & ; \text{ otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

위의 식(23)은 식(20)과 같이 제어력없이도 구조물 스스로 슬라이딩 표면으로 가까이 가도록하는 G 와 λ 가 같은 방향인 경우에 효율적인 제어력을 사용하기 위해 식(22)를 개선한 식이다. 식(22)보다 제한 조건이 늘어나므로 제어기의 사용되는 제어력의 양은 적고 비슷한 응답제어효과를 보인다.

3. 수치해석

본 절에서는 그림 2와 같이 1절에 소개된 대상 구조물에 제어기의 성능(γ)을 현실에 맞추어 구조물에 작용하는 외력에 대해서 0%~150%로 조정해가며, 그때의 성능지수를 통해 응답감소 효과를 파악해본다. 채터링 현상을 막기 위하여 ϵ_0 는 비제어시 λ 의 RMS를 구하고 그 값의 10%로 산정하여 해석하였다.

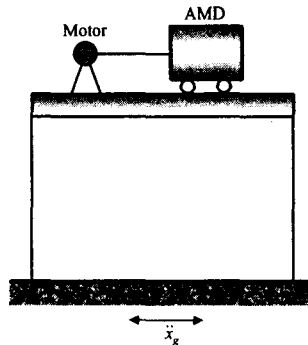


그림 2. AMD가 설치된 구조물

그림 3은 수치해석 결과를 나타낸 것이다. 그림 3(a)에서 RMS 변위응답에 대한 성능지수 J_1 을 보면 제어기의 성능 γ 이 증가할수록 사용할 수 있는 제어력이 커지므로 변위응답이 작아지는 것을 볼 수 있다. 특히 γ 이 1보다 큰 경우, U_1 에 의한 성능지수의 값은 0이 된다. 이는 제어기의 성능의 최대값이 지진력보다 큰 단자유도 시스템의 경우, U_1 에 의해 지진의 영향을 완전히 소거할 수 있음을 보여준다. RMS 가속도응답에 대한 성능지수를 나타내는 그림 3(b)에서는 U_3 , U_4 의 경우 성능지수가 증가하는 경향을 보인다. 이것은 필요 이상의 과도한 제어력이 구조물에 가해졌으며, 이 과도한 제어력이 구조물에 충격을 주어 가속도응답을 증가시켰음을 의미한다. 특히 U_3 와 U_4 의 경우 γ 이 지진력과 비슷한 크기의 제어력을 발휘하게 되면 응답제어 이루어지지 않는 경향을 보이므로 제어력 산정에 각별한 주의가 필요하다. U_3 와 U_4 에 의해 발생한 과도한 제어력은 그림 3(c)의 RMS 제어력을 나타내는 성능지수 J_3 에서 확인할 수 있다. 그림 3(d), (e)의 최대응답을 나

타내는 성능지수 J_1, J_2 의 변화를 살펴보면, 일정한 경향을 보이는 RMS와는 달리 γ 크기에 따라 불규칙한 변화 경향을 보인다. 이는 지진에 의한 구조물의 거동이 비정상과정을 보여준다 할 수 있다. 그림 3(f)에서 U_1 과 U_2 에 의한 J_6 의 값은 U_3 와 U_4 의 값 보다 작다. 이는 U_1 과 U_2 에서는 포화현상이 발생하지 않았음을 의미한다. 또한 γ 의 증가에 따라 J_6 이 더 이상 증가하지 않는 사실로부터 응답의 완전소거를 위한 최대제어력의 크기는 지진력의 크기와 동일하며, 그 이상의 제어기의 성능은 필요없음을 알 수 있다. 그러나 실제 일반적인 제어기가 발휘할 수 있는 최대제어력이 보통 지진력의 30%이내임을 고려할 때, 제어기를 통해 지진을 받는 구조물의 응답의 완전소거를 구현하는 것은 비현실적이라 할 수 있으며, 일반적으로 U_1 과 U_2 도 제어기 포화현상이 발생한다. 이때, 그림 3(a),(b),(d),(e)의 포화된 경우의 감소된 성능지수로부터, 슬라이딩 모드제어에 의해 설계된 제어기는 포화현상이 발생한 경우에도 안정적인 제어특성을 보이며, 제어기의 최대성능을 사용하여 구조물의 응답을 줄이는 역할을 수행함을 알 수 있다.

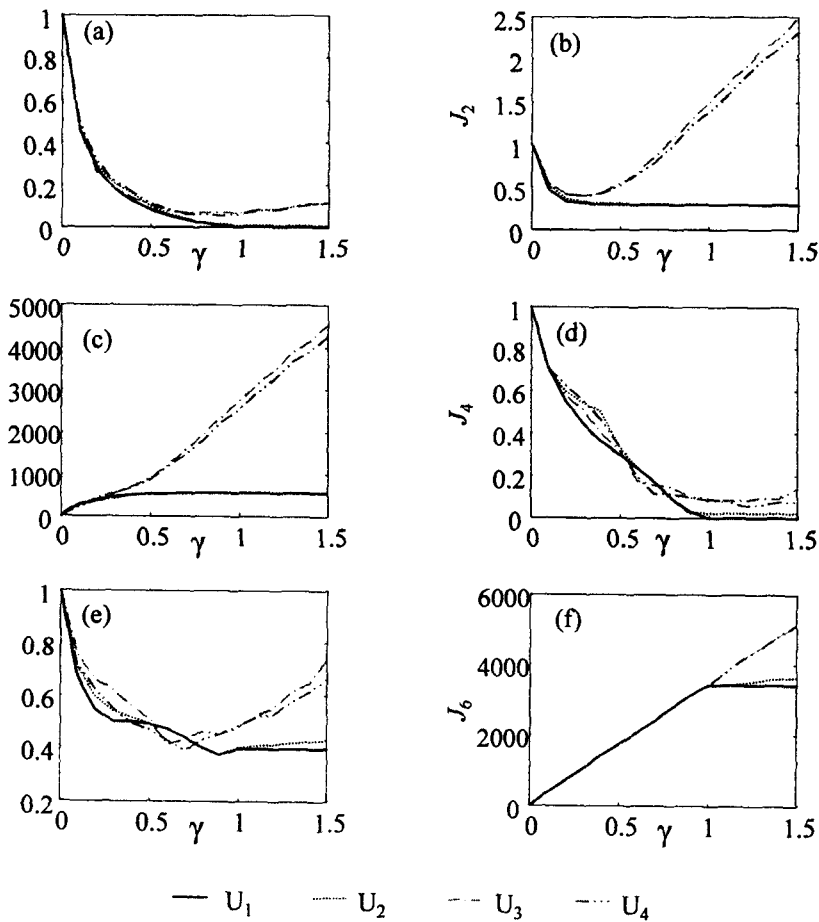


그림 3. 제어기 성능(γ)에 따른 제어식의 응답비교

4. 결론

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어기법을 이용하여 지진하중을 받는 건축구조물에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석 결과, Lyapunov 함수의 변화율이 음수이어야 한다는 조건을 이용하여 선형제어와 뱅뱅제어 두 가지 제어기법으로 설계한 포화 SMC 모두 응답제어 효과를 확인 할 수 있었고, 제어기 성능의 한계에 의해 발생하는 제어력 포화현상이 발생한 경우에도, 안정적인 제어특성을 보이며, 제어기의 최대성능을 사용하여 구조물의 응답을 줄이는 역할을 수행함을 알 수 있었다.

그러나, U_3 이나 U_4 와 같은 뱅뱅제어기법은 과도한 제어력을 산정하게 되어 제어기의 성능이 증가함에 따라 가속도응답 제어에 상당히 취약한 현상을 보이는데, 이를 설계에 고려하는 연구가 필요하다.

감사의 글

이 연구는 우수연구센터인 스마트 사회기반시설 연구센터의 지원으로 수행되었으며, 연구비 지원에 대해서 감사드립니다.

참고 문헌

1. 주석준, “건축구조물의 지진응답의 강인제어에 대한 실험적 연구”, 박사학위논문, 서울대학교, 2000
2. 황재승, “건축구조물의 능동제어에 관한 실험적 연구”, 박사학위논문, 서울대학교, 1998
3. Utkin, V.I., *Sliding Modes in Control Optimization*, Springer-Verlag, New York, 1992
4. Reinhorn, A.M., Nagarajaiah, S., Riley, M.A. and Subramaniam, R., “Hybrid Control of Sliding Isolated Structures”, *Proc. ASCE Structures Congress 1993*, Irvine, CA, pp. 766-771
5. Yang, J.N., Wu, J.C. and Agrawal, A.K., “Sliding Mode Control for seismic-excited linear and nonlinear structures”, *Technical Report NCEER-94-0017*, 1994
6. Slotine JJE and Li W, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall:Englewood Cliffs, NJ, 1991
7. Soong, T.T., *Active Structural Control:Theory and Application*, New York:Longman Scientific and technical, New York