

AMD가 설치된 실험모델에 대한 LQR과 H₂제어기의 설계 및 성능비교

Performance of LQR and H₂ Controller for an Experimentally-Identified Structure with AMD

민 경 원** 이 승 준* 주 석 준*** 김 흥 진**** 박 민 규*
Min, Kyung-Won Lee, Seung-Jun Ju, Suk-Jun Kim, Hongjin Park, Min-Kyu

ABSTRACT

This paper discusses a time domain controller, LQR, and a frequency domain controller, H₂, for optimal control of civil structures under seismic loads. Numerical simulations are performed on a three-story structure with Active Mass Driver (AMD), which is experimentally identified. Control effectiveness of each controller for the suppression of third floor acceleration responses is investigated when the similar maximum control force is used. Simulation results indicate that LQR is effective for acceleration response reduction while H₂ controller is efficient for utilizing control force.

Keywords : LQR, H₂ control, experimental system identification

1. 서 론

제어를 위한 방법에는 크게 시간영역과 주파수 영역에서의 다양한 제어알고리즘이 제시되고 있는데 본 논문에서는 축소 건물모델의 시스템을 추정한 후 이에 적합한 진동 제어기를 설계하여 그 제어 성능을 비교하고자 한다. 이를 위하여 능동질량 감쇠기(Active Mass Damper, AMD)에 시간영역기법의 LQR알고리즘과 주파수 영역기법의 H₂알고리즘을 적용하였으며, 이를 다시 실험모델에 적용하여 진동제어에 대한 성능을 검토하였다.

2. 실험 모델 시스템의 구성

2.1 지진입력 모델

지진 데이터는 El Centro로 정하고 진동대 가진 데이터는 NISEE(National Information Services for Earthquake Engineering, U.C.Berkely, California)에서 제공하는 지진의 속도 데이터를 사용하였으며, 축소 모델임을 감안하여 데이터도 1/3 축소하여 사용하였다.

2.2 건물 모델

건물모형의 동적 특성은 고유주파수 및 감쇠비로 나타낼 수 있는데, 실제 건물의 기본 고유주파수는 대부분 10Hz이내의 저주파수 대역에 속하며 지진하중의 주파수 성분도 이 저주파수 대역의 성분이 주류를 이룬다. 감쇠비는 실제 구조물에 대하여 정확한 측정이 불가능하지만 일반적으로 구조물의 유형과 응력도(stress)의 수

* 단국대학교 건축대학 건축공학과, 석사과정
** 단국대학교 건축대학 건축공학과 부교수, 공학박사
*** (주) 티이솔루션 부장
**** 단국대학교 건축대학 초빙연구원

준에 따라 2~20%의 값을 가정하며 내진 규준은 5%의 감쇠비를 가정하여 사용하고 있다.^[1] 시스템 식별 결과 사진 1과 같은 건물모형의 1차 모드의 고유주파수가 2.80Hz이며 1~1.5%의 감쇠비를 가짐으로써 실제 건물의 동적 특성을 어느 정도 모사해 낸다고 볼 수 있다. 사진1은 건물모형을 보여준다.

2.3. 능동질량 감쇠기 (AMD)

가력으로 사용되는 AMD는 모터에 속도 제어 신호(속도모드로 사용할 경우)를 보내어 이동질량체를 구동함으로써 가속도에 의한 관성력을 발생시키는 장치로, 여러가지 부품으로 구성되며 몇 단계의 전기기계적인 메커니즘을 통하여 작동하기 때문에 동역학을 가지게 된다. 제어기와 구조물의상호작용(control-structure interaction)의 영향을 배제하기 위하여 AMD를 건물모델에서 분리하여 고정된 바닥에 고정시키고 입출력 데이터를 관측기/Kalman 필터 식별에 적용하여 AMD의 시스템 행렬을 추정하고 부록A에 정리하였다.

2.4. AMD가 설치된 건물모델

건물모델은 최종적인 제어의 대상이 되는 시스템이며, 이의 정확한 수학적 모델링은 제어시스템의 안정성과 경제성을 보장하는 중요한 요소가 된다. 제어기 설계를 위하여 제어대상을 3층의 절대가속도로 하고 모델을 그림 1의 AMD가 설치된 단자유도 시스템으로 가정한다. 그림 1에서 m_s, c_s, k_s 는 구조물의 질량, 감쇠, 강성계수를 나타내며 m_d 는 AMD의 이동질량체의 질량을 의미한다. x_s 는 구조물의 지반에 대한 상대변위, x_d 는 AMD 이동질량체의 구조물에 대한 상대변위를 각각 나타낸다. \ddot{x}_g 는 구조물에 외란으로 작용하는 지반 가속도 입력이며 이로 인한 구조물의 응답의 제어는 AMD의 이동질량체의 관성력으로 이루어진다.

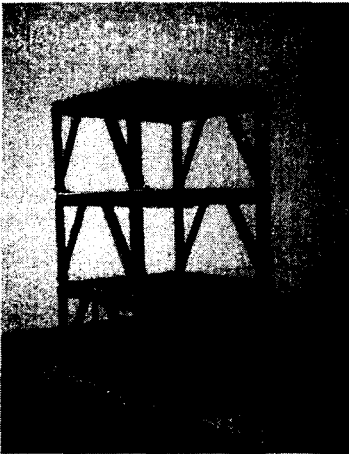


사진 1 3층 건물 축소 모형

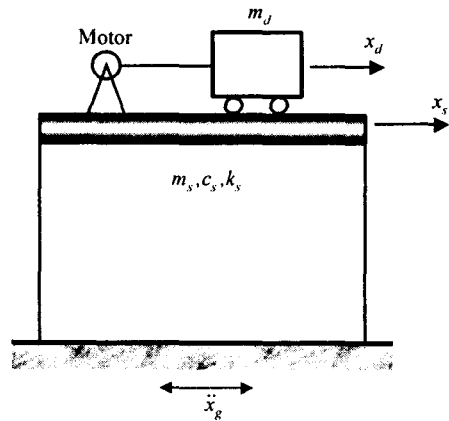


그림1 AMD가 설치된 단자유도 시스템

실제 구조물에 가해지는 관성력과 직접 연관되는 AMD 이동 질량체의 절대가속도는 구조물의 절대가속도를 포함하고 있기 때문에 모터 구동신호를 산정할 때에는 이를 뺀 이동 질량체의 상대가속도를 다시 추정해야 한다. 지반 가속도 입력의 경우 이동질량의 존재여부에 따라 구조물의 질량변화에 따른 수학적 모델의 동적 특성 변화가 있다고 볼 수 있다. 위와 같이 구성된 건물모델에서 입력신호는 진동대의 바닥판의 절대가속도 \ddot{x}_g , AMD 질량의 3층에 대한 상대가속도 \ddot{x}_d 로 설정하고 출력신호는 각 층에 설치된 가속도계의 출력 y 로 하여 다입력 다출력 시스템(MIMO, multi-input multi-output)으로 구성하였으며 이들을 중첩의 원리(principle of superposition)를 적용하여 구하였다. 그러나 이 경우에 모드가 중복되어 나타나 최소구현(minimum realization)이 되지 못하므로, 균형구현(balanced realization)에 바탕한 모델 응축(Model reduction)을 통하여 최종적으로 2개의 입력과 3개의 출력을 가지는 상태방정식으로 구하여 부록A에 정리하

였다.^[2]

3. 가중행렬Q를 이용한 LQR 제어기 설계

3.1 LQR 제어

지반가속도를 받는 건물의 상태방정식은 다음 식(1)과 같다.^[3]

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t) + W_1 \ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

$Z(t)$ 는 $2n$ 상태변수벡터로 각 층의 변위, 속도를 나타내며 초기시간 $t=0$ 에서 $Z(0)=0$ 이라 설정한다. $U(t)$ 는 r 제어벡터(r 은 제어기 갯수)이며 A 는 $2n \times 2n$ 시스템행렬, B 는 제어기위치에 관련된 $2n \times r$ 행렬이며 W_1 는 $2n$ 외력벡터이다. 이 때 LQR제어기는 다음 식(2)과 같은 성능지수를 최적화하는 것이다.

$$J = \int_0^{t_f} [Z^T(t)QZ(t) + U^T(t)RU(t)]dt \quad (2)$$

t_f 는 가력지진시간보다 긴 시간을 의미한다. Q 와 R 은 각각 $2n \times 2n$, $r \times r$ 크기의 행렬로 응답과 제어력의 표준편차에 관한 가중행렬이다. 식 위 (2)의 제약조건을 가지는 성능지수를 최적화하면 제어력 $U(t)$ 를 구할 수 있으며 P 는 리카티 행렬식에서 결정된다.^[4]

$$U(t) = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T P Z(t) \quad (3)$$

제어력 $U(t)$ 는 가중행렬인 Q 와 R 을 통하여 P 를 구한 다음 결정이 된다. 가중행렬은 일반적인 최적 제어 설계에서 우선적으로 필요하지만 제어 설계자들이 경험적 지식에 의존하고 있으며, Q 의 값을 R 의 값에 비하여 크게 할수록 제어가 잘되나 제어력이 커져 실제 제어기의 성능 구현이 어려울 수가 있다는 상호 모순되는 성질을 가지고 있다. 따라서 제어율과 경제성있는 제어력을 구현하기 위하여 적합한 Q 와 R 의 값을 체계적으로 구할 필요가 있다. 따라서 이 논문에서는 구조물의 총에너지를 고려한 Lyapunov 함수를 적용하여, 가중행렬 Q 을 이용하여 LQR제어기를 설계하였다.

3.2 가중행렬 Q 산정

Lyapunov 함수의 변수를 상태변수로 정하면, Lyapunov 함수는 상태변수의 곱의 의미를 가지게 되어 다음과 같이 매시간 구조물의 총 에너지(운동에너지와 위치에너지의 합)를 나타내므로 구조물의 총에너지로 표현되는 가중행렬을 구할 수 있다.

$$V(Z) = Z^T S Z \quad (4)$$

위 식에서 V 는 S 가 양수일 때 항상 0보다 같거나 큰 값을 가지며 시간에 관하여 1차 미분을 행하면 다음 식(5)과 같다.

$$\dot{V} = \dot{Z}^T S Z + Z^T S \dot{Z} \quad (5)$$

LQR인 경우 외란인 지진이 없는 경우 식(3)을 식(1)에 대입하여 얻은 \dot{Z} 의 식을 위 식(5)에 대입하여 정리하면 다음 식(6)과 같다.

$$\dot{V} = Z^T (A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S)Z \quad (6)$$

V 는 구조물의 에너지를 양을 의미하므로 V 의 변화율 즉 \dot{V} 의 값이 0보다 같거나 작을 때에 에너지의 변화는 감소하여 응답이 감소하는 것을 나타낸다. 이러한 조건을 만족하기 위해서는 위 (6)식에서의 중간 항인 괄호 안의 식이 0보다 같거나 작아야 한다. 이러한 조건을 다음과 같이 양수의 행렬 T 와 같다고 하면 리카티 방정식이 된다.

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S = -T \quad (7)$$

위 식(7)은 LQR의 리카티 방정식과 동일한 형태이며 S 를 다음과 같이 선정하였다.

$$S = \Phi \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 K 와 M 은 부록의 A_s 행렬과 총질량으로부터 표 2를 이용하여 오차율 1%미만으로 추정하였고, C 도 마찬가지로 하여 적용하였다. 식(8)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같이 Lyapunov 함수는 구조물의 총 에너지로 표현이 된다. Φ 는 가중요소이며 양수이다.

$$V = \Phi(x^T Kx + \dot{x}^T M\dot{x}) \quad (9)$$

식 (7)에서 좌변의 세 번째 항은 항상 음수를 의미하므로 구조물의 에너지를 감소시키는 역할을 한다. 따라서 그 이외의 항인 $A^T S + SA$ 의 부호를 검토하여야 한다. 식 (8)의 S 를 대입하면 다음과 같이 음수인 부호를 확인할 수가 있다.

$$A^T S + SA = \Phi \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2C \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서 S 를 위와 같이 설정한 식(8)에 대입하여 T 를 구하게 되며 $Q=1/2T$ 에서 Q 를 구하면 가중행렬이 산출되며 Φ 와 R 를 적절하게 조절하여 제어를 설계할 수 있으며 사용된 AMD의 최대제어력(400N)을 감안하여 Q 를 산정하여 부록B에 정리하였다.^[5]

4. H_2 제어기 설계

4.1 전달함수 H 의 2-놈

시간영역에서 설계된 LQR 제어기는 어느 정도 성능을 보장하는 결과를 산출하였으나 성능지수로 사용되는 가중행렬(weighting matrix)의 선택에 관한 기준이 명확히 규정되어 있지 않아 많은 반복작업을 필요로 하는 반면에 주파수 영역의 최적 제어는 이러한 자연스럽게 주어진 주파수 영역의 구조물 및 외부가진 모델을 직접적으로 다룰 수 있다. 또한 가중함수를 사용하여 원하는 주파수 대역에서의 외란의 영향을 감소시키고 측정잡음과 불확실성의 영향이 큰 주파수 대역에서의 제어력을 급감시킬 수 있다. 크게 두 가지 주파수 영역 제어기인 H_2 , H_∞ 방법이 주목을 받고 있다. 그 중 하나인 H_2 제어는 단위크기의 공분산을 가진 외부입력(외란과 측정잡음을 포함)에 대한 출력의 제곱평균제곱근(RMS) 값을 전달함수의 2-놈으로 정의하고 이를 최소화하고자 하는 제어 방법이다.

선형시스템인 경우 라플라스 영역에서의 입출력 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.^[3]

$$Y(s) = H(s)U(s) \quad (12)$$

여기서 $Y(s)$ 와 $U(s)$ 는 출력벡터 $y(t)$ 와 입력벡터 $u(t)$ 의 라플라스변환이며 $H(s)$ 는 u 에 y 로의 전달함수이다. $u(t)$ 의 파워스펙트럼 밀도행렬이 $S_u(\omega)$ 이면, 출력 $y(t)$ 의 파워 스펙트럼 밀도 행렬은 다음과 같다.

$$S_y(\omega) = H(j\omega)S_u(\omega)H^*(j\omega) \quad (13)$$

여기서 T 는 T 의 켈레 전치행렬을 의미한다. 입력 u 가 단위크기의 백색잡음 신호($S_u(\omega) = I$, I 는 단위행렬)인 경우 전달함수 H 의 2-놈은 다음과 같이 정의된다.^[2]

$$\|H\|_2 = \sqrt{\text{trace} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)H^*(j\omega)d\omega \right\}} \quad (14)$$

따라서 전달함수의 2-놈은 입력이 단위크기의 백색잡음 벡터일 때 이에 해당되는 출력의 RMS 값을 나타낸다

4.2 H_2 제어

H_2 의 제어문제를 일반적인 블록 다이어그램으로 나타내면 아래 그림 2와 같고, w 는 입력 외란벡터, u 는 제어입력 벡터, y 는 측정된 구조물의 응답벡터이며 z 는 제어하고자 하는 구조물의 응답벡터로 여기서는 3층의 절대가속도이다. H_2 제어 설계는 아래 식(15)~(17)과 같이 설계 플랜트 P 의 상태공간 모델에 기초하고 있으며 건물과 가력기의 모델, 진동수 영역에서의 필터 및 가중함수들을 포함하여 구성된다.^[2]

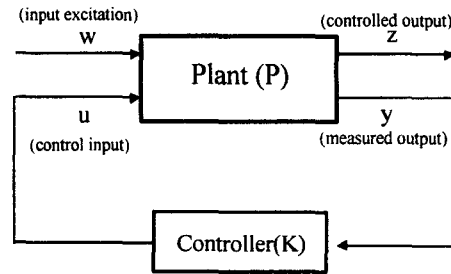


그림 2 H_2 제어문제의 블록선도

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \quad (15)$$

$$z = C_1x + D_{12}u \quad (16)$$

$$y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \quad (17)$$

위 식(15)~(17)의 제어문제는 전통적인 LQG 최적 설계문제와 동일하다.^[6] 따라서 이 때의 성능지수는 다음과 같고 이는 제어출력 z 의 크기를 나타낸다.

$$J = E \left[\int_0^{\infty} (x^T \ u^T) \begin{pmatrix} C_1^T \\ D_{12}^T \end{pmatrix} (C_1 \ D_{12}) \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} dt \right] = E \left[\int_0^{\infty} (x^T \ u^T) \begin{pmatrix} Q & N_c \\ N_c^T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} dt \right] \quad (18)$$

또한 백색의 플랜트 잡음 d 과 측정잡음 v 은 다음과 같은 상관관계를 가진다.

$$E \left[\begin{pmatrix} d \\ v \end{pmatrix} (d \ v)^T \right] = \begin{bmatrix} \Xi & N_f \\ N_f^T & \Theta \end{bmatrix} \delta(t-\tau) = \begin{bmatrix} B_1B_1^T & B_1D_{21}^T \\ D_{21}B_1^T & D_{21}D_{21}^T \end{bmatrix} \delta(t-\tau) \quad (19)$$

제어기는 전상태 피드백제어(Full-state Feedback)와 Kalman filter의 결합으로 구성되며 그 상태방정식은 아래 표1에 정리하였다. 최종적인 H_2 제어기의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c y, \quad u = C_c x_c \quad (20)$$

단 여기서

$$A_c = A - K_f C_2 - B_2 K_c + K_f D_{22} K_c, \quad B_c = K_f, \quad C_c = -K_c \quad (21)$$

표 1 Kalman filter와 Full-state feedback system의 상태방정식

구분	Kalman filter	Full-state feedback
State equation	$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + B_2 u + K_f (y - C_2 \hat{x} - D_{22} u) \\ K_f &= (\Sigma C_2^T + N_f) \Theta^{-1} = (\Sigma C_2^T + B_1 D_{21}^T)(D_{21} D_{21}^T)^{-1} \end{aligned}$	$\begin{aligned} u &= -K_c \hat{x} \\ K_c &= R^{-1} (B_1^T P + N_c^T) = (D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_1^T P + D_{12}^T C_1) \end{aligned}$
algebraic Riccati equation	$\begin{aligned} \Sigma A^T + A \Sigma - (\Sigma C_2^T + N_f) \Theta^{-1} (C_2 \Sigma + N_f^T) + \Xi &= 0 \\ \Sigma &= \Sigma^T \end{aligned}$	$\begin{aligned} A^T P + P A - (P B_2 + N_c) R^{-1} (B_1^T P + N_c^T) + Q &= 0 \\ P &= P^T \end{aligned}$

4.3 H_2 제어기의 설계

주파수영역에서 설계되는 H_2 제어기의 경우 불확정적인 잡음 등에 의한 고려뿐만 아니라 제어력의 효율적인 사용과 상충되는 제어 목표 사이의 트레이드-오프 관계를 조정하기 위하여 가중함수를 사용된다.

4.3.1 가중함수의 설정

그림3는 설계 플랜트 P 의 입-출력관계를 보여주는 것으로 외란 w 와 제어출력 z 는 아래 식과 같이 정의되므로 입력 입력 값이 관심영역대인 저주파 부분만을 고려하도록 지진 및 잡음에 대한 가중함수를 각각 w_g, w_s 로 정하였다. 출력되는 제어대상인 3층 절대가 속도에도 가중함수 w_z 를 고려하여 건물모델의 응답 큰저주파수 대역에서 제어 에너지를 집중하도록 하였고, 제어력의 가진으로 인해 발생하는 스피로버 효과를 방지하기 위해서는 모델링이 부정확한 고주파수 대역에 대한 제어력의 사용을 억제하기 위하여 제어력에 대한 가중함수 w_u 를 설정하였다. 이와 같은 가중함수들은 표 2에 정리하였으며 이 고려된 w 와 z 는 다음과 같이 정의된다.

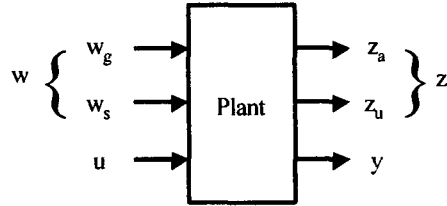


그림 3 플랜트 P의 입출력 관계

$$w = [w_g \quad w_s]^T, \quad z = [z_a \quad z_u]^T \quad (22)$$

제어출력 특성은 그림 4, 그림 5에 잘 나타나 있다.

표 2 제어기 설계에 사용된 가중함수

입력 가중함수		출력 가중함수	
w_g	$W_{g1} = \frac{18.7s + 556.8}{s^2 + 12.2s + 364.8}, \quad W_{g2} = 2.23 \left(\frac{1}{\frac{1}{20}s + 1} \right)$	w_z	$\begin{aligned} W_{z1} &= 1.5 \\ W_{z2} &= 1.5 \frac{\frac{1}{300}s + 1}{\frac{1}{30}s + 1}, \quad W_{z3} = 1.5 \frac{\frac{1}{300}s + 1}{\frac{1}{60}s + 1} \end{aligned}$
w_s	$W_{s1} = 0.30 \left(\frac{\frac{1}{60}s + 1}{\frac{1}{200}s + 1} \right), \quad W_{s2} = \frac{0.8s^2 + 57.3s + 2991.5}{s^2 + 150.8s + 15791.4}$	w_u	$\begin{aligned} W_{u1} &= 0.2 \\ W_{u2} &= 0.2 \left(\frac{\frac{1}{20}s + 1}{\frac{1}{200}s + 1} \right), \quad W_{u3} = 0.2 \left(\frac{\frac{1}{60}s + 1}{\frac{1}{240}s + 1} \right) \end{aligned}$

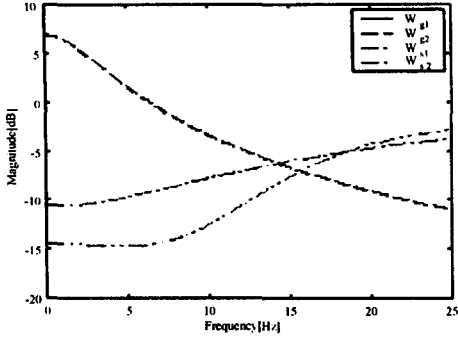


그림 4 지진입력과 센서잡음의 가중함수 W_r, W_w

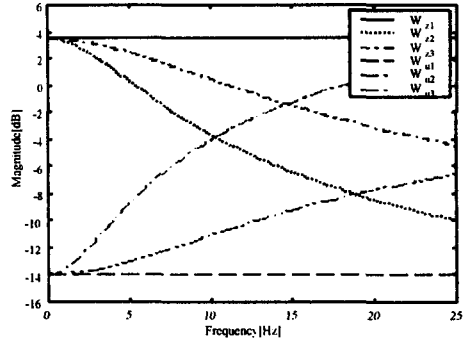


그림 5 절대가속도, 제어력 가중함수 W_r 와 W_w

4.3.2 제어기 설계

제어기 설계에 사용되는 플랜트의 상태방정식은 *MATLAB SIMULINK TOOLBOX*를 이용하여 구하였다. 제어문제는 폐회로 피드백 시스템을 내부적으로 안정화하며 전달함수 행렬이 프로퍼(proper)한 제어기 전체를 K 로 나타내면 $\min_{K \in \mathcal{K}} \|H_{zw}\|_2$ 로 쓸 수 있다. 따라서 전달함수를 구하기 위해 플랜트 P 를 다음과 같이 가정할 수 있고 w 에서 z 로의 전달함수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$H_{zw} = P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw} \quad (24)$$

여기서 식(23)의 P 는 프로퍼하며, 식(24)의 역행렬이 존재한다고 가정한다. 식(23)의 P 의 각 요소는 다음과 같이 주어진다.

$$P_{zw} = \begin{bmatrix} P_{z,w_g} & P_{z,w_s} \\ P_{z,w_r} & P_{z,w_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_g W_z T G_1 W_g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$P_{zu} = \begin{bmatrix} P_{z,u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_z T G_2 G_3 \\ W_u \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$P_{yw} = \begin{bmatrix} P_{y,w_g} & P_{y,w_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_g G_1 W_g & k_s W_s \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$P_{yu} = G_2 G_3 \quad (28)$$

여기서 G_1, G_2 는 각각 건물모델의 지반가속도 입력과 AMD 이동질량체의 3층에 대한 상대가속도로부터 측정치 y 로의 전달함수이며, G_3 는 모터 구동신호로부터 이동질량체의 상대가속도로의 전달함수로 다음식과 같다.

$$G_1 = C_s (sI - A_s)^{-1} B_{s1} \quad (29)$$

$$G_2 = C_s (sI - A_s)^{-1} B_{s2} + D_{s2} \quad (30)$$

$$G_3 = C_a (sI - A_a)^{-1} B_a + D_a \quad (31)$$

식 (25)~(28)를 식(23)에 대입하여 전달함수 H_{zw} 에 대한 식을 구하면 다음과 같다.

$$H_{zw} = \begin{bmatrix} H_{z,w_x} & H_{z,w_z} \\ H_{z,w_x} & H_{z,w_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_g W_z T (I - G_2 G_3 K)^{-1} G_1 W_g & k_g W_z T G_3 K (I - G_2 G_3 K)^{-1} W_x \\ k_g W_g K (I - G_2 G_3 K)^{-1} G_1 W_g & k_g W_g K (I - G_2 G_3 K)^{-1} W_x \end{bmatrix} \quad (32)$$

식(32)의 전달함수에서 가중치 영역에서의 구조물의 성능개선은 가중함수 w_z 를 크게 하여 구조물의 가중치 응답 z_o 를 보다 더 감소시켜 얻을 수 있으며, 가중함수 w_x 는 크게 할수록 가중치 제어입력 z_i 를 감소시켜 제어력을 줄일 수 있다. 이것은 건물모델의 응답과 제어력이라는 서로 대치되는 최소화 목표 사이의 트레이드오프 (trade-off) 문제에 해당되는 것으로, 가중함수 와 는 건물의 사용성 기준과 제어용 보드의 한계 등을 고려하여 결정되어야 한다. 앞에서 설정된 여러 가지 가중함수들의 조합에 대하여 제어기를 설계하고 제어기의 성능을 검토해 봄으로써 이상적인 가중함수의 조합을 변화시켜 구한 8개의 제어기의 설계 결과를 부록 B 표 1에 정리하였다. 여기서 제어기의 성능을 비교하기 위하여 제어기의 차수와 가중함수를 제외시킨 폐회로 시스템의 전달함수의 2-놈을 각각 구하였다. 2-놈을 계산한 전달함수는 각각 지반가속도 입력과 3층 절대가속도, 3층 센서의 잡음과 3층 절대가속도, 지반가속도 입력과 제어입력 사이의 전달함수에 해당된다. 이것으로부터 제어입력과 응답의 감소 사이에 트레이드-오프 관계가 성립함을 확인할 수 있다. 부록B 표 1의 결과를 이용하여 2-놈을 계산한 지반가속도 입력에서 3층 절대가속도 전달함수 H_{z,w_z} , 3층 센서의 잡음에서 3층 절대가속도 H_{z,w_x} , 지반가속도 입력에서 제어입력 사이의 전달함수 H_{w_z} 가 최소이고 저주파영역에서 가중효과가 크고 고주파영역에서는 가중치가 적은 K_{10} 제어기를 입력부분의 가중함수로 선정하였다. 마찬가지로 부록B 표 2를 이용하여 선정하되 제어대상이 3층 절대가속도 이므로 H_{z,w_z} 의 비중에 크게하여 선정하면 K_{10} 의 제어기를 선정하였다.

5. LQR과 H_2 제어기법 수치해석

다음 그림 6,7에서 비제어시보다 제어시 3층의 가속도 응답이 작아짐을 알 수 있으며 LQR이 H_2 보다 응답이 적게 나타남을 알 수 있다. 이는 LQR이 추정하지 않은 정확한 상태변수를 피드백하는 제어기법으로 효과적인 제어기법을 산정하기 때문으로 판단된다. 반면 H_2 제어 경우는 LQR에 비하여 상대적으로 작은 제어력으로 보다 효율적으로 제어력이 이용되고 있음을 알 수 있다. 이는 H_2 제어기에서 가중함수를 이용한 필터의 효과로 인해 시간영역인 LQR에서 고려하지 못하는 제어력의 고주파 부분을 감소시켜 주기 때문으로 판단된다. 표5에 제어기법에 따른 응답을 비교하였다.

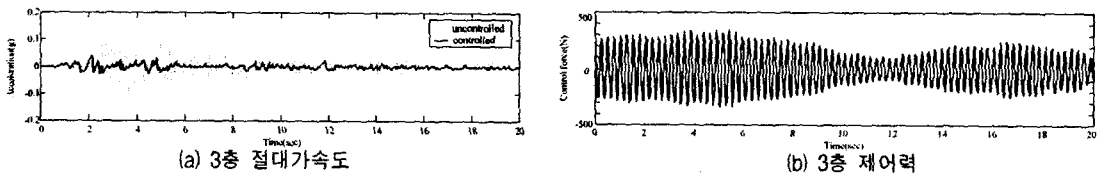


그림 6. LQR제어에 의한 응답 결과

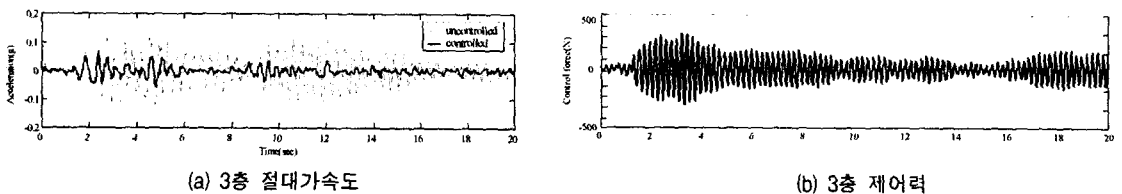


그림 7. H_2 제어에 의한 응답 결과

표 3 제어기법에 따른 응답비교

	비제어시	LQR	H_2
3층가속도응답RMS(g)	0.02248	0.00684	0.00712
최대 3층가속도응답(g)	0.0383	0.0993	0.121
최대 제어력(N)	-	346.56	321
제어력 RMS(N)	-	146.72	113.7

6. 결론

본 논문에서는 3층 실험모델에 대하여 시스템 식별한 자료를 바탕으로, LQR제어기와 H_2 제어기를 설계하고 최대제어력을 약 400N이하로 제한하여 그 제어효과를 비교 분석하였다. LQR제어기의 경우는 Q,R산정에 있어서 보다 체계적이고 효율적인 가중행렬Q를 적용하는 기법으로 설계하였으며 H_2 제어기는 입력 및 출력 측정치에 가중함수를 도입하여 설계하였다.

해석결과, 두 제어기 모두 제어대상인 3층 가속도 응답에 대해 우수한 감소 효과를 보였다. LQR제어기는 H_2 제어기에 비하여 큰 제어효과를 보이는 반면 H_2 제어기는 제어력 및 제어기의 효율적 측면에서 우수한 것으로 나타난다. 이는 가중함수를 이용하여 제어입력과 출력간의 트레이드-오프를 고려할 수 때문이며, 제어대상 주파수를 저주파대 영역으로 한정하여 AMD 제어기의 스펴오버(spill over)현상을 방지할 수 있기 때문인 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 이 연구는 우수연구센터인 스마트 사회기반시설 연구센터에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. Chopra., A. K. 'Dynamics of Structures', Prentice Hall, 2001.
2. Green, M. and Limebeer, D. J. N., 'Linear Robust Control', Prentice Hall, 1995.4.
3. Burl, J. B., 'Linear Optimal Control - H_2 and H_∞ Methods', Addison-Wesley, 1999.3.
4. Soong, T. T., 'Active Structural Control: Theory and Practice', Longman Group UK Limited, 1990.6.
5. 민경원, 이영철, 박민규, '구조물의 에너지를 고려한 LQR 및 ILQR제어기의 가중행렬', 지진공학회 논문집,163호, 2002.12
6. Ching, R. Y., and Safonov, M. G., 'Robust Toolbox', The mathwork, Natick, Mass,1992.

부록 A. 시스템 행렬

■ 건물모델

$$A = \begin{bmatrix} -2.0558e-1 & -1.7549e+1 & 8.2851e-2 & -6.51139e-2 & -2.6454e-2 & -1.8330e-2 \\ 1.7549e+1 & -1.5857e-1 & -8.1439e-2 & 6.58714e-2 & 1.8898e-2 & 1.2157e-2 \\ -4.1045e-1 & 3.6324e-1 & -8.5548e-1 & -4.94498e+1 & -4.3802e-1 & -2.6386e-1 \\ 2.8186e-1 & -2.4722e-1 & 4.9438e+1 & -4.69108e-1 & 2.7817e-1 & 2.7577e-1 \\ 2.2684e-1 & -3.0050e-1 & 1.4865e+0 & -9.91545e-1 & -1.9027e+0 & 7.6689e+1 \\ 2.1029e-1 & -1.8801e-1 & 9.0892e-1 & -6.34337e-1 & -7.6688e+1 & -7.5714e-1 \end{bmatrix}$$

$$B_s = \begin{bmatrix} 4.0667e+0 & 2.9621e-1 \\ -3.5223e+0 & -3.9499e-1 \\ 3.9332e+0 & -5.4549e-1 \\ -2.7306e+0 & 9.8686e-1 \\ -3.2673e+0 & -8.5770e-1 \\ -2.0286e+0 & -6.7638e-1 \end{bmatrix}$$

$$C_s = \begin{bmatrix} 4.4563e+0 & 1.1601e+0 & 2.8707e+0 & 1.9361e+0 & -2.1037e+0 & 1.2614e+0 \\ 2.3747e+0 & 2.0402e+0 & 1.3885e+0 & 1.1518e+0 & 2.4757e+0 & -1.5831e+0 \\ 2.9776e+0 & 2.6560e+0 & -2.3661e+0 & -1.8317e+0 & -9.2545e-1 & 6.8941e-1 \end{bmatrix}$$

$$D_s = \begin{bmatrix} 1.8877e-2 & -4.3634e-3 \\ -3.3189e-3 & -7.3876e-4 \\ -7.6060e-3 & -1.7462e-1 \end{bmatrix}$$

■ AMD

$$A_a = \begin{bmatrix} -2.8938e+1 & 1.3302e+2 \\ -1.3302e+2 & -2.3038e+0 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} -2.3216e+1 \\ -6.1608e+0 \end{bmatrix} \quad C_a = [2.3216e+1 \quad -6.1608e+0] \quad D_a = [1.9724e+0]$$

부록B LQR제어를 위해 산정된 가중행렬 Q

$$Q = 10^9 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 31.013 & -24.810 & 6.203 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24.810 & 37.216 & -18.608 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.203 & -18.608 & 12.405 & 0 & 0 & 0 \\ 31.013 & -24.810 & 6.202 & 0.001 & -0.008 & 0.002 & 0 & 0 & 0 \\ -24.810 & 37.216 & -18.608 & -0.008 & 131.11 \times 10^{10} & -131.11 \times 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 6.203 & -18.608 & 12.405 & 0.002 & -131.11 \times 10^{10} & 131.11 \times 10^{10} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

부록C

표 1 지진입력 및 센서잡음의 조합에 따른 H₂제어기의 설계결과

제어기	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
W _g	1	1	$\frac{18.7s+556.8}{s^2+12.2s+364.8}$	$\frac{18.7s+556.8}{s^2+12.2s+364.8}$	$\frac{18.7s+556.8}{s^2+12.2s+364.8}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$
W _s	1	0.30 $\frac{1/60s+1}{1/200s+1}$	1	0.30 $\frac{1/60s+1}{1/200s+1}$	$\frac{0.8s^2+57.3s+2991.5}{s^2+150.8s+15791.4}$	1	0.30 $\frac{1/60s+1}{1/200s+1}$	$\frac{0.8s^2+57.3s+2991.5}{s^2+150.8s+15791.4}$
W _z	1	1	1	1	1	1	1	1
W _{tr}	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
차수	8	11	10	13	16	9	12	15
H _{z,w_z} _∞	6.8699	6.8613	7.5324	7.8753	7.8265	6.7594	6.7742	6.7668
H _{z,w_s} _∞	1.4896	1.3965	2.5758	2.4007	2.5873	1.6456	1.5075	1.5329
H _{w_g} _∞	32.8442	32.8846	40.5519	40.4853	40.4631	33.7852	33.7982	33.7964

표 2 제어출력에 대한 가중함수에 따른 H₂제어기의 설계결과

제어기	K ₉	K ₁₀	K ₁₁	K ₁₂	K ₁₃	K ₁₄	K ₁₅	K ₁₆
W _g	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$	$\frac{2.23}{1/20s+1}$
W _s	1	1	1	1	1	1	1	1
W _z	1	1	$\frac{1/300s+1}{1/30s+1}$	$\frac{1/300s+1}{1/30s+1}$	$\frac{1/300s+1}{1/30s+1}$	$\frac{1/300s+1}{1/60s+1}$	$\frac{1/300s+1}{1/60s+1}$	$\frac{1/300s+1}{1/60s+1}$
W _{tr}	0.2 $\frac{1/20s+1}{1/200s+1}$	0.2 $\frac{1/60s+1}{1/240s+1}$	0.2	0.2 $\frac{1/20s+1}{1/200s+1}$	0.2 $\frac{1/60s+1}{1/240s+1}$	0.2	0.2 $\frac{1/20s+1}{1/200s+1}$	0.2 $\frac{1/60s+1}{1/240s+1}$
차수	10	10	10	11	11	10	11	11
H _{z,w_z} ₂	8.3873	7.0240	8.0714	9.8457	8.4524	7.1870	8.9455	7.5236
H _{z,w_s} ₂	1.4572	1.6069	3.4487	1.8202	2.6282	2.4863	1.6592	2.0599
H _{w_g} ₂	27.4770	32.6118	30.3372	24.9616	29.4431	32.6638	26.7315	31.6122