

초기 비틀림각을 갖는 비균일 박판보 블레이드의 진동제어

Vibration Control of Rotating Composite Thin-Walled Pretwisted Beam with Non-uniform Cross Section

임성남* · 나성수**

Sungnam Rim, Sungsoo Na

Key Words : Pretwisted angle(초기 비틀림각), Presetting angle(초기 정착각), Tailoring(테일러링), Flapping-Lagging motion(플랩과 래깅운동), CUS구조, Velocity feedback control(속도 피드백제어), Thin-walled 블레이드(박판 블레이드)

ABSTRACT

This paper addresses the control of free and dynamic response of composite rotating pretwisted blade modeled as non-uniform thin-walled beam fixed at the certain presetting and pretwisted angle and incorporating piezoelectric induced damping capabilities. A distributed piezoelectric actuator pair is used to suppress the vibrations caused by external disturbances. The blade model incorporates non-uniform features such as transverse shear, secondary warping and includes the centrifugal and Coriolis force field. A velocity feedback control law relating the piezoelectrically induced transversal bending moment at the beam tip with the appropriately selected kinematical response quantity is used and the beneficial effects upon the closed loop eigenvibration and dynamic characteristics of the blade are highlighted.

1. 서론

산업응용분야에 쓰이는 터보 엔진의 블레이드, 헬리콥터의 블레이드, 풍력발전의 블레이드는 효율성과 성능에 대해서 많은 요구가 있음에 따라서 여러 가지 방법으로 개선 연구가 진행되고 있다. 이러한 연구 분야중의 하나인 터보팬 엔진의 팬 블레이드는 다른 부분에 비해서 열에 대한 영향이 적기 때문에 블레이드 여러 가지 손상요인, 대표적으로 HCF(High Cycle Fatigue) 및 LCF(Low cycle Fatigue) 등의 공진에 의한 요소 등을 대비하게 위해서 복합재료를 이용한 연구가 진행되고 있다. 더군다나 복합재료 Plate의 형태의 연구에서는 기본 Metal형태의 것보다 10배 이상의 수명을 보여주고 있다고 한다.[3] 회전하는 블레이드의 진동에 대한 영향은 Campbell Diagram을 이용하여 평가하게 되는

데 복합재료일 경우 여러 가지 요인, 즉 회전수, 섬유각, 블레이드 형상요소 등에 의해서 고유진동수가 변하게 되고 제조상의 어려움 때문에 정확한 고유진동수의 파악이 중요한 요소가 된다.[8] 또한 구조적 테일러링 효과 등의 수동적인 방법 이외에 지능형 진동제어방법, 본 논문에서는 압전재료를 이용하여 블레이드의 공진 및 동적응답특성을 높임으로써 외부 요소에 능동적으로 대비하고자 한다.

본 논문에서는 확장된 Galerkin 법을 이용하여, 회전하는 Pretwisted angle 그리고 Presetting angle을 가진 복합재료 블레이드에 대한 자유진동 및 압전재료를 이용한 진동제어 해석을 하고자 한다. 이 논문의 구조적인 모델은 전단변형효과, 회전관성효과 제2차 와핑 그리고 원심력(Centrifugal Force)과 코리올리의 힘(Coriolis force)의 효과 및 복합재료 구조물에서 나타나는 여러 운동 간의 상호연성효과 등이 고려된 폐단면 블레이드의 양쪽이 볼록한 단면형상(Closed Biconvex Cross-Section Profile)의 얇은 벽보를 가진 이방성(Anisotropy) 섬유강화재로 적층보를 모델링 하였다. 여기에서는 Flapping(면외굽힘)운동과 Lagging(면내굽힘)운동이 연성되고 Extensional 운동과 Twisting 운동이 연성되는 CUS(Circumferentially Uniform Stiffness)구조에 대해서

* 고려대학교 대학원 기계공학과
E-mail : 4everwtihu@korea.ac.kr
Tel : (02) 320-3864, Fax : (02) 926-9290

** 고려대학교 공과대학 기계공학과

섬유각(Ply orientation), 회전속도 및 Pretwisted angle 그리고 Presetting angle에 대한 자유진동 및 진동제어에 의한 진동특성의 영향을 고찰한다.

2. 이론해석

2.1 구조 모델링 및 기본가정

터보팬 엔진의 팬 블레이드의 형상을 Fig. 1과 같이 비균일하고 비틀림이 있는 양쪽이 볼록한 형태로 일정 속도 Ω ($\equiv \vec{\Omega}J \equiv \Omega \vec{i}$)를 가진다고 모델링한다.

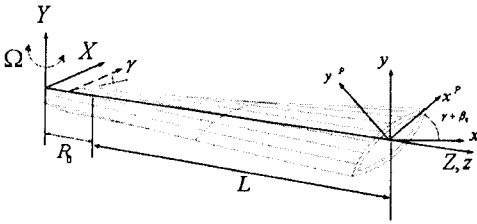


Fig. 1 Geometry of the pretwisted and presetting beam

회전축 중심에서 관성 좌표계 $X-Y-Z$ 가 존재하고 R_0 만큼 떨어진 블레이드의 뿌리부분에서 $x-y-z$ 좌표계가 위치한다. 각각 두 좌표계에 대해서 I, J, K 그리고 i, j, k 의 단위벡터를 사용하여 각 각 정의한다. 그리고 블레이드 표면에 $s-z-n$ 좌표계가 위치한다.(Fig.2)

비균일하기 때문에 블레이드 길이 방향으로 (1)식과 같이 코드 $c(\eta)$ 의 길이방향과 중앙선 단면형상의 높이 $b(\eta)$ 은 아래의 선형분포에 따라 변한다고 가정한다.

$$\begin{Bmatrix} c(\eta) \\ b(\eta) \end{Bmatrix} = [1 - (\eta(1 - \sigma))] \begin{Bmatrix} c_R \\ b_R \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $\eta = z/L$ 는 무차원 길이 방향의 좌표이고 $\sigma \equiv c_T/c_R$ 는 테이퍼비($1 \leq \sigma \leq 2$)가 된다. 그리고 L 은 블레이드의 반스팬, 첨자 R 과 T 는 블레이드 단면의 뿌리와 끝이다.

박판보에 대한 방정식을 유도하기 위해서 아래와 같은 가정을 한다.

- 1) 보의 원래 단면은 유지된다.
- 2) 2차와핑이 고려된다.
- 3) 횡 전단 효과가 고려된다.
- 4) 원주방향의 합응력(resultant stress)는 다른 항들에 비해서 무시할 정도로 작다.
- 5) 테이퍼비에 의해서 수직, 수평으로 대칭적으로 선형적으로 변화한 구조를 가진다.

보의 원래 단면은 유지되기 때문에 다음과 같은 가정과 식을 사용한다.

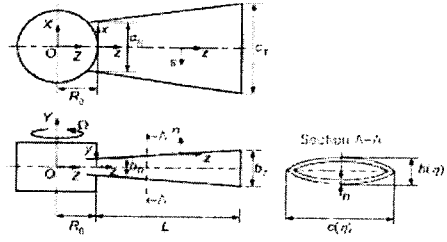


Fig. 2 Geometry of the beam

$$R(\eta) = [1 - \eta(1 - \sigma)]R_R \quad (2)$$

여기서 $R(\eta)$ 는 원호의 곡률 반경이며, R_R 는 날개의 뿌리 부분 단면의 곡률 반경이다.

단면들의 기하학적 유사함 때문에, y 축과 $c_R/2, c/2$ 및 $c_T/2$ 지점들의 반경 R 의 각도인 Ξ 는 동일하다. 즉 $\Xi_R = \Xi_T = \Xi = \Xi_0$.

회전에 따른 블레이드의 Pretwisted angle과 Presetting angle의 영향을 조사하기 위해 다음과 같은 변위변환이 필요하다. 여기서 x, y, z 는 회전좌표계이며, x^p, y^p, z^p 는 단면의 주좌표계이다.(Fig. 3)

$$\begin{aligned} x &= x^p \cos(\beta(z) + \gamma) - y^p \sin(\beta(z) + \gamma) \\ y &= x^p \sin(\beta(z) + \gamma) + y^p \cos(\beta(z) + \gamma) \\ z &= z^p \end{aligned} \quad (3)$$

Pretwisted angle은 $\beta(z) = \beta_0(z)$ 으로 고정단에서 자유단으로 선형적으로 변한다고 가정한다. (β_0 는 블레이드 끝 부분에서의 Pretwisted angle) 즉, Pretwisted angle의 변화율은 일정하다. 또한 γ 는 Presetting angle이다. 따라서 운동 방정식에서 표현되는 강성계수와 질량계수는 축방향좌표의 함수로 표현된다.

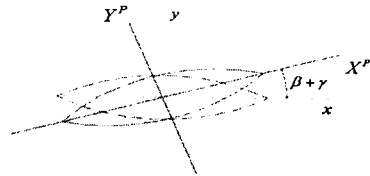


Fig. 3 Configuration of the pretwisted and presetting angle cross section.

2.2 변위와 변형률관계

2.1의 박판보 방정식의 가정들로부터 보의 3차원 탄성이론에 상응하는 1차원의 이론으로 축소하기 위해서 변위벡터의 성분들을 아래의 식과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned}
u(x, y, z, t) &= u_0(z, t) - y\Theta(z, t) \\
v(x, y, z, t) &= v_0(z, t) + x\Theta(z, t) \\
w(x, y, z, t) &= w_0(z, t) + \theta_x(z, t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] + \\
&\theta_y(z, t)[x(s) - n \frac{dy}{ds}] - \Theta'(z, t)[F_w(s) + na(s)]
\end{aligned}$$

$$a(s) = -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds},$$

$$\theta_x(z, t) = \gamma_{yz}(z, t) - v_0'(z, t),$$

$$\theta_y(z, t) = \gamma_{xz}(z, t) - u_0'(z, t) \quad (4) \sim (9)$$

여기에서 $F_w(s)$ 는 일차 와평함수이고, $na(s)$ 는 이차 와평함수이고, n 은 두계방향의 좌표계를 나타낸다. 또한 u 를 나타낸다.[9,10]

γ_{xz} 와 γ_{yz} 는 각각 xz 와 yz 평면상에서의 횡전단 변형도를 나타내고, '은 z 에 대한 도함수를 나타낸다.

u_0, v_0, w_0 는 x, y, z 축 방향에 대한 병진운동을, $\theta_x, \theta_y, \Theta$ 는 x, y, z 축에 관한 회전을 나타낸다.

2.3 운동 및 변형에너지와 해밀턴 변분분리

운동방정식과 경계조건은 해밀턴의 변분분리를 사용하여 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W) dt &= 0 \\
\delta u_0 &= \delta v_0 = \delta w_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = \delta \Theta = 0 \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\text{at } t = t_1, t_2$$

여기서 T 는 운동에너지, V 는 변형에너지로 이는 스트레인 에너지에 해당하며, W 는 비보전력에 의한 가상일을 나타낸다.

2.3.1 운동에너지

블레이드의 단면상의 한 점 R 의 변형전의 위치벡터 \vec{r} 은 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \quad (11)$$

그리고 고정점 O 로부터 점의 변형 후의 위치벡터 \vec{R} 은 다음의 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned}
\vec{R} &= \vec{R}_0 + \vec{r} + \Delta \\
&= (x+u) \vec{i} + (y+u) \vec{j} + (z+w) \vec{k} \quad (12)
\end{aligned}$$

여기에서 $\Delta (\equiv u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k})$ 는 기준점으로 부터의 변위벡터를 나타낸다.

그 위치벡터에서 속도벡터와 가속도 벡터는 다음과 같이

나타낼 수가 있다.

$$\begin{aligned}
\dot{\vec{R}} &= [\dot{u} + \Omega(R_0 + z + w)] \vec{i} + \dot{v} \vec{j} + [\dot{w} - \Omega(x + u)] \vec{k} \\
\ddot{\vec{R}} &= [\ddot{u} + 2\Omega \dot{w} - (x + u)\Omega^2] \vec{i} + \ddot{v} \vec{j} \\
&\quad + [\ddot{w} - 2\Omega \dot{u} - (R_0 + z + w)\Omega^2] \vec{k} \quad (13), (14)
\end{aligned}$$

그리고 운동에너지는 다음과 같이 각성분으로 나누어서 표현된다.

$$\int_0^l \delta T dt = \int_0^l \int_V (\dot{\vec{R}} \cdot \delta \dot{\vec{R}}) d\tau dt = - \int_0^l dt \int_V \rho \ddot{\vec{R}} \cdot \delta \dot{\vec{R}} d\tau \quad (15)$$

2.3.2 변형에너지

변형에너지 V 는 아래와 같이 표현이 가능하게 된다.

$$\begin{aligned}
V &= (1/2) \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\tau \\
\int_0^l \delta V dt &= \int_0^l \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\tau dt \quad (16)
\end{aligned}$$

2.4 제배방정식 및 CUS 구조

복합재료의 특징중 하나가 섬유와의 방향에 따라서 운동연성을 바꿀 수가 있다. 본 논문에서는 CUS구조의 형태를 고려하였다. CUS(Circumferentially Uniform Stiffness)구조는 면내와 면외 굽힘운동이 연성이 되고 축방향 운동과 비틀림 운동이 연성되어지게 된다.

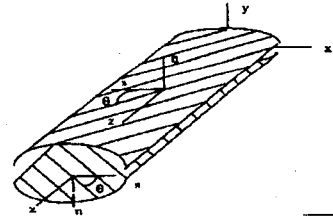


Fig. 4 CUS Configuration

$$\text{Ply angle : } \theta(y) = \theta(-y)$$

운동에너지와 변형에너지를 해밀턴 변분분리 원리에 의해서 각각 정리하면 아래와 같은 Pretwisted angle과 Presetting angle이 고려된 면외와 면내 굽힘이 연성된 지배방정식과 관련된 경계조건이 된다.

$$\begin{aligned}
\delta u_0 : [a_{43}(z)\theta_x' + a_{44}(z)(u_0' + \theta_y) + a_{45}(z)(v_0' + \theta_x)]' \\
- b_1 \ddot{u}_0 + b_1 u_0 \Omega^2 + b_1 \Omega^2 [R(z)u_0'] + p_x = 0 \\
\delta v_0 : [a_{32}(z)\theta_y' + a_{35}(z)(v_0' + \theta_x) + a_{45}(z)(u_0' + \theta_y)]' \\
- b_1 \ddot{v}_0 + b_1 \Omega^2 [R(z)v_0'] + p_y = 0 \\
\delta \theta_y : [a_{22}(z)\theta_y' + a_{25}(z)(v_0' + \theta_x) + a_{23}(z)\theta_x']' \\
- a_{44}(z)(u_0' + \theta_y) - a_{43}(z)\theta_x' - a_{45}(z)(v_0' + \theta_x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(b_5(z) + b_{15}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) - (b_6(z) + b_{13}(z))\ddot{\theta}_x + m_x = 0 \\
\delta \theta_x : & [a_{33}(z)\theta_x' + a_{34}(z)(u_0' + \theta_x) + a_{23}(z)\theta_y'] \\
& - a_{35}(z)(v_0' + \theta_x) - a_{52}(z)\theta_y' - a_{54}(z)(u_0' + \theta_x) \\
& - (b_4(z) + b_{14}(z))(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) - (b_6(z) + b_{13}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) + m_y = 0
\end{aligned} \tag{17 a~d}$$

여기에서 P_x, P_y, m_x, m_y 는 축방향 좌표(z)와 시간(t)에 대한 외부에서 작용하는 힘과 모멘트로 가정한다.

블레이드가 $z = 0$ 에서 고정단 조건이고, $z = L$ 에서 자유단 조건이기 때문에 다음과 같은 경계조건을 얻을 수가 있다.

$$\text{At } z = 0 \quad u_0 = 0, v_0 = 0, \theta_y = 0, \theta_x = 0 \tag{18}$$

At $z = L$

$$\begin{aligned}
\delta u_0 : & a_{43}(z)\theta_x' + a_{44}(z)(u_0' + \theta_y) + a_{45}(z)(v_0' + \theta_x) = 0 \\
\delta v_0 : & a_{52}(z)\theta_y' + a_{55}(z)(v_0' + \theta_x) + a_{45}(z)(u_0' + \theta_y) = 0 \\
\delta \theta_y : & a_{22}(z)\theta_y' + a_{25}(z)(v_0' + \theta_x) + a_{23}(z)\theta_x' = \overline{M}_y \\
\delta \theta_x : & a_{33}(z)\theta_x' + a_{34}(z)(u_0' + \theta_y) + a_{23}(z)\theta_y' = \overline{M}_x
\end{aligned} \tag{19 a~d}$$

$$R(z) = [R_0(L - z) + \frac{1}{2}(L^2 - z^2)]$$

여기서 $a_{ij} = a_{ji}$, b_{ij} 는 각각 강성항과 탄성항으로 식(3) 부분에 의해서 각 항들이 구해지고, 각 항들이 상수가 아닌 축방향에 의한 함수가 된다. 그리고 $\overline{M}_y, \overline{M}_x$ 는 PZT 작동기에 의해서 생성되는 경계모멘트가 된다.

2.5 피드백 제어법칙

일반적인 경우에서 PZT 작동기에 의해서 생기는 굽힘모멘트는 아래의 식과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\begin{aligned}
\overline{M}_y &= C_y V(t)[H(z - z_1) - H(z - z_2)] \\
\overline{M}_x &= C_x V(t)[H(z - z_1) - H(z - z_2)]
\end{aligned} \tag{20 a,b}$$

여기서 C_y, C_x 는 각각 PZT와 블레이드의 기계적인, 형상적인 성질에 관련된 상수이고, $V(t)$ 는 윗부분과 아랫부분의 PZT 작동기에서 각각 같은 크기에 반대부호를 가지는 입력 전압을 나타내고, $H(\bullet)$ 는 압전기 분포를 나타내는 Heaviside 함수를 나타낸다.

Fig. 5에서 보여지듯이 PZT 작동기가 블레이드의 전체에 존재하게 되면 PZT 작동기에 의해서 생기는 굽힘 모멘트가

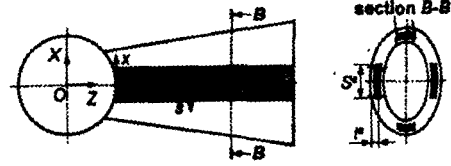


Fig. 5 Distribution of Piezoactuators

지배방정식이 아닌 경계조건(19 c,d)에서 나타나게 된다. 또한 속도제어 피드백에 대한 무차원 상수 K_y, K_x 는 아래의 식과 같이 나타내고, 수치적으로 무차원시키기 위해서 식(22) 같이 나타내게 된다.[10]

$$\begin{aligned}
\overline{M}_y &= k_y \dot{\theta}_y(L) \\
\overline{M}_x &= k_x \dot{\theta}_x(L)
\end{aligned} \tag{21 a,b}$$

$$K_y = k_y L^2 / a_{22}^0, K_x = k_x L^2 / a_{33}^0 \tag{22}$$

3. 수치해석 및 결과

해밀턴 변분법리에 의해서 얻어진 지배방정식을 확장된 Galerkin법을 이용하여 수치해석을 수행하였다.

$$\begin{aligned}
u_0(z, t) &= U_0^T(z) q_u(t), v_0(z, t) = V_0^T(z) q_v(t) \\
\theta_y(z, t) &= Y_0^T(z) q_y(t), \theta_x(z, t) = X_0^T(z) q_x(t)
\end{aligned} \tag{23 a,b}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
U_0(z) &= [u_1, u_2, \dots, u_N]^T, V_0(z) = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T \\
Y_0(z) &= [y_1, y_2, \dots, y_N]^T, X_0(z) = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T
\end{aligned} \tag{24 a,b}$$

위의 식들을 각각의 지배방정식에 대입하여 다음과 같은 행렬식을 유도하여 고유치 문제를 풀어서 아래의 그림과 같은 결과를 얻을 수가 있다.

$$-\omega^2 [M] + [K] = 0 \tag{25}$$

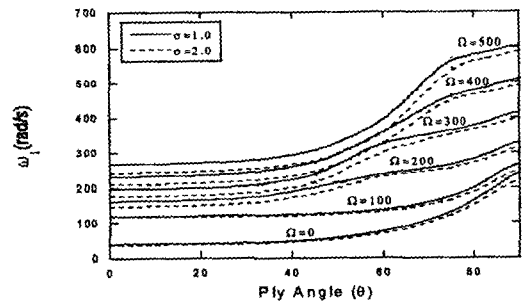


Fig. 7 Variation of the first coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with two different taper ratios ($\beta_0 = \gamma = 0$)

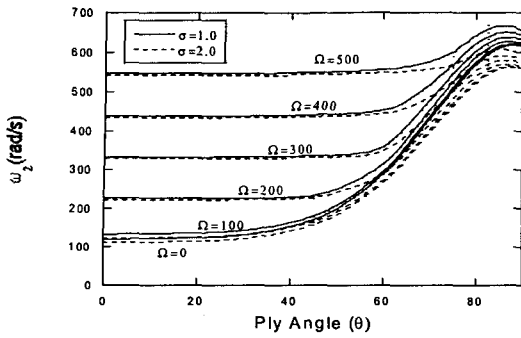


Fig. 8 Variation of the second coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with two different taper ratios ($\beta_0 = \gamma = 0$)

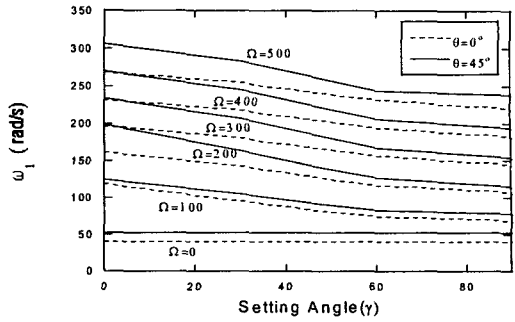


Fig. 11 Variation of the first coupled flapping-lagging frequency vs. setting angle for several rotating speeds with two different ply angles ($\beta_0 = 45^\circ$)

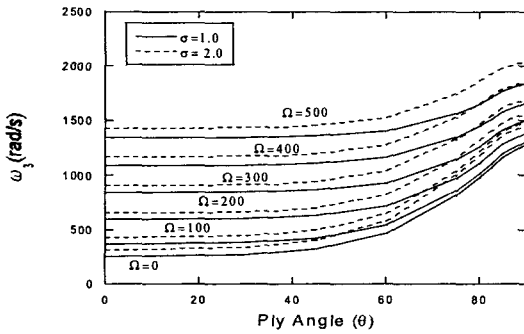


Fig. 9 Variation of the third coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with two different taper ratios ($\beta_0 = \gamma = 0$)

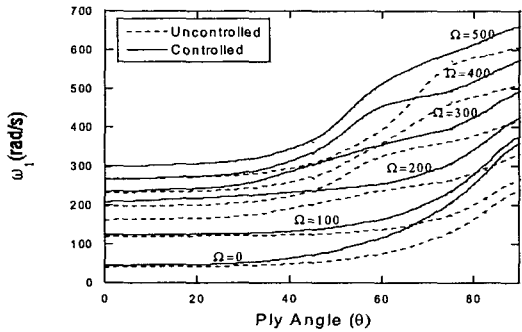


Fig. 12 Variation of the first coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with the piezoelectric moment ($K_y, K_x = 0.025$)

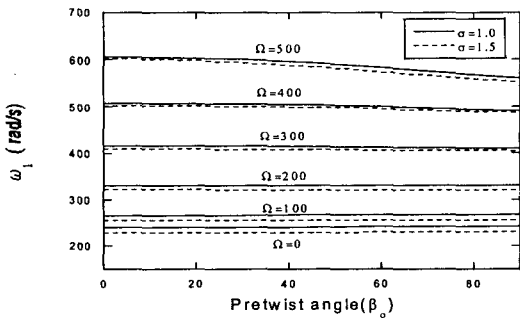


Fig. 10 Variation of the first coupled flapping-lagging frequency vs. pretwisted angle for several rotating speeds with two different taper ratios ($\gamma = 0, \theta = 90^\circ$)

Fig. 7~9는 테이퍼비에 따른 1, 2, 3차 고유진동수에 대한 것을 각속도에 따라서 나타내었다. 테이퍼비가 증가함에 따라 1차는 감소하지만 2, 3차는 증가함을 알 수가 있고, Pretwisted angle에서도 같은 결과 값을 알 수가 있다.(Fig. 10) Pretwisted angle이 증가함에 따라서 각속도가 증가하면 점차 고유진동수가 낮아지는 경향을 볼 수있고 이러한 결과는 등방성재료의 경우와 같은 경향을 보이고 있다.[1] 그리고 Presetting angle은 회전하지 않을 때는 영향이 거의 없지만 각속도가 증가함에 따라서 영향이 비교적 크게 나타나고 회전수가 증가함에 따라서 1차 고유진동수는 낮아지는 경향을 보이고 있고 이러한 경향은 섬유각이 증가함에 따라서 더 뚜렷하게 나타나고 있다. Fig. 12에서는 속도제어를 한 1차 고유진동수의 변화를 나타내고 있는데 섬유각이 저각일때 보다 고각일때 그 영향이 크게 나타남을 보이고 있다. 수치해석 모델의 형상 및 재질은 Appendix에 기술하였다.

4. 결론

본 논문에서는 해밀턴 변분분리로부터 복합재료 블레이드의 양쪽이 볼록한 단면형상(Biconvex Cross-Section Profile)의 얇은 벽보로 모델로 한 Pretwisted angle과 Presetting angle을 갖고 회전하는 블레이드에 대한 운동방정식과 경계조건을 유도하였다. 또한 PZT를 이용하여 구조물의 진동제어를 가능하도록 하였다. 블레이드 형상 요소에 따른 고유진동수의 변화와 복합재료의 구조적 테일러링 기법과 PZT 등의 지능재료를 이용하여 블레이드의 진동을 줄일 수가 있고, 복합재료 블레이드가 HCF나 LCF에 영향을 적게 받도록 할 수 있다는 것을 알 수가 있었다. 이러한 요소들은 실제 설계과정에서 고려해야 할 Campbell Diagram에서 우리가 피해야 할 공진 부분을 능동적으로 대처할 수 있을 것이다.

후 기

Sungsoo Na acknowledges the financial support by the Basic Research Program of the Korea Science & Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0

참 고 문 헌

- (1) Subrahmanyam, R. K. B., Kaza, K. R. V., 1986, Vibration and Buckling of Rotating Pretwisted, Preconed Beams Including Coriolis Effects, Journal of vibration, acoustics, stress and Reliability in design vol.108 pp140~149.
- (2) Librescu, L., Meirovitch, L., and Na, S. S., 1997, Control of Cantilever Vibration via Structural Tailoring and Adaptive Materials, AIAA Journal, Vol. 35, No. 8, pp. 1309~1315.
- (3) Kosmatka, J. B., Mehmed, O., 1998, "Vibration Reduction of Integral Composite Fan Blade: Experimental Spin Testing, Proceedings of the 3rd National Turbine Engine High-Cycle Fatigue Conference(CD), Session 11, pp.10~18.
- (4) Na, S. S., Librescu, L., 2000, Modeling and Vibration FeedBack Control of Rotating Tapered Beams Incorporating Adaptive Capabilities, ASME PVP-Vol. 415 Recent Advances in Solids and Structures, pp. 35~53.
- (5) Rao, J. S., 2000, Turbine Blade Life Estimation, Narosa Publishing House.

- (6) Song. O., Oh. S. Y., Librescu, L., 2002, Dynamic Behavior of Elastically Tailored Rotating Blade Modeled as Pretwisted Thin-Walled Beams And Incorporating Adaptive Capabilities, International Journal of Rotating Machinery, 8(1), pp.13~25.
- (7) 송오섭 등, 2000, 초기 비틀림각을 갖는 복합재료 회전체의 능동진동제어, 추계학술대회 논문집, pp. 667~673
- (8) 이안성 등, 2003, KGT-74 소형 가스터빈 블레이드의 진동 신뢰성 평가, 추계학술대회 논문집, pp. 297~302
- (9) Song. O., Modeling and Response Analysis of Thin-walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials, Ph. D Thesis, VPI&SU, USA
- (10) Na, S. S., Control of Dynamic Response of Thin-Walled Composite Beam Using Structural Tailoring and Piezoelectric Actuation, Ph. D Thesis, VPI&SU, USA

APPENDIX

1. (Graphite/Expoxy) 복합재료의

물성치와 기하학적 특성

$$\begin{aligned}
 E_T &= 0.75 \times 10^6 \text{ psi} (5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 G_{LT} &= 0.37 \times 10^6 \text{ psi} (2.55 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 G_{TT} &= 0.45 \times 10^6 \text{ psi} (3 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 \mu_{TT} &= \mu_{LT} = 0.25 \\
 \rho &= 14.3 \times 10^{-5} \text{ lbs/in}^3 (1528.15 \text{ kg/m}^3) \\
 L &= 80 \text{ in} (2.032 \text{ m}), h = 0.4 \text{ in} (10.16 \text{ E} - 3 \text{ m}) \\
 b &= 2 \text{ in} (50.8 \text{ E} - 3 \text{ m}), c = 10 \text{ in} (0.254 \text{ m})
 \end{aligned}$$

2. PZT-4의 물성치 및 기하학적 특성[10]

$$\begin{aligned}
 C_{11}^p &= 138.97 \text{ GPa}, C_{12}^p = 77.757 \text{ GPa} \\
 C_{13}^p &= 74.24 \text{ GPa}, C_{33}^p = 114.98 \text{ GPa} \\
 C_{44}^p &= 25.59 \text{ GPa}, \rho_p = 7496 \text{ kg/m}^3 \\
 e_{31} &= -5.201 \text{ N/mV} \\
 t^a &= 0.00787 \text{ in} \\
 S^a &= 3.5 \text{ in}
 \end{aligned}$$