한국소음진동공학회 2003년도 추계학술대회논문집, pp. 784~787.

유동 모드 댐퍼에서의 Herschel-Bulkley 모델의 유용한 해법

Useful Guide to Solve Herschel-Bulkley Model in a Flow Mode Damper

이 덕영* · 박 성태**

Dug-Young Lee and Sung-Tae Park

Key Words : flow mode damper(유동 모드 댐퍼), Herschel-Bulkley shear model, flow behavior index(유동 거동 지수)

ABSTRACT

Electrorheological(ER) and magnetorheological(MR) fluid-based dampers are typically analyzed using Bingham-plastic shear model under quasi-steady fully developed flow conditions. A Herschel-Bulkley constitutive shear flow relationship is that the linear shear stress vs. strain rate behavior of Bingham model is replaced by a shear stress that is assumed to be proportional to a power law of shear rate. This power is called the flow behavior index. Depending on the value of the flow behavior index number, varying degrees of post-yield shear thickening or thinning behavior can be analyzed. But it is not practical to analyze the damping force in a flow mode damper using Herschel-Bulkley model because it is needed to solve a polynomial equation. A useful guide is suggested to analyze the damping force in a damper using the Herschel-Bulkley model.

1. 서 론

전기장(ER) 및 자기장(MR) 유체는 전기장이나 자기장이 인가되면 항복응력이 크게 증가하는 특성을 지니고 있다. 즉 전기장 및 자기장의 강도에 따라 유체가 반고체로 바뀌면서 감쇠력 조절이 가능하여 반능동 시스템에 다양하게 적용될 수 있다[1].

ER 및 MR 유체를 이용한 댐퍼는 주로 Bingham 모델로 해석되고 있다[2-5]. Bingham 모델은 유체의 전단응력이 항복응력보다 작으면 유체는 흐르지 않으며, 항복응력보다 크면 유체의 흐름이 시작되는 것으로 해석한다. 이 때의 점성은 일정하다고 가정하므로 Newton 유체의 특성을 지닌 것으로 간주할 수 있다. Bingham 모델은 실지 유체의 유동을 정확하게 표현하지는 못하지만, Newton 유체와 유사하며 비교적 해석이 간단하여 널리 사용되어 왔다. 그러나 빙햄 모델은 센 전기장/자기장이 인가되거나 댐퍼가 고속에서 작동되면 적절하게 댐퍼의 감쇠력을 설명하지 못한다. 이와 같이 높은 전단변형율(shear rate)와 센 전기장/자기장이 인가되는 조건인 경우, ER 및 MR 유체의 항복 후 특성은 전단 희박(shear thinning) 또는 전단 농후(shear thicken- ing) 유변 특성을 보이는 것으로 알려져 있다[6,7]. 그런데 항복 후, 일정하다고 가정한 Bingham 모델의 점성을 전단 속도비의 지수 함수에 비례하는 급수함수(power law)로 정의한 Herschel-Bulkley 모델을 사용하면, 유동 거동 지수(flow behavior index) 값에 따라 전단 농후, Bingham, 희박 특성을 모두 해석할 수 있다. 그리고 Bingham 모델은 유동거동지수가 1인 Herschel-Bulkley 모델의 특수한 경우이다. 그러므로 Herschel-Bulkley 모델은 빙햄 모델을 포함하여 전단 희박 및 농후 특성도 해석할 수 있으므로 보다 일반적인 해석 모델이라 할 수 있다[8,9].

그러나 Herschel-Bulkley 모델에 포함된 유동 거동 지수는 댐퍼의 감쇠력 등을 해석할 때 복잡한 급수함수의 다항식을 야기한다. 댐퍼를 제어 시스템에 사용할 때 빠른 응답속도는 매우 중요한 변수 중의 하나이므로 다항식의 근을 필요할 때마다 구하는 것은 실용적이지 못하다.

그리고 설계 초기 단계에서 댐퍼의 감쇠력을 예측할 수 있다면 댐퍼의 각종 치수를 결정할 수 있으므로 매우 유용할 것이다. 일반적으로 감쇠력은 사용하는 유체의 종류와 인가되는 전압 또는 전류 크기 및 댐퍼의 치수에 따라 다르다.

그러므로 본 논문에서는 Herschel-Bulkley 모델의 활용성을 높일 수 있는 실용적인 방법을 제안하고자 한다. 즉 유동 모드 댐퍼(flow mode damper)의 감쇠력 등을 구할

* 대구대학교 자동차 · 산업 · 기계공학부
E-mail : dylee@daegu.ac.kr
Tel : (053) 850-6681, Fax : (053)850-6689

** 울산대학교 기계 · 자동차공학부

때 필요한 변수의 값을 댐퍼의 입력 속도에 대하여 미리 표로 만들어 두어 필요할 때 바로 사용한다면 응답 속도 지연을 고려하지 않아도 될 것이다. 이 방법은 실지 댐퍼에서 얻어지는 감쇠력과 이 변수와의 적절한 상관계수를 고려할 수 있다면 제어 시스템에 사용되는 ER 및 MR 댐퍼의 정확도를 향상시킬 수도 있을 것이다.

2. 이론적 배경

2.1 MR 댐퍼

다음의 Fig. 1은 유동 모드 MR 댐퍼의 외형도이다.

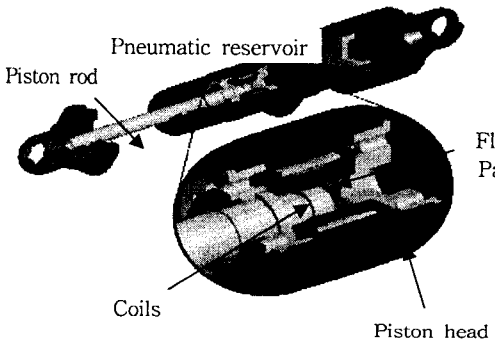

Fig. 1 Configuration of MR shock absorber

오리피스관(annular orifice)을 통과하는 MR 유체의 특성을 인가되는 전류 변화에 따른 자기장의 세기를 조정함으로써 감쇠력의 크기를 조절할 수 있다. 감쇠력은 MR 유체가 자극 틈새로 흐를 때 발생되는 압력 강하로 표현된다. Fig. 2는 정상 상태에 도달한 자극 틈새의 MR 유체 속도 분포를 나타낸 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 영역 1 및 3은 항복 후 영역(post-yield region)으로 유체의 전단응력의 크기가 항복응력보다 큰 영역이며, 영역 2는 항복 전 영역(pre-yield region)으로 유체의 전단응력이 항복응력보다 작은 플럭(plug) 유동 영역을 나타낸다.

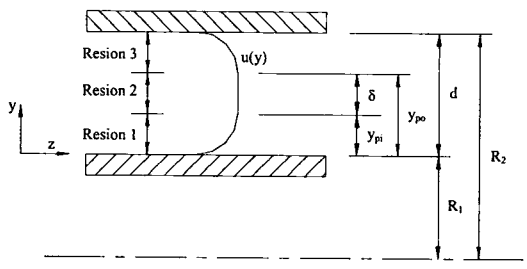

Fig. 2 Velocity profile

일차원 유동의 경우 하중 평형조건으로부터 얻어지는 지배방정식은 다음 식(1)과 같이 근사화될 수 있다.

$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{\triangle P}{L} \tag{1}$$

여기서, $\triangle P$는 압력차, L은 유효 자극의 길이, τ는 전단응력을 말한다. Herschel-Bulkley 모델에 의한 전단응력과 전단변형율 du/dy 와의 관계는 다음 식(2)와 같다.

$$\tau = \tau_y \,\mathrm{sign}\left(\frac{du}{dy}\right) + K\left[\frac{du}{dy}\,\mathrm{sign}\left(\frac{du}{dy}\right)\right]^n \mathrm{sign}\left(\frac{du}{dy}\right) \tag{2}$$

여기서, 전단응력 $|\tau|$ 가 항복응력 $|\tau_y|$ 보다 커야만 유체의 유동이 시작된다. 여기서 지수 n은 유동거동지수, K는 일치율(consistency index)이다. 유동거동지수 n의 크기에 따라 전단 농후 및 전단 희박 특성을 해석할 수 있다. 즉 (1) $n>1$: 전단 농후 특성, (2) $n=1$: Bingham 특성, (3) $n<1$: 전단 희박 특성을 표현한다.

2.2 유량과 감쇠력

자극 사이의 속도 및 전단응력 분포는 경계 조건, 각 영역 경계에서의 속도 일치 조건 및 대칭 조건들로부터 구할 수 있다. 각 영역의 속도를 적분하면 자극 사이를 흐르는 전유량 Q_d는 다음과 같이 식 (3)으로 표현된다.

$$Q_d = \frac{bdn}{2n+1}\left(\frac{\triangle P}{KL}\right)^{\frac{1}{n}}\left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}}(1-\bar{\delta})^{\frac{n+1}{n}}\left(1+\frac{n}{n+1}\bar{\delta}\right) \tag{3}$$

여기서, b는 자극 중심의 원주 방향 길이, d는 자극 틈새, $\bar{\delta}$는 δ/d로 항복 전 영역의 플럭 두께(plug thickness)와 자극 틈새와의 비로 무차원 플럭 두께(non-dimensional plug thickness)이다.

댐퍼에서 얻어지는 출력은 입력에 대한 감쇠력이다. 댐퍼 실린더 내의 전체 유량은 단면적과 피스톤의 속도의 곱인 $A_p \cdot v_p$이며, 식 (3)과 그 크기가 같아야 한다. 식 (3)에서 압력차 $\triangle P$는 감쇠력 F를 피스톤의 단면적 A_p로 나눈 값이 되므로 감쇠력은 다음과 같은 식 (4)를 얻을 수 있다.

$$F = \left(\frac{2n+1}{bdn}\right)^n\left(\frac{2A_p}{d}\right)^{n+1}\frac{KL}{(1-\bar{\delta})^{n+1}\left(1+\frac{n}{n+1}\bar{\delta}\right)^n}v_p^n \tag{4}$$

2.3 무차원 플럭 두께

한편 영역 2의 양 경계에서의 전단 응력은 τ_y이므로 이

를 활용하면 또 다른 무차원 플럭 두께에 관한 식 (5)를 유도할 수 있다.

$$\bar{\delta} = \frac{2L\tau_y}{|\Delta P|d} \tag{5}$$

ER 및 MR유체를 작동 유체로 사용하는 댐퍼의 감쇠력은 식(4)로 구할 수 있다. 댐퍼 양단의 압력강하량을 측정하고 유체의 항복응력을 알면 식 (5)로 무차원 플럭 두께를 구할 수 있으므로 피스톤의 입력 속도 v_p에 대한 댐퍼의 감쇠력을 구할 수 있다. 이와 같은 방법은 항상 압력강하량을 알아야 함을 의미하므로 실용적이지 못하다.

식(4)와 식(5)의 관계로부터 무차원 플럭 두께에 대한 다음의 식(6)을 얻을 수 있다.

$$(1-\bar{\delta})^{n+1}\left(1+\frac{\bar{\delta}n}{n+1}\right)^{n+1}-\left[\frac{2(2n+1)}{n}\right]^{n}\frac{\bar{\delta}}{B_i^{(n)}}=0 \tag{6}$$

여기서, $B_i^{(n)}$은 일반화된 Bingham 수(generalized Bingham number)로 다음과 같이 정의된다.

$$B_i^{(n)} = \frac{\tau_y}{K\left(\frac{v_p}{d}\right)^n} \tag{7}$$

유체의 특성으로부터 얻어지는 변수인 항복응력, 일치율을 알면, 특정한 치수를 갖는 댐퍼에서 주어진 피스톤 입력 속도에 대하여 식(6)을 수치해석적으로 무차원 플럭 두께를 구할 수 있다. 다음의 Fig. 3은 일반화된 Bingham수에 대하여 유동 거동 지수 n=0.9, 1.0, 1.1인 경우의 무차원 플럭 두께를 그린 그림이다.

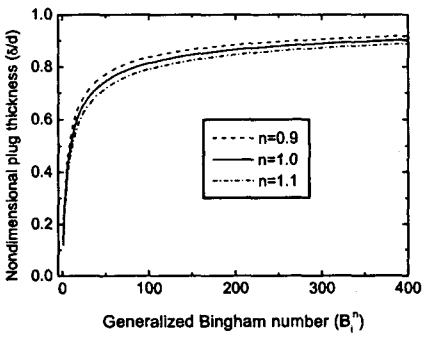

Fig. 3 Nondimensional plug thickness versus generalized Bingham number

위 Fig. 3에서 유동 거동 지수 값이 증가하면 무차원 플럭 두께의 값은 감소함을 알 수 있다. 이는 유동 거동 지수가 증가하면 식 (5)에서 동일한 항복 전단 응력에 대하여 압력 강하가 더 크게 발생함을 의미한다.

일반화된 Bingham 수인 식 (7)에서 피스톤의 입력 속도만 가변 변수이므로 특정한 치수의 댐퍼와 ER 및 MR 작동 유체에 대한 무차원 플럭 두께를 수치해석적으로 구하여 이를 Table화한다면 다양한 피스톤 입력 속도에 대하여 식 (4)로 댐퍼의 감쇠력을 구할 수 있다.

이로부터 ER 및 MR 유체 제조업체의 자료에서 인가되는 전류 또는 전압의 크기에 따른 전단응력의 크기를 유체를 사용하였을 때, 피스톤 입력 속도에 대한 감쇠력을 시간 지연 없이 즉시 구할 수 있음을 확인할 수 있다. 그러므로 댐퍼의 각종 치수 결정은 물론 시스템에 필요한 감쇠력을 얻을 수 있는 적절한 유체를 선정할 수 있으며, 해석에 따른 응답 지연을 고려하지 않아도 되므로 제어 시스템에 활용할 가능성을 높일 수 있을 것으로 사료된다.

4. 결론

본 논문에서는 ER 및 MR 유체의 유변 특성을 보다 폭넓게 해석할 수 있는 Herschel-Bulkley 모델을 유동 모드 댐퍼에 적용하여 감쇠력을 유도하였다. 널리 사용되고 있는 Bingham 모델은 Herschel-Bulkley 모델의 유동 거동 지수가 1인 특수한 경우이므로 Herschel-Bulkley 모델이 보다 일반적인 모델이라 할 수 있다. 그러나 Herschel-Bulkley 모델에 의한 댐퍼의 감쇠력은 다항식의 급수합수를 포함하고 있어 시간응답 성능이 중요한 제어 시스템에 사용하는데 한계가 있을 수 있다. 본 논문에서 제안한 바와 같이 일반화된 Bingham 수를 도입하여 유도한 무차원 플럭 두께를 수치해석적으로 특정한 유체와 댐퍼 치수에 대하여 table화하면 해석 과정에서의 응답 지연을 고려하지 않아도 될 것이므로 그 활용성을 높일 수 있을 것으로 판단된다. 그리고 실지 댐퍼의 감쇠력과 해석에서 얻어진 감쇠력과의 상관 관계를 얻을 수 있는 적절한 상관계수를 구한다면 제어시스템에 사용하는 ER 및 MR 유체 댐퍼의 정확성이 증가될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

(1) Hong, S. R., Choi, S. B., Jung, W. J. and Jeong W. B., 2002, "Vibration Isolation of Structural Systems Using Squeeze Mode ER Mounts," Journal of Intelligent Material systems and Structures, Vol. 13, July/August, pp. 421~424.

(2) Duclos, T. G., 1988, "Design of Devices Using Electrorheological Fluids," *SAE* Paper 881134, pp. 2.532~

2.536.

(3) Stanway, R., Sproston, J. L., and El-Wahed, A. K., 1996, "Application of Electrorheological Fluids in Vibration Control: A Survey," *Smart Materials and Structures*, 5(4), pp. 464~482.

(4) 이우섭, 김도현, 전도영, 허남건, 1999, "자기장 및 유동 해석을 이용한 자기유변 클러치의 성능 예측 및 검증," 대한기계학회 추계학술대회논문집 A, pp. 891~896.

(5) 윤신일, 박근효, 한상보, 2003, "전기점성유체와 압전 세라믹을 이용한 복합구조물의 진동제어," 한국소음진동공학회논문집, 제13권 제8호, pp. 612~618.

(6) Bayer AFG, 1997, Rheobay Electrorheological Fluid: Provisional Product Information.

(7) Lord Cooperation, 1999, Rheonetic Products; Magneto-Rheological Fluids, MRF-132LD Fluid.

(8) 이덕영, 황우석, 2000, "Herschel-Bulkley 모델에 의한 전기 및 자기장 유체 댐퍼의 준안정 상태 댐핑력 해석," 한국소음진동학술대회 춘계논문집 II, 2000.6.22~6.24., pp. 1298~1302.

(9) 안영공, 2003, "MR 유체를 이용한 스퀴즈 모드형 마운트의 동특성," 한국소음진동공학회논문집, 제13권 제6호, pp. 490~495.