

비구속형 점탄성 제진층을 갖는 보의 제진층 길이 최적화 Length Optimization for Unconstrained Visco-elastic Damping Layer of Beams

이두호*·황우석**

Doo-Ho Lee, Woo-Seok Hwang

Key Words : Length Optimization(길이 최적화), Unconstrained Damping Layer(비구속 제진층), Loss Factor(손실 계수), Viscoelastic Material(점탄성 물질), Fractional Derivative Model(유리미분모델)

ABSTRACT

Length of an unconstrained viscoelastic damping layer on beams is determined to maximize loss factor using a numerical search method. The fractional derivative model can describe damping characteristics of the viscoelastic damping material, and is used to represent nonlinearity of complex modulus with frequencies and temperatures. Equivalent flexural rigidity of the unconstrained beam is obtained using Ross, Ungar, Kerwin[RUK] equation. The loss factors of partially covered unconstrained beam are calculated by a modal strain energy method. Optimal lengths of the unconstrained viscoelastic damping layer of beams are obtained with respect to ambient temperatures and thickness ratios of beam and damping layer.

- 기호설명 ————
- $\alpha(T)$: 온도에 따른 이동계수(shift factor)
 - b : 설계변수
 - E^* : 복소 영의 계수(complex modulus)
 - ϵ : 변형율(strain)
 - f : 주파수(frequency, Hz)
 - H_1 : 보의 두께
 - H_2 : 제진층의 두께
 - h : 보와 제진층 두께비(= H_2/H_1)
 - η : 손실계수(loss factor)
 - i : 단위허수(= $\sqrt{-1}$)
 - K : 강성행렬(stiffness matrix)
 - M : 질량행렬(mass matrix)
 - ρ : 밀도
 - T : 온도(temperature)
 - t : 시간(time)
 - σ : 응력(stress)
 - U : 탄성변형 에너지
 - x : 변위(displacement)

공진점 부근에서의 진동 진폭의 크기는 공진모드의 감쇠의 크기에 의해서 크게 영향을 받는다. 구조물 내부의 손실계수가(loss factor) 크지 않고, 공진을 피할 수 없는 경우에, 진동의 제어가 필요하며, 이러한 경우 박막의 가진기 등을 이용한 능동진동제어기법과, 손실계수가 매우 큰 점탄성 물질을 구조물의 표면에 부착시켜 진동 진폭을 줄이는 수동적인 진동제어 방법이 많이 쓰이고 있다. 점탄성 물질(viscoelastic material)을 이용한 수동적 진동제어 방법은 경제적으로 비용이 적게 들 뿐만 아니라, 신뢰성면에서도 우수하기 때문에 많이 이용되고 있다.

구조물의 표면에 점탄성 층을 부착하여 진동을 저감 시키는 방법은 구속제진층(constrained damping layer)을 이용하는 방법과 불구속 제진층(unconstrained damping layer)을 이용하는 방법으로 나눌 수 있다. 구속 제진층은 모재에 점

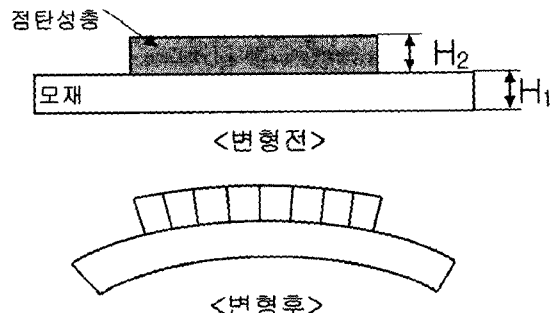


Fig. 1 Unconstrained viscoelastic damping layer on a beam

1. 서론

구조물의 공진은 큰 진동을 일으키며, 구조물의

* 동의대학교 기계공학과

E-mail : dooho@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1658, Fax : (051) 890-2232

** 대구대학교 자동차/산업/기계공학부

탄성 층을 부착하고 그 위에 얇은 구속층을 돕으로써 점탄성 층이 전단변형을 받을 때 진동에너지가 소산되는 것을 이용한 것이며 비구속 제진층은 [Fig. 1]과 같이 구조물에 점탄성 재료를 피복하고 모재가 변형할 때 굽힘 변형을 하게 되고, 제진층의 굽힘변형시 에너지의 소산이 일어난다. 일반적으로 구속형 제진층이 에너지의 감쇄 효율이 크지만 비구속형 제진층이 저비용으로 제진처리를 할 수 있기 때문에 자동차 등의 플로어 등에 많이 쓰이고 있다.

제진층이 부착된 구조물을 해석하고 제진층 부착위치를 최적화하려는 노력은 적지 않은 연구자의 관심 영역으로 자리를 잡았다. 제진층을 구성하는 점탄성 물질의 감쇠특성은 복잡한 분자구조에 따라 온도와 가진 주파수에 따라 크게 변하며 점탄성 제진층을 갖는 보의 운동해석시 이에 대하여 고려는 필수적이라고 할 수 있다. 그러나 점탄성 제진층이 부착된 보에서 제진층의 부착길이와 위치를 최적화하는 많은 연구는 점탄성 물질의 특성을 일정하다고 가정하거나^(1,2,4-9) 주파수에 따른 강성계수 및 감쇠의 변화를 고려하여도^(3,10,11) 온도의 변화에 따른 특성을 고려한 경우는 거의 없다.

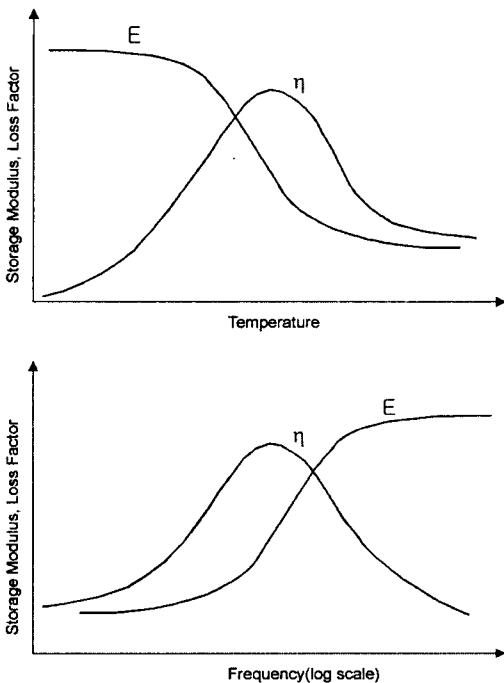


Fig. 2 Storage modulus and loss factor of a typical viscoelastic material with frequency and temperature

본 연구에서는 비구속 점탄성 제진층을 갖는 보의 경우에 있어서 주파수와 온도의 영향을 고려하여 최대 손실계수를 갖도록 제진층의 길이를 최적화하는 방법을 제시한다.

2. 비구속 제진층 보의 해석

2.1 점탄성 물질의 모델링

천연고무, 합성수지, 접착제 등과 같은 점탄성 물질은 복잡한 구조의 폴리머로 이루어져 있다. 이러한 폴리머 계열의 물질들은 조화성분의 외력을 가하는 경우 발생된 응력과 변형은 시간 또는 위상 지연을 갖는 점탄성(visco-elastic)적인 성질을 갖는다. 점탄성 물질의 응력-변형을 관계는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\sigma = E\varepsilon + \frac{E\eta}{|\omega|} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이며, σ, ε, E 는 각각 응력, 변형, 탄성계수이고 ω, t 는 각각 주파수와 시간이다. 식(1)은 조화응답을 가정하는 경우 $d\varepsilon/dt = i\omega\varepsilon$ 으로 쓸 수 있으므로 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\sigma = E^* \varepsilon = E(1 + i\eta)\varepsilon \quad (2)$$

여기서 E^*, E, η 는 각각 복소계수(complex modulus), 저장계수(storage modulus)와 손실계수(loss factor)이다.

식(2)로 표현되는 점탄성 물질의 복소계수와 손실계수는 많은 환경인자의 영향을 받는다. 많은 환경인자 중에서 점탄성 물질의 온도와 조화가진 주파수는 점탄성 물질의 저장계수와 손실계수에 크게 영향을 미쳐서 반드시 고려해야 할 인자이다. 온도와 주파수에 따른 저장계수와 손실계수의 일반적인 변화경향은 [Fig. 2]와 같다. 온도와 주파수가 점탄성 물질의 감쇠 특성에 미치는 영향은 유사하여 온도의 영향은 주파수의 영향으로 환산하여 계산할 수 있다는 온도-주파수 중첩원리(temperature-frequency superposition principle)가 성립하므로 다음과 같은 관계식이 성립한다⁽¹⁴⁾.

$$E^*(f_1, T_1) = E^*(f_2 \alpha(T_2)) \quad (3)$$

여기서 $\alpha(T)$ 는 이동계수(shift factor)이고 $f\alpha(T)$ 를 환산주파수(reduced frequency)라고 한다. 그러므로 점탄성 물질의 저장계수와 손실계수는 환산주파수, $f\alpha(T)$ 를 이용하면 온도 및 주파수에 따른 복소계수의 특성을 쉽게 표현할 수 있다. 대부분의 점탄성 물질에서 $\log \alpha(T)$ 와 $1/T$ 는 비례하는 관계를 보이는 것으로 알려져 있고 다음과 같이 표현할 수 있다⁽¹²⁾.

$$\log(\alpha(T)) = d_1 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (4)$$

위식에서 d_1 은 비례상수이고 T_0 는 임의의 기준온도이다.

환산주파수의 변화에 따른 점탄성 물질의 복소계수는 일차 유리미분모델(fractional derivative model)^(12, 16)을 이용하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma(t) + c_1 D^\beta \sigma(t) = a_1 \varepsilon(t) + b_1 D^\beta \varepsilon(t) \quad (5)$$

여기서

$$D^\beta \sigma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\sigma(\tau)}{(t-\tau)^\beta} d\tau$$

또, a_1, b_1, c_1, β 는 상수이고 $\Gamma(x)$ 는 감마함수(Gamma function)이다. 조화응답을 가정하면 식(5)의 모델은 주파수영역에서 다음과 같이 간단하게 표현될 수 있다.

$$\sigma = \frac{a_1 + b_1(i\omega)^\beta}{1 + c_1(i\omega)^\beta} \varepsilon = E^* \varepsilon \quad (6)$$

여기서 ω 는 각속도를 의미한다. 식(6)에서 각속도를 환산주파수로 표시하면 점탄성 물질의 복소계수는 다음과 같이 일반적으로 표현될 수 있다.

$$E^* = E(1 + i\eta) = \frac{a_1 + b_1(i2\pi f\alpha(T))^\beta}{1 + c_1(i2\pi f\alpha(T))^\beta} \quad (7)$$



Fig. 3 Finite element of a beam

그러므로 상수 a_1, b_1, c_1, β 를 알고 있다면 점탄성 물질의 감쇠특성을 주파수 및 온도에 따라서 쉽게 기술할 수 있다. 식(7)에 나타나는 상수 a_1, b_1, c_1, β 는 보통 Oberst 보를 이용한 감쇠특성 시험을 여러 환경에 대하여 행한 다음 커브 피팅을 통하여 결정할 수 있다⁽¹²⁾.

2.2 제진층을 갖는 보의 해석

점탄성 층을 갖는 보의 해석방법은 많은 연구자들에 의해 개발되어 왔다. 그 중에서 간단하면서도 정확한 해석으로 가장 많이 쓰이는 방법이 Ross, Ungar, Kerwin(RUK) 등에 의해 제안된 등가 강성법이다^(12, 14). RUK 식에 의하면 점탄성 층의 저장 계수, 손실계수가 각각 E_2, η_2 이고 보의 탄성계수, 손실계수, 이차면적모멘트가 각각 E_1, η_1, I_1 일 때, 등가의 복소 처짐 강성(flexural rigidity) $(EI)^*$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{(EI)^*}{(E_1 I_1)^*} = 1 + e^* h^3 + 3(1+h)^3 \frac{e^* h}{1 + e^* h} \quad (8)$$

여기서 $h = H_2/H_1$, $e^* = E_2^*/E_1^*$ 이다. 식(8)을 이용하면 점탄성 제진층이 부착된 보의 등가 강성(storage modulus)과 등가 손실계수를 계산할 수 있다.

[Fig. 1]과 같이 제진층을 포함하는 구조계를 유한요소(finite element)로 모델링하면, 점탄성 제진층을 갖는 부분은 식(8)에 의해서 정의되는 등가 강성을 갖는 보 요소(beam element)로 모델링 되고, 점탄성 제진층을 갖지 않는 부분은 별도의 강성을 갖는 보로 모델링 할 수 있게 된다. [Fig. 2]와 같이 처짐과 회전변위를 갖는 보요소를 고려하고 전단변형에너지를 무시하면 요소질량행렬과 요소강성행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다⁽¹⁵⁾.

$$[M_e]_{ij} = \int_{x_i}^{x_j} \rho A N_i N_j dx \quad (9)$$

$$[K.]_y = \int_0^1 E I N_i'' N_j'' dx \quad (10)$$

위식에서 N 은 보간함수(shape function)이고 ρ, A 는 각각 밀도와 보의 단면적이다.

유한요소법의 절차에 따라 구성된 계의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (11)$$

여기서 $[M], [K]$ 는 각각 질량행렬(mass matrix)과 강성행렬(stiffness matrix)이고, $\{x\}, \{f\}$ 는 각각 변위벡터와 외력벡터이다. 구조계가 등가강성을 갖는 보로 이루어져 있고 점탄성 층을 포함하는 경우 강성행렬, $[K]$ 는 복소수 값이 되며 손실계수와는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$[K] = [K_{real}] + i[K_{imag}] = [K_{real}](1 + i\eta) \quad (12)$$

위식에서 $(\)_{real}, (\)_{imag}$ 는 각각 실수부와 허수부를 의미한다. 조화운동을 가정하면 식(11)로 표현되는 계의 고유값문제는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K]\{X\} = \zeta[M]\{X\} \quad (13)$$

위식에서 $\{X\}$ 는 고유벡터(eigenvector)이고 $\zeta (= \omega^2)$ 는 고유값(eigenvalue)이다. 식(13)으로 정의된 고유값문제를 풀면 계의 고유진동수와 고유벡터를 알 수 있다. 식(13)으로 표현된 고유값문제는 점탄성 층의 영향으로 구성된 강성행렬은 복소 강성계수가 주파수의 함수가 되어 비선형 방정식이 된다. 그러나 점탄성 물질의 복소 강성계수가 변위에 무관하다고 가정하면 다음과 같은 축차과정을 통하여 고유값 문제를 풀 수 있다.

Step I) 주변 온도가 주어졌을 때 초기 주파수 f_0 를 가정한다.

Step II) 식(7)을 이용하여 주어진 온도와 f_0 에서 점탄성 제진재의 복소강성을 계산한다.

Step III) 점탄성 제진재가 처리된 부분의 등가강성을 식(8)을 이용하여 계산한다.

Step IV) Step III에서 구한 등가 강성값을 이용하여 강성행렬을 구성하고 식(13)의 고유값 문제를 풀어 고유진동 주파수를 계

산한다.

Step V) 고유주파수의 변화율, 점탄성 제진재의 복소강성값 등이 수렴하는지를 검토하여 수렴하지 않으면 계산된 고유주파수 값을 f_0 로 하여 Step II~IV를 반복한다.

[Fig. 1]과 같이 부분적인 부위에 제진층이 부착되어 있는 경우 제진층에서 얼마나 많은 에너지가 소산되는지에 대한 척도는 손실계수이다. 특정 고유모드에 대한 손실계수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\eta_n = \frac{\sum_{j=1}^m \eta_j U_j}{\sum_{j=1}^m U_j} \quad (14)$$

위식에서 η_n 은 n 번째 고유모드의 손실계수이고, m 은 유한요소의 개수, η_j 은 j 번째 요소의 손실계수이고, U_j 는 j 번째 요소의 최대 변형 에너지이다. 식(14)의 최대 변형에너지를 정확히 구하기 위해서는 식(13)의 복소 고유값 문제를 풀어야 한다. 하지만 복소 고유값 문제는 계산 비용이 크게 높아지게 된다. 그러므로 감쇠가 크지 않은 경우, 감쇠계의 고유진동수와 고유모드는 비감쇠계의 고유진동수와 고유모드와 같다고 가정할 수 있고, 결과적으로 식(13)의 고유값 문제는 허수부의 강성행렬을 무시하고 실수 고유값 문제를 풀어 각 모드의 모드변형에너지(modal strain energy)를 사용하여 각 모드의 손실계수를 구하는 것이 일반적이다⁽¹⁵⁾. 그러므로 본 연구에서는 모드변형에너지법을 사용하여 모드의 손실계수를 계산한다.

3. 점탄성 제진층 길이 최적화

손실계수는 공진점 부근에서 계의 응답크기에 크게 영향을 미치므로 표면 제진층을 이용하여 진동을 제어하기 위해서는 각각의 모드 손실계수를 최대한 크게 하는 것이 필요하다. 본 장에서는 비구속 점탄성 제진층을 갖는 비구속형 보의 제진층 길이를 최대 손실계수를 갖도록 설계하는 방법을 간단한 예제를 통하여 설명한다.

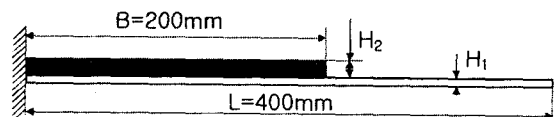


Fig. 4 An unconstrained damping layer problem

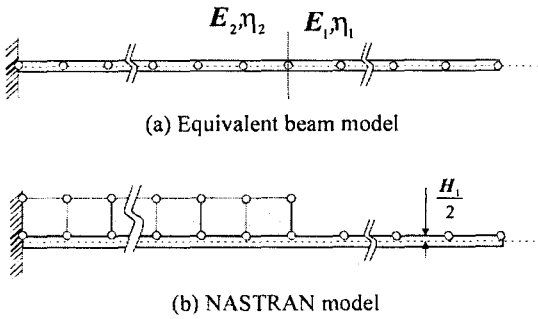


Fig. 5 Finite element models of beam

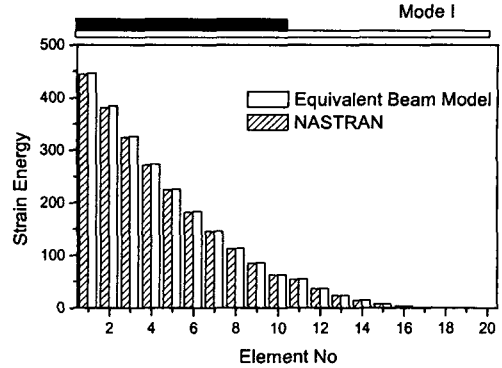


Fig. 7 Comparison of element strain energies in the first mode of the beam problem

3.1 비구속 감쇠층 보의 유한요소 해석

[Fig. 4]와 같은 비구속형 보를 고려한다. 보의 좌측은 완전지지(clamped)되어 있으며 우측은 자유단 상태이다. 점탄성 제진 물질은 LD-400으로 구성되어 있고 보의 재질은 알루미늄이다. LD-400은 제진용 타일로 구성되어 표면에 부착하는 방식으로 제진층을 형성할 수 있다. LD-400의 복소 강성계수와 이동계수는 유리미분모델을 이용하면 다음과 같이 표현될 수 있다⁽¹²⁾.

$$E^* = \frac{338.2 + 2485.0[i \cdot f\alpha(T)]^{0.47}}{1 + 0.12[i \cdot f\alpha(T)]^{0.47}} \text{ MPa} \quad (15)$$

$$\log[\alpha(T)] = 12222 \left(\frac{1}{T(^{\circ}\text{C}) + 273} - \frac{1}{288.6} \right) \quad (16)$$

식 (15)과 (16)을 이용하면 특정주파수와 온도에 대하여 LD-400의 저장강성계수와 손실계수를 알 수 있고, 식(8)에 의하여 비구속형 보의 등가 강성

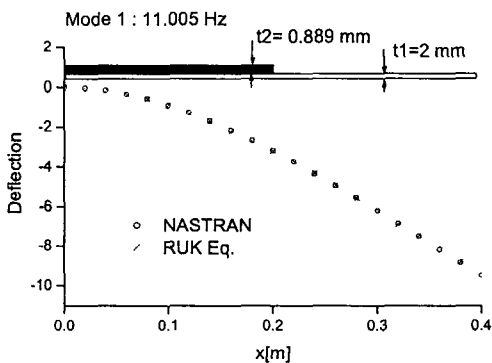


Fig. 6 The first mode shape of the beam problem

[Table 1]. Material properties of the beam problem

	Al	LD-400
E	69 GPa	식(16)
η	0.001	식(16)
$\rho[\text{kg/m}^3]$	2760	1524
H[mm]	2	0.889
$T[^{\circ}\text{C}]$	-	15.6

[Table 2]. Comparison of eigenvalues and loss factors

Model	Mode 1	
	Frequency(Hz)	Loss Factor
등가 보요소	11.005	9.163E-2
NASTRAN	10.971	9.035E-2
Ratio[%]	100.31	101.4

을 계산할 수 있다.

등가 강성을 갖는 보의 손실계수를 계산하기 위하여 보를 Hermite 3차 보간함수를 갖는 이차원 유한요소 프로그램을 개발하고 보를 20개의 보요소를 사용하여 모델링하여 식(13)의 고유값 문제를 축차과정을 반복하여 풀었다. 이 때 보의 물성값은 [Table 1]에 정리하였다. 또 고유값 문제의 해를 이용하여 첫번째 모드에서 계의 손실계수를 식(14)를 이용하여 계산하였다. 해석 결과의 정확성을 확인하기 위하여 MSC/NASTRAN을 이용한 해석결과와 비교하였고, 결과를 [Table 2]에 정리하였다. NASTRAN의 경우 주파수에 대하여 비선형으로 변화하는 탄성계수를 모델링하는 기능이 탑재되어 있지 않으므로 개발된 프로그램에서 결과로 출력된 고유주파수에서의 물성값을 입력으로 사용하였다. 또, [Fig. 5(b)]와 같이 점탄성 물질은 CQUAD4 사각형요소를 사용하고 보는 CBAR 요소

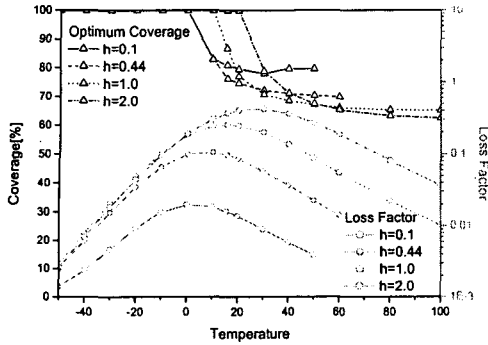


Fig. 8 Optimum coverage of the beam problem with ambient temperatures for the first mode

를 보의 두께의 1/2 만큼 이동(offset)시켜 모델링 하였다. [Fig. 6]에 첫번째 모드의 형상에 대하여 비교하여 그렸다. 두 해석 결과는 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 손실계수의 계산에는 각 요소의 변형 에너지가 중요하므로 [Fig. 7]에 각 요소에서의 변형 에너지를 NASTRAN의 결과와 비교하였다. 변형 에너지의 분포도 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

3.2 제진층 길이 최적화

공진점 근처에서 보 구조물의 진동을 최소화하기 위해서는 손실계수를 최대로 하는 것이 좋다. 일반적으로 보 전체에 제진재를 처리하는 것이 가장 간단한 방법이지만 이는 최대의 손실계수가 아닌 경우가 많다⁽¹³⁾. 점탄성 제진층의 두께가 타일 형태로 일정하다고 가정하고 최대의 손실계수를 주는 제진층의 피복 길이를 구하는 문제는 다음과 같은 간단한 최적화 문제로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \eta(b; f, T) \\ & \text{subject to } b_L \leq b \leq b_U \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 b 는 설계변수로 제진층의 피복 길이이고, b_L, b_U 는 각각 설계변수의 하한값과 상한값이다. 식(17)로 정의된 최소화 문제는 수학적계획법에 기초한 수치적 탐색법으로 해를 구할 수 있다.

최대의 손실계수를 주는 점탄성 층의 부착 길이는 구조물의 공진주파수와 주변 공기의 온도에 따라 달라지게 되며 이에 대한 고려가 필요하다. [Fig. 4]와 같은 비구속형 점탄성 제진층을 갖는 보 구조물의 제진층 길이를 최소화할 위하여 범용 최적화 프로그램인 IDESIGN⁽¹⁷⁾을 이용하여 식(17)의

최적화 문제를 풀었다. 보의 유한요소모델은 3.1절의 등가 빔요소 모델과 동일하며 모든 물성값도 동일한 값을 사용하였다. IDESIGN을 구동하기 위한 목적함수의 설계변수에 대한 기술기는 다음과 같은 전진 유한차분법을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial b} = \frac{\eta(b + \Delta b) - \eta(b)}{\Delta b} \quad (18)$$

위 식에서 Δb 는 섭동량을 의미하고 제진층 길이의 0.01%를 사용하였다.

보의 두께를 2mm로 고정하고 제진층의 두께와 주변온도를 변화시켜가면서 최대 손실계수가 되는 제진층의 최적 길이를 첫번째 모드에 대하여 구하고 최적 제진층의 길이와 그 때의 손실계수를 [Fig. 7]이 나타내었다. [Fig. 7]을 살펴보면 최적의 제진층 피복길이는 제진층과 보의 두께 비와 제진층의 온도에 따라서 크게 달라짐을 알 수 있다. 점탄성 물질의 온도가 일정한 온도 이하로 떨어지는 경우 최대의 손실계수를 얻기 위해서는 보의 전 부위에 제진층을 피복하는 것이 최대 손실계수를 얻는 것으로 나타났으며, 또한 일정 천이온도 구간을 지나면 온도가 증가해도 최적의 점탄성층 피복길이는 특정값에 수렴하는 경향을 보인다. 그러나 이와 같은 최적의 피복 길이는 점탄성 물질의 특성과 모드의 형상에 따라 바뀔 수 있음에 유의하여야 한다. 그러므로 진동을 최소화할 관심영역을 정의하고 피복될 점탄성 재료가 결정되면 본 연구에서 진행된 과정을 거쳐서 최적의 피복길이를 결정하는 과정의 반복이 필요하다.

4. 결론

비구속형 점탄성 제진층을 갖는 보에 대하여 유리미분모델을 사용하여 점탄성 물질의 주파수 및 온도에 따른 강성계수 및 손실계수를 표현하고 Ross, Ungar, Kerwin 등이 제안한 등가 강성법을 이용하여 등가 강성 및 손실계수를 갖는 보조소로 모델링하여 고유값 문제를 정의한 후 모드에너지법에 의하여 각 모드의 손실계수를 계산하였다. 계산된 손실계수가 최대가 되도록 하는 점탄성 제진층의 길이를 설계변수로 하는 최적화 문제를 정의하고 유한차분법과 수치적 탐색 알고리즘을 이용하여 최적값을 구하고 손실계수를 최대로 하는 점탄성 제진층의 최적길이가 제진층의 두께 및 주변온도에 따라 크게 달라짐을 확인하였다. 향후의 과제로 제안된 방법을 구속형 제진층을

갖는 보 문제에 대하여 확장하는 연구를 진행할 예정이며 해석적인 설계민감도 해석으로 최적화 과정의 효율을 높이는 작업이 필요하다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R05-2002-000-00475-0) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Plunkett, R. and Lee, C.T., 1970, Length Optimization for Constrained Viscoelastic Layer Damping, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 48, No.1, pp. 150-161.
- (2) Lunden, R., 1979, Optimum Distribution of Additive Damping for Vibration Beams, Journal of Sound and Vibration, Vol. 66, No. 1, pp.25-37.
- (3) Lifshitz, J.M. and Leibowitz, M., 1987, Optimal Sandwich Beam Design for maximum Viscoelastic Damping, Int. J. Solids Structures, Vol. 23, No.7, pp. 1027-1034.
- (4) Suweca, W. and Jezequel, L., 1992, Optimal Structural Design with Damping Constraint Limitations, Int. J. for Numer. Meth. In Engng., Vol. 35, pp. 21-35.
- (5) Hajela, P. and Lin, C.Y., 1991, Optimal Design of Viscoelastically Damped Beam Structures, Appl. Mech. Rev., Vol. 44, No.11, pp. S96-S106.
- (6) 유영훈, 양보석, 1995, "점탄성 제진재를 이용한 비구속형 제진강판의 최적설계에 관한 연구", 한국소음진동공학회지, 제 5 권, 제 4 호, pp. 493-501.
- (7) Roy, P.K. and Ganesan, N., 1996, Dynamic Studies on Beams with Unconstrained Layer Damping Treatment, Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, No. 3, pp.417-427.
- (8) Tropette, P., and Fatemi, J., 1997, Damping of beams. Optimal distribution of cuts in the viscoelastic constrained layer, Structural Optimization, Vol. 13, pp. 167-171.
- (9) Nakra, B.C., 1998, Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping, Journal of Sound and Vibration, Vol. 211, No. 3, pp.449-465.
- (10) Lumsdaine, A. and Scott, R.A., 1998, Shape Optimization of Unconstrained Viscoelastic Layers Using Continuum Finite Elements, Journal of Sound and Vibration, Vol. 216, No.1, pp.29-52.
- (11) Akanda, A. and Goerchius, G.M., 1999, Representation of Constrained/Unconstrained Layer Damping Treatments in FEA/SEA Vehicle System Models: A Simplified Approach, SAE Paper No. 1999-01-1680.
- (12) Jones, D.I.G, 2001, Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons, New York.
- (13) Mead, D.J., 2000, Passive Vibration Control, John Wiley & Sons, New York.
- (14) Nashif, A.D., Jones, D.I.G, and Henderson, J.P., 1985, Vibration Damping, John Wiley & Sons, New York.
- (15) Sun, C.T. and Lu, Y.P., 1995, Vibration Damping of Structural Elements, Prentice Hall, Inc., London.
- (16) Tritz, T., 1996, "Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials, Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, No. 1, pp.103-115.
- (17) Arora, J.S., Tseng, C.H., 1986, IDESIGN User's Manual Version 3.5, Optimal Design Laboratory, The University of Iowa, Iowa.