

구조물 손상 탐지를 위한 시간 영역에서의 SI기법

System Identification in Time Domain for Structural Damage Assessment

이 해 성* · 박 승 근**

Lee Hae Sung, Park Seung Keun

Key Words : System Identification(시스템 확인기법), Regularization(정규화), Time Window

ABSTRACT

This paper presents a system identification (SI) scheme in time domain using measured acceleration data. The error function is defined as the time integral of the least square errors between the measured acceleration and the calculated acceleration by a mathematical model. Damping parameters as well as stiffness properties of a structure are considered as system parameters. The structural damping is modeled by the Rayleigh damping. A new regularization function defined by the L_1 -norm of the first derivative of system parameters with respect to time is proposed to alleviate the ill-posed characteristics of inverse problems and to accommodate discontinuities of system parameters in time. The time window concept is proposed to trace variation of system parameters in time.

기 호 설 명

x_c : 감쇠변수, x_s : 강성변수, \tilde{a} : 계산가속도, \bar{a} : 측정가속도,
 d_w : window의 크기, Π_R : 정규화 함수, λ : 정규화 계수,
 $\|\cdot\|_2$: vector의 2-norm, $\|\cdot\|_1$: vector의 1-norm

1. 서 론

지진 발생 후에 신속하게 구조물의 안전성을 평가하는 것은 사회 기반 시설의 기능성이나 사용성을 평가하는데 있어서 매우 중요하다. 지진이 발생한 동안에 측정된 가속도를 이용하여 지진에 의해 야기된 구조물의 손상을 탐지할 수 있다면 사회 기반 시설의 빠른 복구에 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 구조물의 동적 응답을 이용하는 SI기법으로는 모드 형상과 고유 진동수를 이용하는 모드 접근법이 널리 사용되어 왔다. 그러나, 실제 측정할 수 있는 모드 형상과 고유 진동수는 저차 모드에 국한되어 있고, 일반적으로

로 저차 모드는 국부적인 손상에 민감하지 않기 때문에 모드 접근법에 의하여서는 손상을 탐지하기가 어렵다. 이러한 단점을 해결하고 보다 정확히 손상을 탐지하기 위하여 측정 가속도를 이용한 SI기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 측정 가속도와 수학적 모델에 의한 계산 가속도의 최소 차승오차에 대한 시간 적분을 오차함수로 사용한다. 구조물 감쇄로서 Rayleigh damping 모델을 사용하며, SI문제의 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 기법을 사용한다. L_1 -truncated singular value decomposition (TSVD)이 L_1 -Regularization함수를 포함한 오차함수를 최적화하기 위하여 적용된다. 그리고 시간에 따른 시스템 변수의 변화를 추정하기 위하여 Time Windowing Technique이 소개된다. 그리고 예제를 통하여 제안된 방법의 유효성과 정확성을 검증한다.

2. 시간 영역에서의 변수 추정 기법

구조물의 이산화된 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$Ma + C(x_c)v + K(x_s)u = -Ma_g \quad (1)$$

식(1)에서 주어진 운동방정식을 시간에 대하여 적분하기 위하여 Newmark- β 방법을 사용한다. 구조물의 강성도 및 감쇄 특성이 SI 기법에서의 미지수가 된다. 시스템 변수가 시간에 따라서 변하지 않는 경우에는 다음과 같은 최소화 문제를 통하여 시스템 변수를 추정한다.

* 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수
E-mail : chslee@plaza.snu.ac.kr
Tel: (02) 880-8740, Fax: (02) 887-0349

** 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정

$$\text{Min}_x \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt \text{ subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (2)$$

시간에 따라서 시스템 변수가 변하는 경우에 시스템 변수의 추정을 위하여 time windowing technique을 제안한다. 그림 1.은 time window의 개념을 보여준다. Time windowing technique에서는 time window라고 불리는 일정한 time interval 안에서 시스템 확인기법이 순차적으로 진행된다. 이 개념을 적용하기 위해서 위의 목적함수는 다음과 같이 재 정의 된다.

$$\text{Min}_x \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}(t)) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt \text{ subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}(t)) \leq 0 \quad (3)$$

Time window안에서의 시스템 변수 값은 일정하다고 가정한다. 그리고 시간 t일때 추정된 시스템 변수를 그 시간의 시스템 변수라고 가정한다. 시간에 따라서 time window가 앞으로 진행을 하고 그때마다 시스템 변수를 추정함으로써 시스템 변수의 시간에 따른 변화를 추정할 수 있다.

3. L_1 -Regularization

최소화 문제로 정의되는 변수 추정 기법은 해의 비 유일성, 비 존재성, 불연속성 등의 수치적 불안정성을 갖고 있는 역해석 문제이다. 이러한 불안정성 때문에 식(2)와 식(3)에서 정의된 최적화 문제가 의미 없는 결과를 주거나 혹은 최적화 과정에서 해가 발산할 가능성이 있다. 단순히 시스템 변수에 구속조건을 가해줌으로써 역해석 문제의 불안정성을 극복하려는 시도가 있었지만 많은 연구자들에 의하여 구속조건을 가해주는 것이 의미 있고 최적화 과정에서의 안정성을 보장해 줄 수 없다는 것이 밝혀졌다.

Tikonov에 의해 제안된 정규화 기법이 역해석 문제의 불안정성을 극복하기 위하여 널리 이용된다. 이 기법에서는 원래의 목적함수에 positive definite한 정규화 함수를 더하여 새로운 목적함수를 정의한다.

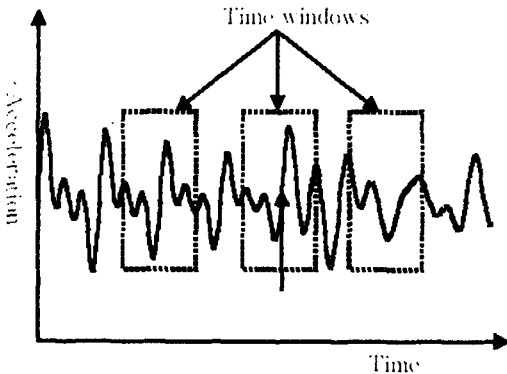


그림 1. Time window concept

$$\text{Min}_x \Pi(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt + \beta \Pi_R \quad (4)$$

여기서 Π_R 이 정규화 함수를 나타내는데, 다양한 정규화 함수들이 다른 종류의 역해석 문제에 사용이 된다. 이전의 연구에서는 시간에 따른 시스템 변수의 일차 미분의 L_2 -norm의 시간 적분을 정규화 함수로 정의하는 L_2 -Regularization function이 제안되었다.

$$\Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_2^2 dt \quad (5)$$

식(5)와 같이 정의되는 정규화 함수는 시간에 따른 시스템 변수의 변화가 연속적(continuous)으로 일어난다. 하지만 지진과 같은 하중에 의하여 야기되는 손상은 급격하게 일어나고 시스템 변수가 시간에 따라 불연속적(그림2.)으로 변한다. 따라서 정규화 함수는 시간에 따른 연속-불연속(piecewise-continuous)까지 표현할 수 있어야 한다. 시간에 따른 시스템 변수의 불연속적인 변화를 표현하기 위해서 이 논문에서는 시간에 대한 시스템 변수의 일차 미분의 L_1 -norm의 시간 적분을 정규화 함수로 정의하는 L_1 -Regularization을 제안한다.

$$\Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_1 dt \quad (6)$$

이 방법은 미분 불가능한 함수를 포함하고 있으므로 기존의 Tikonov방법으로는 최적해를 구하는데 어려움이 있다. 이러한 어려움을 피하기 위하여 이 논문에서는 TSVD방법을 이용한다. TSVD 방법은 다음과 같은 과정을 거친다.

$$\text{Min}_x \Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_1 dt \text{ subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ and} \quad (7)$$

$$\text{Min}_x \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt$$

위 식을 이산화하면 다음과 같다.

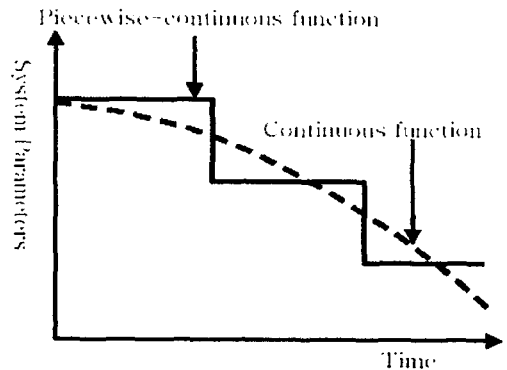


그림 2. Continuous and piecewise-continuous functions

$$\begin{aligned} & \text{Min} \|\mathbf{x}_{nc} - \mathbf{x}_{nc-1}\|_1 \\ & \text{subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ and } \text{Min}_{\mathbf{x}_{nc}} \frac{1}{2} \sum_{k=nc}^{nc+ntw} \|\tilde{\mathbf{a}}_k(\mathbf{x}_{nc}) - \bar{\mathbf{a}}_k\|_2^2 \Delta t \end{aligned} \quad (8)$$

그리고 윗 식을 normalize 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \|\xi_{nc} - \xi_{nc-1}\|_1 \\ & \text{subject to } \mathbf{R}(\xi) \leq 0 \text{ and } \text{Min}_{\xi_{nc}} \frac{1}{2} \sum_{k=nc}^{nc+ntw} \|\tilde{\mathbf{a}}_k(\xi_{nc}) - \bar{\mathbf{a}}_k\|_2^2 \Delta t \end{aligned} \quad (9)$$

Error function의 최소화를 위한 증분 형태의 해는 다음의 이차 종속 문제를 풀어 얻을 수 있다.

$$\text{Minimize}_{\xi} \sum_{k=nc}^{nc+ntw} \|\mathbf{S} \Delta \xi - \mathbf{a}_{k-1}^T\|_2^2 \quad (10)$$

여기서 S는 가속도의 민감도 행렬을 나타낸다. 이차 종속 문제를 풀어 얻어진 증분해에서 오차가 포함되어 있는 부분을 절단한다. 그리고 정규화 함수와 구속 조건을 이용하여 잘려진 부분의 해를 복구한다. 잘려진 부분의 해를 복구하는 데는 구속 조건이 가해진 L_1 -Regularization 함수의 최소화 문제를 풀기 위하여 simplex method를 이용한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize}_{\xi} \left\| \mathbf{z} + \left(\xi_{k-1}^T - \mathbf{1} + \Delta \xi^{TSVD} \right) \right\|_1 \\ & \text{subject to } \mathbf{V}_i^T \mathbf{z} = 0 \text{ and } \mathbf{R}(\mathbf{z} + \xi_{k-1}^T + \Delta \xi^{TSVD}) \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Delta \xi = \sum_{j=1}^l \mathbf{v}_j \mathbf{w}_j^{-1} \mathbf{z}_j^T \mathbf{a}^r + \mathbf{z}_{\text{opt}}$$

결국 식(11)에 나와있는 형태의 최종해를 얻을 수 있다.

4. 감쇄 모델

실제 구조물의 감쇄 현상을 수학적으로 정확히 표현한다는 것은 불가능하다. 실제로 표현하는 모든 구조물 감쇄 모델은 실제 감쇄 현상을 정확히 표현할 수 없으며, 정도의 차이는 있지만 실제 감쇄 현상을 근사적으로 표현할 수 있을 뿐이다. 기존의 대부분의 연구에서는 구조물의 감쇄를 기지수로 취급하고 강성도 변수만을 미지수로 취급하여 왔다. 그러나, 구조물의 감쇄는 실제적으로 미리 가정할 수 없고, 구조물의 동적 거동에 중요한 영향을 미치기 때문에 SI기법에서 반드시 미지수로 취급하여 구조물의 실제 거동에 의하여 결정되

어야 한다.

많은 고전적 감쇄 모델 중에서 모드 감쇄 모델과 Rayleigh 감쇄 모델이 널리 사용되고 있다. 모드 감쇄 모델은 구조물의 각 모드마다 정의되는 감쇄 계수에 의하여 감쇄 행렬을 표시하며 Rayleigh 감쇄 모델에서는 질량 행렬과 강성도 행렬의 선형 조합에 의하여 다음과 같이 감쇄 행렬을 정의한다.

전술한 바와 같이 모드 감쇄 모델이나 Rayleigh 감쇄 모델이나 실제 감쇄 현상을 정확히 모사할 수 없다. 그러나, 모드 감쇄 모델을 사용할 경우 감쇄 계수가 각 모드에서 정의되어야 하기 때문에 구조물의 자유도 만큼의 감쇄 계수를 결정하여야 한다. SI 문제에서는 미지수가 증가할수록 독립적인 구조물의 정보를 포함하는 측정점의 수를 증가시켜야 한다. 토목 구조물과 같이 규모가 크고 복잡한 구조물에서 측정점의 개수를 미지수의 개수에 따라 증가 시킨다는 것은 실제로 불가능하다. 따라서, SI 문제에서는 가능한 한 미지수를 줄여야 만이 수치적인 해의 안정성을 확보하여 보다 적은 측정점에 의하여 정확한 해를 구할 수 있다. 이 연구에서는 2개의 미지수를 가지는 Rayleigh 감쇄 모델을 사용한다.

5. 예 제

제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 two-span continuous truss를 가지고 numerical simulation study를 수행하였다. 재료의 성질은 다음과 같다. (Young's modulus = 210 GPa, Specific mass = 7850Kg/m³ are used for all members). 상부, 하부, 수직, 사재의 단면은 각각 250cm², 300cm², 200cm², 220cm²이다. 다음 구조물의 natural frequency는 6.6Hz 부터 114.7Hz까지의 범위를 갖는다. Damage에 따른 stiffness의 감소는 7, 16, 31번 부재에 각각 40%, 50%, 34 % 일어났다고 simulation하였다. 단 0초부터 0.4초까지는 아무런 손상이 없다가 0.4초에 손상이 발생하여 그 이후에 stiffness가 감소하도록 simulation하였다. 손상을 입은 부재는 그림에서 점선으로 표시되었다. 그림 3.에서와 같이 200KN의 하중을 갑자기 제거한 후 free vibration을 통한 가속도를 사용하였다. 측정 점은 truss의

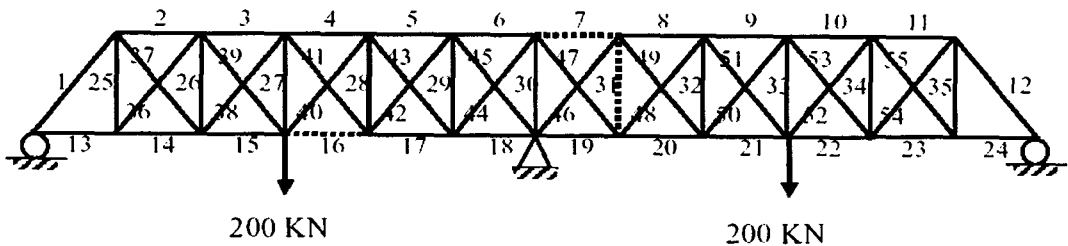


그림 3 : 2-span continuous truss

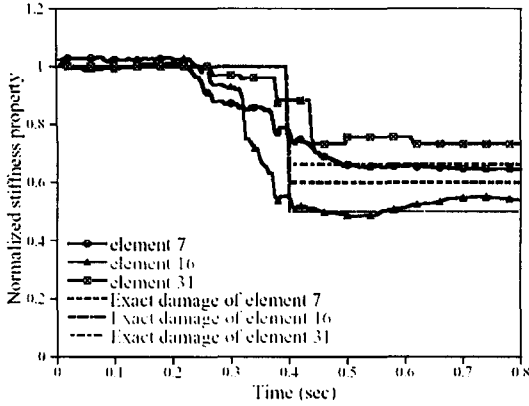


그림 4. Variation of stiffness property of damaged member

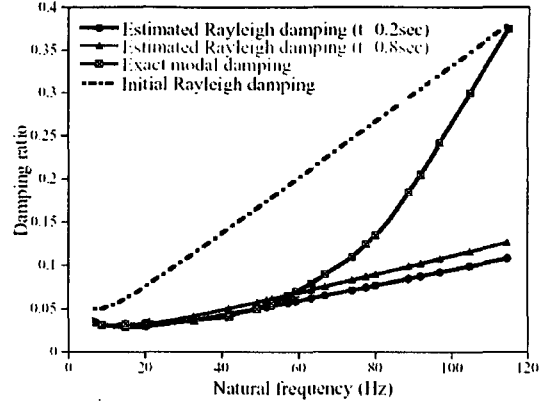


그림 6. Estimated damping ratio

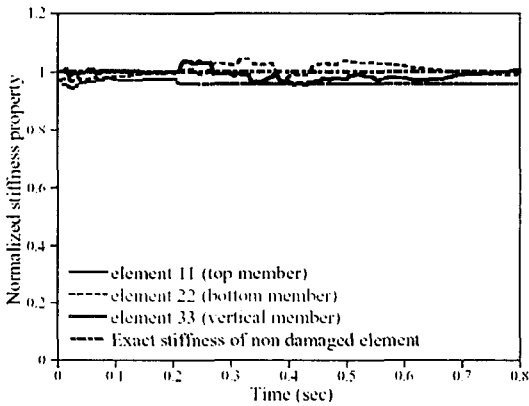


그림 5. Variation of stiffness property of non-damaged member

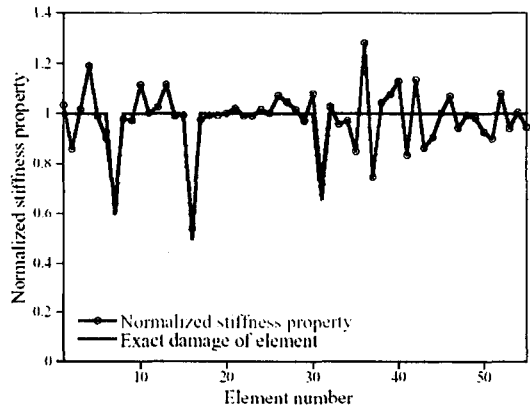


그림 7. Estimated stiffness properties at the final time step

아래 부분의 12개의 node에서 측정하였고 0초부터 0.8초까지의 수평, 수직 방향의 가속도를 사용하였다. 계산 가속도를 얻는데 사용된 damping ratio는 그림 6에 나와있다. 그리고 time window의 크기는 0.2초이다.

그림 4와 그림 5는 각각 손상을 입은 부재들과 손상을 입지 않는 부재들의 시간에 따른 stiffness의 변화를 보여주고 있다. 손상이 생긴 시점은 0.4초이지만 time window의 크기가 0.2초이기 때문에 시간이 0.2초가 되었을 때부터 stiffness의 감소가 일어나는 것을 알 수 있다. 점차 stiffness가 감소하여 time window가 모두 손상을 입은 시간 영역(0.4초이후)으로 들어왔을 때 실제의 손상에 근사함을 알 수 있다. 손상을 입지 않는 부재들은 전 시간에 걸쳐 stiffness가 변화하지 않고 있음을 알 수 있다(그림5).

그림 6은 exact modal damping ratio와 Rayleigh damping에 의하여 추정된 modal damping ratio를 보여주고 있다. 손상이 발생하기 전과 손상이 발생한 후의 damping property가 실제의 exact modal damping ratio를 잘 근사화하고 있다.

그림 7은 마지막 시간 스텝에서의 모든 부재의 stiffness property 추정 값을 나타낸다. 손상을 입은 부재의 stiffness가 손상을 입지 않은 부재에 비하여 작게 나타나는 것을 알 수 있고 이것으로 구조물의 손상 추정이 가능하다. 하지만 상현재나 하현재(부재번호 1~24)의 경우에는 결과 값의 진동이 심하지 않고 손상부재가 다른 부재에 대해서 현저히 작은 값을 보인다는 것을 알 수 있지만, 수직재나 사재(부재번호 25~55)의 경우 결과 값의 진동이 비교적 심하고 손상을 입지 않은 부재도 stiffness 추정값이 비교적 부정확하다. 이는 수직재나 사재가 상현재나 하현재에 비하여 진동에 둔감하기 때문이다. 따라서 손상에 의한 물성치의 변화가 가속도의 변화에 큰 영향을 주지 못하기 때문이다. 또한 stiffness의 급격한 변화에 따라 가속도의 불연속이 일어나는데 이것이 측정 오차 같은 역할을 하여 손상탐지를 더욱 어렵게 한다. 이는 앞으로 개선해야 할 부분이다.

6. 결 론

시간영역에서 System Identification을 위한 L_1 -Regularization function과 Time Windowing Technique을 제안하였다. 구조물의 강성변수 뿐만 아니라 감쇄변수 까지도 시스템 변수에 포함되어 SI를 수행하였다. 측정 가속도와 계산 가속도와의 차이의 최소 자승 오차를 오차함수로 적용하였다. 역해석 문제의 불 안정성을 해소하기 위한 정규화 함수로 L_1 -Regularization function을 사용하였다. 시간에 따른 시스템 변수의 급격한 변화를 표현하기 위하여 Time Windowing Technique을 적용하였다. 또한 Time Windowing Technique에서는 시스템 변수의 급격한 변화를 표현해야 하기 때문에 정규화 함수는 L_1 -Regularization function이 사용되어야 한다. 예제를 통하여 제안한 방법이 시간에 따른 시스템 변수의 변화를 적절히 표현하고 있다는 것을 보여주었다. 그리고 추정된 감쇄 변수 또한 실제의 감쇠 특성을 잘 근사화하는 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Yeo, I. H., Shin, S. B., Lee, H. S. and Chang, S. P., Statistical damage assessment of framed structures from static responses, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 4, pp. 414-421, 2000
- (2) Shi, Z.Y., Law, S.S. and Zhang, L.M., Damage localization by directly using incomplete mode shapes, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 6, pp. 656-660, 2000
- (3) Vestouni, F. and Capecchi, D., Damage detection in beamstructures based on frequency measurements, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 7, pp. 761-768, 2000
- (4) Kang, J.S., Yeo, I.H. and Lee, H.S., Structural damage detection algorithm from measured acceleration, *Proceeding of KEERC-MAE Joint Seminar on Risk Mitigation for Regions of Moderate Seismicity*, pp. 79-86, 2001
- (5) Hansen, P.C., Rank-deficient and discrete ill-posed problems : Numerical aspects of linear inversion, SIAM, Philadelphia, 1998
- (6) Hansen, P. C., and Mosegaard, K. Piecewise polynomial solutions without a priori break points, *Numerical Linear Algebra with Applications*, Vol. 3, 513-524, 1996
- (7) Chopra, A.K., *Dynamics of Structures (theory and applications to earthquake engineering)*, Prentice Hall, 1995.
- (8) 박 현우, 2002, "구조물의 손상진단을 위한 SI에서의 정규화 기법", 공학박사학위논문, 서울대학교