

100 Watts 급 초소형 파워 시스템의 회전체 동역학적 설계 및 안정성 예측

Rotordynamic Design and Stability Prediction of 100 Watts Micro Power System

곽현덕* · 이용복* · 류근* · 김창호*

Hyun-Duck Kwak., Yong-Bok Lee, Keun Ryu and Chang-Ho Kim

Key Words : Micro Power System(초소형 파워 시스템), Air Foil Bearing(공기 포일 베어링), Stability(안정성)

ABSTRACT

The Rotordynamic feasibility of Micro Power System supported by air foil bearings is investigated. The Micro Power System is new portable power source based on brayton cycle, which consists of compressor, turbine, generator, and combustion chamber. In this paper, the analysis of Rotordynamic characteristics of Micro Power System is performed, based upon the bearing equilibrium position, Campbell diagram and stability. As a result, it is demonstrated that the air foil bearings could be adopted well to the Micro Power System. However, for more stable operation at target running speed, the damping characteristics of air foil bearing should be enhanced.

기호설명

c	: 반경 방향 베어링 틈새 [m]
c_e	: 탄성 파운데이션 감쇠 [$N \cdot s/m$]
c_{ij}	: 베어링 감쇠 [$N \cdot s/m$] $C_{ij} = cw c_{ij}/(p_a R^2)$
e	: 베어링 편심 거리 [m]
f_i	: 베어링 반력 [N] $F_i = f_i/(p_a R^2)$
h	: 베어링 필름 두께 [m]
k_e	: 탄성 파운데이션 강성 [N/m]
k_{ij}	: 베어링 강성 [N/m] $K_{ij} = ck_{ij}/(p_a R^2)$
p	: 베어링 필름내의 압력 [Pa] $P = p/p_a$
p_a	: 대기압 [Pa]
R	: 베어링 반경 [m]
U	: 저널의 선속도 [m/s]
w	: 탄성 파운데이션 변형 [N]
λ	: 공기 분자의 평균 자유 비행 거리
μ	: 윤활유체의 점도 [$N \cdot s/m^2$]
θ	: 무차원 원주 방향 좌표계

ϕ^p : 회박 계수

ϕ_0 : 베어링 자세각

1. 서 론

근래의 급속한 기술의 발전은 기존 시스템의 사용한계를 극복하여 휴대성을 증대시키고 적용범위를 다양하게 넓히고 있다. 그러나 이러한 시스템의 효율적인 활용을 위해서는 기존의 배터리를 대체할 수 있는 power source가 필수적이며, 현재 이러한 목적으로 초소형 제너레이터(generator), 마이크로 연료 전지(micro fuel cell), 마이크로 가스 터빈(micro gas turbine), 마이크로 스러스트(micro thrust)⁽¹⁾ 등과 같은 Power MEMS에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그러나 Power MEMS 시스템 중 비교적 출력이 높은 마이크로 가스 터빈(micro gas turbine)의 경우에도 출력이 10 Watts 정도로 보다 고출력을 필요로 하는 시스템에는 적용이 어려우며, MEMS 공정에 의해 가공되기 때문에 압축기(compressor), 터빈(turbine) 및 로터의 형상이 제한되는 문제점을 가지고 있다.⁽²⁾ 이에 최근에는 미세 3차원 기계 가공 및 EDM을 이용한 밀리미터 스케일의 가스 터빈에 관한 활발한 연구가 이루어지고 있다.⁽³⁾ 이러한 초소형 가스 터빈 엔진이 성공적으로 개발될 경우, 로봇이나 군사용 UAV(unmanned air vehicle), 또는 여러 소형 시스템의 전력 공급 장치로 사용될 수 있을 것으로 기대된다. 초소형 가스 터빈은 크기가 기존의 가스 터빈에 비

* KIST 트라이블로지 연구센터
E-mail : eclipse0@kist.re.kr
Tel : (02)958-5665, Fax : (02)958-5669

해 매우 작은 관계로 충분한 압축비를 얻기 위해서는 매우 고속의 회전이 필요하다. 이를 위해서는 로터의 안정성이 필수적이며, 베어링의 설정 및 설계가 매우 중요하다. 또한, 고속으로 회전하는 압축기로부터 발생하는 축방향 하중은 로터 자중에 의한 하중과 더불어 로터의 안정적인 부상 및 회전에 가장 큰 어려움으로 작용한다.⁽⁴⁾ 따라서, 초소형 파워 시스템의 성공적인 개발을 위해서는 베어링 요소의 정확한 해석과 설계, 개발이 필수적이다.

기존의 공기 베어링(air bearing)은 하중 지지력이나 고속에서의 감쇠력에 대한 한계를 갖고 있다. 따라서 고속회전 운전 시에 불가피한 유동의 불안정성 발생으로 인해 운전속도의 제약이 따르는 것이 사실이다. 이러한 불안정성을 극복하고자 많은 베어링의 연구가 이루어져 왔는데, 특히 가스(공기)를 윤활제로 사용하는 경우 부가적인 강성과 감쇠의 효과는 일반적인 오일 등의 윤활제를 활용하는 베어링에 비하여 작아 설계 및 운용이 어려웠다. 한편, 1970년대부터 연구되기 시작한 공기 포일 베어링(air foil bearing)은 포일의 부가적인 강성과 감쇠의 효과를 통하여 안정성 및 하중 지지력 증대를 꾀할 수 있는 장점을 갖고 있기 때문에 고속 터보기기인 터보 압축기, 터보 제너레이터, ACM(air cycle machine) 등의 지지 베어링으로 다양하게 활용되고 있다. 공기 포일 베어링은 미세 입자 및 먼지 등의 불순물에 대하여 self-position(clearance)의 장점을 갖기 때문에 일정한 유막력을 발휘하여 회전체를 안정적으로 지지할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 마이크로 파워 시스템에 적용 가능한 공기 포일 베어링의 이론적인 해석을 수행하였으며, 이를 통해 전체 시스템의 회전체 동역학적 안정성을 예측하였다.

2. 초소형 파워 시스템

2.1 초소형 파워 시스템의 구조

초소형 파워 시스템은 크게 연료와 공기를 혼합하여 연소시켜 고온/고압 가스를 얻는 연소기 부분과 연소기 내부로 압축 공기를 공급하는 압축기, 출력을

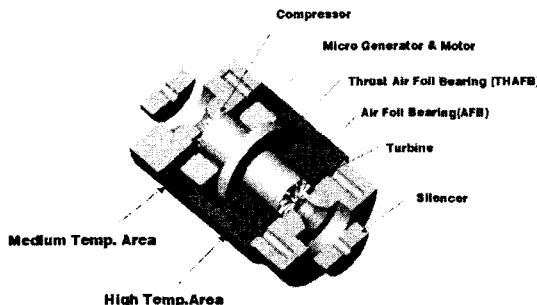


Fig. 1 Micro Power System

Table 1 Operating Condition of Micro Power System

Power	100 W
Electric Efficiency	0.7
Net Power	143 W
Compressor Efficiency	0.7
Turbine Efficiency	0.7
Mass Flow Rate	2.0 g/s
Pressure Efficiency in Combustor	0.92
Mechanical Efficiency	0.95
Compressor inlet Temperature	288 K
Compressor Inlet Pressure	1.0 atm

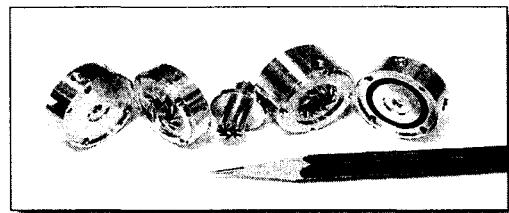


Fig. 2 Test rig for Micro Power System

얻어내는 터빈, 전기적 에너지를 얻기 위한 제너레이터(generator), 그리고 로터를 지지하기 위한 공기 포일 베어링으로 구성되며 열역학적 기본 사이클은 브레이튼 사이클(brayton cycle)을 따른다. Fig. 1은 초소형 파워 시스템의 개략도를, Table 1은 작동 조건을 나타내고 있다. 한편 Fig. 2는 공기 포일 베어링을 사용한 마이크로 파워 시스템의 회전체 동역학적 안정성 시험을 위하여 시제작된 실험 장치를 나타내고 있다. 실험 장치의 압축기 및 터빈 형상은 EDM으로 제작하였으며, 회전축은 허용 불균형량 0.0001g · mm로 밸런싱되었다.

2.2 초소형 파워 시스템용 공기 포일 베어링

공기 포일 베어링은 윤활제와 작동 유체로서 공기를 사용하는 동압 베어링(hydrodynamic bearing)의 일종으로 상대 속도와 유체 점도의 혼합된 효과를 통해, 회전축을 부상시키는 자기 가압 유체 유막을 생성한다^(5~7). 공기 포일 베어링은 범프(bump)포일과, 범프포일과 회전축 사이에 삽입되는 탑(top)포일로 구성된다. 베어링 탑 포일과 범프 포일 사이의 미세 슬라이딩은 베어링과 로터 시스템 사이에 쿨링 마찰 감쇠력을 생성한다. 또한 공기 포일 베어링은 손실 토크를 감소시키고, 고속 운전에 의한 회전체의 팽창 및 로터의 열 변형에 기인한 베어링의 간극 변화를 충분히 수용할 수 있으며, 구름 베어링의 속도를 능가하여 매우 고속에서 운전 할 수 있다. 일반적으로 축의 회전 속도가 증가하거나 베어링의 직경이 커짐에 따라 구



Fig. 3 Air foil bearings: (a) air foil journal bearing
(b) air foil thrust bearing

Table 2 Properties of rotor and bearing

Diameter of shaft, D	7 mm
Length of bearing, L	7 mm
Radial Clearance, C	0.03 mm
Thickness of bump foil, t	0.076 mm
Height of bump foil	0.40 mm
Thickness of top foil, t_{top}	0.076 mm

름 베어링은 원심력에 의한 하중이 증가하고, 결국에는 베어링의 유용한 하중 지지력이 감소하며, 이것은 베어링의 DN 속도 한계로 인식되고 있다.⁽⁸⁾ 그러나, 공기 포일 베어링은 구름 요소를 지니고 있지 않기 때문에 이러한 DN 속도의 한계가 존재하지 않는다.

Fig. 3는 본 논문에 적용한 공기 포일 베어링을 나타내고 있다. 포일은 스테인리스 스틸 계열의 sheet를 사용하여 제작하였고, 탑 포일에는 초기 운전시 구동 토크를 감소시키기 위해 MoS₂ 코팅을 하였다. 한편, Table 2는 제작된 공기 포일 베어링의 상세 치수를 나타내고 있다.

3. 공기 포일 베어링의 해석

3.1 지배 방정식

공기 포일 베어링 내의 공기 필름의 윤활 이론은 공기 분자의 평균 자유 비행 거리(molecular mean free path)와 공기 필름 두께의 비로 정의되는 크누센수(Knudsen number, Kn)에 따라 세 개의 범주로 분류될 수 있다. Kn 가 0.01보다 작으면 공기는 연속체(continuum)으로 간주할 수 있으며, 0.01 보다 크고 10 보다 작으면 희박 기체(rarefied gas), 10 보다 크면 자유 분자(free molecular)로 간주하여 해석을 수행하여야 한다. 본 연구의 대상이 되는 초소형 파워 시스템의 경우 운전 온도가 높고, 큰 편심을 가지는 상태에서 운전되기 때문에 공기를 희박 기체로 간주하여 해석을 수행하였다. 일반적으로 희박 기체에 대한 공기 필름의 거동은 다음과 같은 수정 레이놀즈 방정식으로 표현된다.⁽⁹⁾

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{12\mu} \phi^p ph^3 \nabla p + \frac{U}{2} ph \right) + \frac{\partial}{\partial t} (ph) = 0 \quad (1)$$

여기서, ϕ^p 는 희박 상수를 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\phi^p = 1 + 6 \frac{\lambda}{h} \quad (2)$$

미끄럼 경계 조건에는 여러 가지 형태가 있으나, 가장 일반적인 형태는 Fukui-Kaneko 모델⁽¹⁰⁾이다. Fukui-Kaneko 모델의 경우, 희박 상수는 다음과 같이 3차 다항식 형태로 표현된다.

$$\phi^p(p, h) = \sum_{k=0}^3 (c_k(p)h^{-k}) \quad (3)$$

3.2 탄성 파운데이션 모델

공기 포일 베어링에서 범프는 공기 필름에서 발생하는 압력에 의해 변형을 하며, 베어링 하우징 표면 및 탑 포일과의 마찰에 의해 감쇠력을 발생시킨다. 베어링 하우징 위에 있는 범프 포일의 강성과 감쇠가 베어링 표면에 따라 일정하며, 변형은 힘이 가해지는 위치에 발생한다는 가정을 적용하면 범프의 탄성 파운데이션 모델은 다음과 같이 얻어진다.⁽⁹⁾

$$p - p_a = k_e w + c_e \frac{dw}{dt} \quad (4)$$

기존의 공기 베어링과는 달리 공기 포일 베어링은 압력에 의해서 범프가 변형하기 때문에, 공기 포일 베어링의 필름 두께는 탄성 파운데이션의 변형을 포함하고 있으며 이는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$h = c - e \cos(\theta - \phi_0) + w \quad (5)$$

3.3 공기 포일 베어링의 정특성 및 동특성

공기 포일 베어링의 정특성 및 동특성 해석을 위하여 정하중 평형점에 대한 섭동법(perturbation method)을 사용하였으며, 이는 각각의 변수들을 섭동시킨 후 지배 방정식에 대입하여 구할 수 있다. 변수인 압력, 필름 두께, 희박 계수, 그리고 탄성 파운데이션 변형을 섭동시키면 아래와 같이 표현된다.

$$p = p_0 + p_x \Delta x + p_y \Delta y + p_x' \Delta x' + p_y' \Delta y' \quad (6-1)$$

$$h = h_0 + h_x \Delta x + h_y \Delta y + h_x' \Delta x' + h_y' \Delta y' \quad (6-2)$$

$$w = w_0 + w_x \Delta x + w_y \Delta y + w_x' \Delta x' + w_y' \Delta y' \quad (6-3)$$

$$\phi^p = \phi_0^p + \left(\frac{\partial \phi^p}{\partial p} \right)_0 \Delta p + \left(\frac{\partial \phi^p}{\partial h} \right)_0 \Delta h \quad (6-4)$$

식 (6-1)부터 (6-4)까지의 섭동 변수를 식 (1)에 대입하여 무차원화하면 정적 평형 상태에서의 압력과 섭동된 압력에 관한 방정식을 얻을 수 있으며⁽⁹⁾, 이 때 베어링의 무차원화된 경계 조건은 다음과 같다.

$$P_x = P_{x'} = P_y = P_{y'} = 0 \quad \text{at } Z = \pm 1/2 \quad (7-1)$$

$$P_x = P_{x'} = P_y = P_{y'} = 0 \quad \text{at } \theta = \theta_1, \theta_1 + 2\pi \quad (7-2)$$

공기 포일 베어링의 정특성은 베어링 필름 내의 정압을 구한 후 이를 면적에 대하여 적분하면 구할 수 있으며, 이는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \frac{1}{p_a R^2} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{2\pi} (P - 1) \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta dZ \quad (8)$$

또한, 베어링의 평형 상태에서의 하중지지 능력 및 자세각은 아래와 같이 표현된다. 한편, 공기 포일 베어링의 동특성인 강성 및 감쇠 계수는 섭동된 압력을 면적에 대하여 적분하면 구할 수 있으며, 이는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} = \frac{c}{p_a R^2} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \\ = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} P_x \cos \theta & P_y \cos \theta \\ P_x \sin \theta & P_y \sin \theta \end{bmatrix} d\theta dZ \quad (9-1)$$

$$\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} = \frac{cw}{p_a R^2} \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \\ = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} P_x \cos \theta & P_y \cos \theta \\ P_x \sin \theta & P_y \sin \theta \end{bmatrix} d\theta dZ \quad (9-2)$$

4. 초소형 파워 시스템의 회전체 동역학적 해석

4.1 수치해석 및 축-베어링계 모델링

앞서 언급한 포일 베어링 내에서 발생하는 압력 장을 계산하기 위하여 유한 차분법을 사용하였으며, 본 연구에서는 수렴의 안정성이 우수한 S.O.R.(successive over-relaxation)^(11,12) 방법을 사용하였다. 주어진 하중에 대한 포일 베어링의 정적 평형 위치, 유마력 및 강성·감쇠 계수를 계산하기 위한 프로그램의 순서도는 Fig. 4와 같다. 먼저 포일 베어링의 기하학적 형상

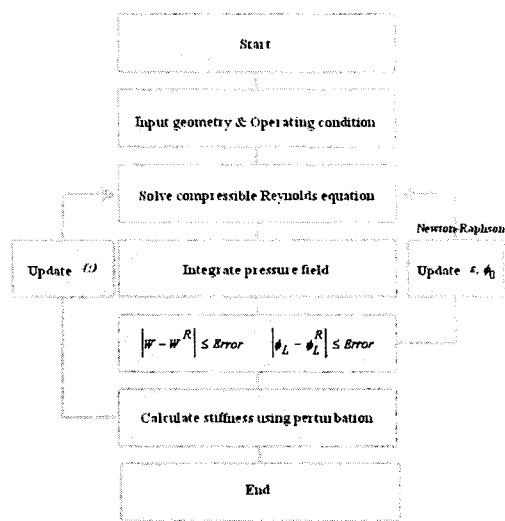


Fig. 4 Flow chart of air foil bearing analysis

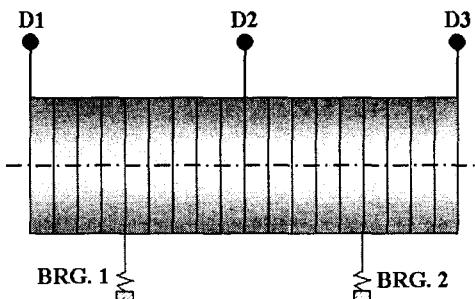


Fig. 5 Rotor-bearing system model

과 공기 특성에 대한 물성치를 입력한 후, 해석하고자 하는 운전 조건인 축의 회전 속도 및 외부 부가 하중을 입력한다. 주어진 하중 조건에서 평형 점을 찾기 위하여 먼저 편심 위치 및 자세각을 가정하고 그에 따른 베어링의 내부 압력을 구한다. 이러한 내부 압력으로부터 지지력 및 작용각을 계산하고, 외부 부가 하중과 평형이 되는 위치를 Newton-Raphson 법을 적용하여 구한다. 이렇게 얻은 평형 위치로부터 지지력과 자세각을 계산한 후에, 섭동된 압력 분포를 계산한다. 마지막으로 섭동된 압력 분포로부터 베어링 시스템의 동적 계수인 강성 계수와 감쇠 계수를 구하게 된다.

초소형 파워 시스템의 회전체 모델링은 유한 요소법을 이용하여 Fig. 5 와 같이 모델링하였으며, 19개의 축 요소, 3개의 디스크 요소와 2개의 베어링 요소로 나누어서 해석을 수행하였다. 디스크 요소는 압축기와 터빈(D1, D3), 스러스트 칼라(D2)를 나타내며,

Table 3 Predicted critical speeds

Natural mode	Critical speed	Note
1st F.W.	5,120 rpm	cylindrical
2nd F.W.	14,070 rpm	conical
3rd F.W.	above 1,000,000 rpm	bending

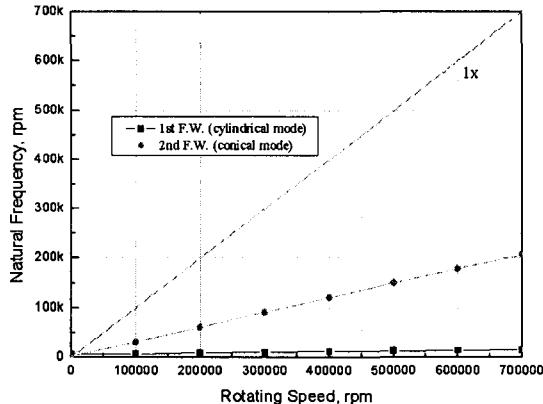


Fig. 6 Campbell diagram of Micro Power System

베어링 요소는 양단의 공기 포일 베어링을 나타내며, 앞서 설명한 베어링 해석을 통해 얻어진 회전 속도에 따른 공기 포일 베어링의 강성 및 감쇠 계수를 대입하여 모델링하였다.

4.2 임계속도의 예측

Fig. 6 및 Table 3은 회전 속도에 따른 고유 진동수를 나타내는 Campbell Diagram 및 이로부터 예측된 임계 속도를 나타낸 것이다. 두 개의 강체 모드(cylindrical and conical)는 각각 5,120 및 14,070 rpm에서 나타나며 굽힘 모드는 1,000,000 rpm 이상에서 발생함을 알 수 있다. 즉 공기 포일 베어링을 사용하면 정격 운전 속도인 670,000 rpm 부근에서는 어떠한 공진도 발생하지 않음을 알 수 있으며, 이는 충분한 여유 마진(separate margin)을 확보했음을 의미한다.

4.3 회전체 동역학적 안정성

일반적으로 공기 포일 베어링의 감쇠 계수는 오일 베어링에 비해 그 값이 작기 때문에 운전 속도내에서 안정성의 확보는 중요한 일이다. Fig. 7은 2개의 강체 모드에 대한 대수 감쇠율(Logarithmic decrement)의 변화를 회전 속도에 따라 도시한 것이다. Fig. 7에서 나타난 바와 같이 1차 강체 모드에 대해서는 대수 감쇠율이 전 회전 속도에 대해 0.2 보다 큰 값을 가지는 것을 알 수 있다. 그러나 2차 강체 모드에 대해서는 그 값이 0에 보다 큰 값을 가져 동역학적으로 시스템

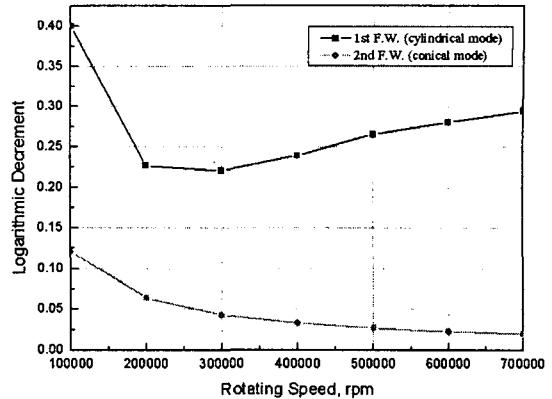
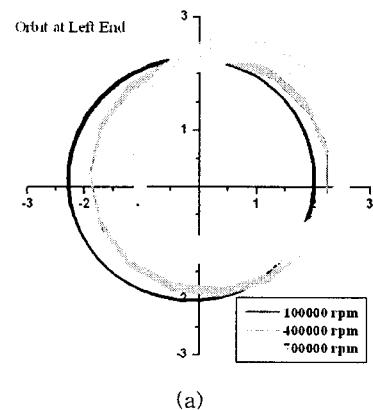


Fig. 7. Log decrement versus Rotating Speed

은 안정하다고 말할 수 있으나, 정격 운전 속도인 670,000 rpm 부근에서는 0.02 정도로 매우 작은 값을 가진다. 이는 해석적으로 시스템은 안정하나 실제 시스템의 경우 외란에 매우 민감하게 반응하여 동역학적으로 불안정해 질 가능성이 높다는 것을 의미 한다. 따라서 실제 시스템이 안정적으로 운전되기 위해서는 공기 포일 베어링의 감쇠를 증가시켜 보다 큰 대수 감쇠율을 유지할 필요가 있을 것으로 사료된다.

4.4 회전 속도에 따른 축 궤적

Fig. 8은 축의 회전속도에 따른 예상되는 축의 궤적을 나타낸 것이다. 회전 속도가 100,000 rpm에서 700,000 rpm 까지 증가함에 따라 축 궤적의 크기(peak-to-peak)가 4 μm에서 3 μm 정도의 값을 가지는 것을 알 수 있으며, 이는 공기 포일 베어링의 유흘틈새(clearance)인 30 μm의 10% 내외의 값으로 적정한 크기를 유지한다고 사료된다. 이를 통해 정격 운전 속도로 축을 회전시킬 경우에도 과도한 진동에 의한 축과 베어링의 접촉은 일어나지 않을 것으로 예상된다.



(a)

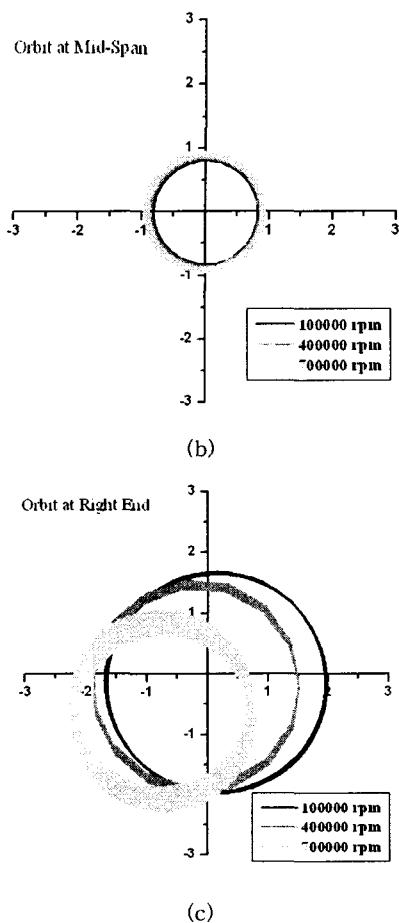


Fig. 8 Predicted orbit according to rotating speed:
(a) left end (b) mid-span (c) right end

5. 결론

본 논문에서는 공기 포일 베어링으로 지지되는 초소형 파워 시스템에 대한 회전체 동역학적 안정성을 예측하였다. 초소형 파워 시스템에 적용되는 공기 포일 베어링의 수치 해석을 통해 베어링 요소를 포함한 회전체 요소를 모델링 하였으며, 유한 요소법을 이용하여 임계속도, 안정성 선도 및 회전 속도에 따른 축 궤적을 예측하였다. 해석 결과를 통해 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

- 회전체 동역학적 해석을 통해 초소형 파워 시스템의 강체 모드(rigid mode)는 각각 5,120 및 14,070 rpm에서 나타나며, 굽힘 모드는 1,000,000 rpm 이상에서 발생함을 확인하여, 정격 운전 속도 부근에서 공진이 발생하지 않음을 확인하였다.
- 초소형 파워 시스템의 안정성을 확인하기 위하여 회전속도에 따른 강체 모드에 대한 대수 감쇠를 변화를 예측하였다. 그 결과 정격 운전 속도인 670,000rpm 부근에

서 매우 작은 값을 가지는 것을 확인하였고, 실제 시스템이 안정적으로 운전되기 위해서는 공기 포일 베어링의 감쇠력을 향상시켜야함을 확인하였다.

- 회전속도에 따른 축 궤적 예측을 통하여 운전 속도에서 과도 진동에 의해 베어링과 축의 접촉이 일어나지 않음을 확인하였다.

한편, 현재 이러한 해석 결과를 바탕으로 하여 베어링의 감쇠를 증가시키기 위한 고온 점탄성 공기 포일 베어링에 관한 연구가 진행되고 있으며, 제작된 실험 장치를 통해 공기 포일 베어링의 운전 시험이 이루어지고 있다.

참 고 문 헌

- Tanaka, S., 2002, "Power-Microelectromechanical Systems (Power MEMS)," Sixth International Micromachine Symposium, pp. 91-97.
- Lin, C. C., 1999, "Fabrication and Characterization of a Micro Turbine/Bearing Rig", Proceeding of 12th IEEE Int'l Conf. on Micro Electro Mechanical Systems, pp. 529-533.
- Matsuura, E., Yoshiki, H., Nagashima, T., and Kato, C., 2002, "Development of Ultra Micro Gas Turbine", Int'l Workshop on Power MEMS, pp. 36-39.
- Orr, D.J., 2000, "Macro-Scale INvestigation of High Speed Gas Bearings for MEMS Devices," Ph. D. Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology.
- Agrawal, G L, 1990, "Foil Gas Bearings for Turbomachinery," SAE 901236, 20th Intersociety Conference on Environmental Systems, Williamsburg VA
- Heshmat, H., Shapiro, W., and Gray, S., 1981, "Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability," Transactions of the ASME; Journal of Lubrication Technology; ASME Paper No. 81-Lub-36.
- Marley, D. J., 1969, "Hydrodynamic Shaft Bearing," United States Patent No. 3,434,761
- DellaCorte, C., 1998, "A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700°C and 70,000 rpm," STLE Tribology Transactions, Vol. 41, pp. 335-340.
- 이남수, 2003, "범프 형태를 갖는 공기 포일 베어링의 성능 해석 및 안정성에 관한 연구", 한양대학교 기계설계학과 대학원, 박사학위논문
- Fukui, S. and Kaneko, R., 1990, "A Database for Interpolation of Poiseuille Flow Rates for High Knudsen Number Lubrication Problems," Journal of Tribology, Vol. 112, pp. 78-83
- Hoffmann, K.A., 1989, Computational Fluid Dynamics for Engineers, Engineering Education System.
- Kawabata, N., 1987, "Numerical Analysis of Reynolds Equation for Gas Lubrication in a High Bearing Number Region," JSME International Journal, Vol. 30, pp. 836-842