

# 에어베어링으로 지지된 캐리지 구조물의 동특성 해석

정순철\* · 김덕수\* · 유충준\*\* · 장승환\*\*\* · 이재웅\*\*\*

## Dynamic Characteristics Analysis of the Carriage Structure Supported by Air Bearing

Soon Chul Jung, Dug Soo Kim, Chung Jun You,  
Seung Hwan Jang and Jae Eung Lee

Key Words : Air bearing, Carriage structure, Darcy's law, Modal analysis,

### ABSTRACT

In this thesis, the dynamic characteristic analysis of carriage structure supported by air bearings were performed. Toward this end, the characteristics of air bearing were numerically analyzed to estimate the stiffness of the air bearing and the clearance between air bearing and guide surface. The modal analysis of the carriage structure was performed by using finite element method, and the experimental modal analysis was also performed to validate the finite element model, where rigid body modes were compared to validate the stiffness of the air bearings.

From the results, the air spring stiffness can be estimated within the range of acceptable accuracy under any pressure and clearance condition.

### 1. 서 론

각종산업의 기계는 대량 생산과 성능향상 등의 목적을 위해서 대용량화, 소형경량화(미세화), 고속화를 위한 개발이 추진되고 있다. 특히 반도체 제조장치에 있어서는 반도체의 발전과 함께 개발 스피드도 요구되고 있으며, 저발진(clean), 긴 수명에 대한 성능이 강하게 요구됨에 따라 에어베어링의 도입이 점차 늘고있는 추세이다.

에어베어링은 접촉이 없고, 점도가 낮으며, 높은 강성과 감쇠를 갖는 등 많은 장점을 가진다. 따라서 마찰과 마모가 없으며, 높은 속도의 구동이 가

능하며, 조용하고 부드럽게 구동한다. 또한 정밀도가 높고, 오일을 사용하지 않음으로써 오염이 없다. 초창기의 에어베어링은 주로 저널베어링으로 많이 사용되었으며, 연구는 주로 저널베어링에 집중되었다. 대표적 예로 Robinson과 Sterry[1]의 실험에 의한 접근, Constantinescu[2]의 이론적 해석은 Sneck[3,4]의 해석에 밀바탕이 되었지만, 에어베어링에 대한 동특성에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

에어베어링 제작사에서는 공기 주입 압력과 간극이 정해진 한 가지의 경우에 대해서만 강성을 제공한다. 그러나 실제 에어베어링 사용 시 공기 주입 압력을 달리 할 수도 있고, 여러 가지 오차와 정밀한 제어의 어려움으로 인해 에어베어링 간극의 정확한 수치를 알기 어렵다.

본 논문에서는 에어베어링으로 지지된 캐리지

\* 중앙대학교 대학원

E-mail : soonchul@nownuri.net

Tel : 02)820-5284

\*\* 경기대학교 기계 시스템 디자인 공학부

\*\*\* 중앙대학교 기계공학부

구조물의 동특성 해석을 수행하였다. 이를 위하여 먼저 에어베어링의 특성을 이론적으로 해석하였으며, 캐리지 구조물의 모드 실험을 통하여 이론적인 해석 결과를 검증하였다.

## 2. 공기베어링에 대한 이론적 해석

### 2.1 공기베어링 및 캐리지 구조물의 형상 및 사양

해석한 공기베어링의 형상은 Figure 1과 같고, z 방향의 투과성(permeability)  $k_z$  는  $1.85 \times 10^{-15} \text{ m}^2$  이다. 캐리지 구조물의 재질은 알루미늄이며, 에어베어링이 캐리지의 앞과 뒤에 지름 40mm인 것이 3개씩, 상하에 지름 50mm인 것이 4개씩 부착되어 있다.

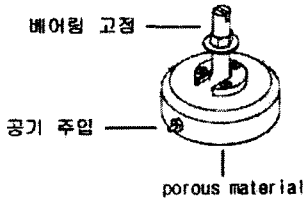


Figure 1 The shape of air bearing

### 2.2 지배방정식

다공질 재질과 윤활막 내에서의 유동은 몇 가지의 가정을 필요로 한다.

1. 다공질 재질 내에서의 유동은 점성이 있고, Darcy's law[5]를 따르며, 재질내 각 점에서의 유속은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= -\frac{k_r}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \\ v &= -\frac{k_\theta}{\mu} \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ w &= -\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서  $u$ ,  $v$ ,  $w$  는 각 방향으로의 유속을 의미하고,  $k_r$ ,  $k_\theta$ ,  $k_z$  는 각 방향으로의 투과성,  $\mu$  는 점성,  $P$  는 압력을 뜻한다.

2. 유동은 등온이며, 이상기체방정식을 만족하는 압축성 기체이다.

$$P = \rho RT \quad (2)$$

3. 다공질 재질 내에서의 유동은 질량 보존 법칙[6]의 지배를 받는다.

$$\frac{k_r}{k_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P^2}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P^2}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

### 2.3 유막 경계조건

상대적으로 운동하는 윤활면 사이에 있는 유체(윤활제)의 운동은 연속방정식 (4)와 Navier-Stokes 방정식 (5)로 기술할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \eta \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

유막 경계조건(  $z=H$  )은 수정된 Reynolds eqn.[7]으로 표현될 수 있다. 여기서  $\theta$  미분항은 축대칭이므로 무시하고, 정상상태라 하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\rho r h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial r} = -(\rho w)_{z=H} \quad (6)$$

여기에서  $h$  는 유막 두께이고,  $H$  는 다공질 재질의 두께이다. 그리고 우변은 다공질 재질과 공극이 맞닿는 부분에서의 유량 흐름을 표현한다. 위의 식에 (4)식과 (5)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P^2}{\partial r} = \frac{12k_z}{c^3} \left( \frac{\partial P^2}{\partial z} \right)_{z=H} \quad (7)$$

여기에서  $c$  는 간극이다. 지배방정식과 유막경계조건을 무차원화하면 다음과 같다. 먼저 지배방정식 (3)식을 무차원화하면,

$$S^2 K \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial Q}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

이며, 유막경계조건 (7)식을 무차원화하면,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q}{\partial r} = \Lambda \left( \frac{\partial Q}{\partial z} \right)_{z=1} \quad (9)$$

이다. 여기에서

$$S = \frac{H}{R_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{H} \quad (10)$$

$$Q = \bar{P}^2 = \left( \frac{P}{P_a} \right)^2, \quad K = \frac{k_r}{k_z}, \quad \Lambda = \frac{12R_0^2 k_z}{Hc^3}$$

이고,  $S$  는 continuity ratio,  $K$  는 투과성비,  $\Lambda$  는 베어링 수이다.

## 2.4 경계 조건

본 논문에서 다루는 경계조건은 다음과 같다.

1. 유막 경계조건(  $\bar{z}=1$  )에서는 식 (9)와 같다.
2.  $0 < \bar{r} < 1$  and  $\bar{z}=0 \rightarrow \bar{P}^2 = \bar{P}_s^2$
3.  $\bar{r}=0$  and  $0 < \bar{z} < 1 \rightarrow \frac{\partial \bar{P}^2}{\partial r} = 0$
4.  $\bar{r}=1$  and  $0 < \bar{z} < 1 \rightarrow \bar{P}^2 = 1$

경계조건 2에서  $\bar{P}_s$  는 무차원화 된 공기 주입 압력이다. 첫 번째 경계조건은 식 (9)를 ADI법으로 풀어주면 된다. 그리고 세 번째 경계조건은 미분으로 표현되는데 이는  $Q_{1,j} = Q_{2,j}$  로 간단히 표현될 수 있다. 이하 나머지 경계조건은 해당 격자점에 해당하는 값들을 대입하여 주면 된다.

## 2.5 수치 해석

### 2.5.1 하중 능력(W)과 강성(K)

하중 능력(W)은 베어링면에 수직으로 작용하는 유막 경계에서의 압력에 의한 힘의 합으로 정의될 수 있고, 이는 (12)식으로 표현이 가능하다.

$$W = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} (P - P_a) \Big|_{z=1} r dr d\theta \quad (12)$$

$$= 2\pi \int_0^{R_0} (P - P_a) r dr$$

즉, 하중 능력을 구하려면 (12)식에서 P를 알아야 하고, P는 지배방정식 (8)식을 푼 결과인 Q를 이용하여 구할 수 있다.

베어링의 강성은 간극에 따른 하중의 변화율로 정의되며, (13)식으로 표현이 가능하다.

$$K = - \frac{dW}{dc} \quad (13)$$

공기베어링 제작사에서 제공한 강성은 공기 주입 압력 0.41MPa, 간극  $5\mu\text{m}$ 에서의 값으로 수치해석으로 구한 값과 비교하면 Table 1과 같다.

**Table 1** Stiffness comparison between company value and theory value

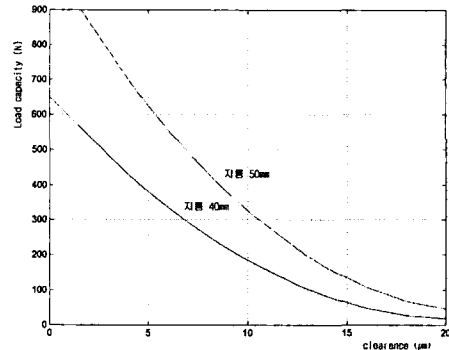
베어링 지름(mm)	제작사 제공 강성(MN/m)	이론적 해석 강성(MN/m)	오차
40	28.4	30.0	5.6%
50	58.6	56.3	3.9%

위의 결과에서 공기베어링 제작사에서 제공한 강성과 이론적으로 해석한 강성의 오차는 6% 미만이다. 이상에서 이론적 해석값이 타당하다고 볼

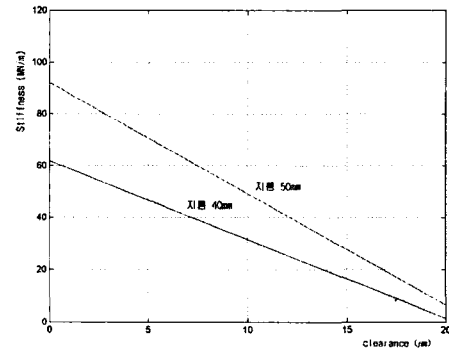
수 있으며, 신뢰할 수 있다.

## 2.5.2 실제 공기 주입 압력에서의 하중 능력과 강성

이번 실험에서의 공기 주입 압력은 0.54MPa이므로, 이 때의 간극과 하중 능력의 관계를 살펴보면 Figure 2와 같고, 간극과 강성의 관계는 Figure 3과 같다.



**Figure 2** Load capacity versus clearance



**Figure 3** Stiffness versus clearance

일반적으로 공기베어링의 간극은  $15\mu\text{m}$ 를 많이 사용하며, 실제 공기 주입 압력인 0.54MPa에서의 강성을 보면 베어링 지름 40mm일 때 17.2MN/m이고, 지름 50mm일 때 27.2MN/m이다.

## 3. 캐리지 구조물의 모드(mode) 해석

### 3.1 캐리지 구조물의 ANSYS 유한요소 모델링

본 논문에서는 다공질(porous) 재질로 된 에어베어링을 ANSYS를 이용하여 모델링 할 때 두가지

방법으로 모델링 하였다. 첫째는 에어스프링의 효과를 하나의 집중된 스프링으로 모델링하는 방법과, 또 하나는 분포스프링으로 모델링하는 방법이다. 캐리지 구조물의 에어베어링 강성은 실제 공기 주입 압력인 0.54MPa, 간극 15 $\mu$ m에서 이론적으로 계산한 값인 베어링 지름 40mm일 때 17.2MN/m, 지름 50mm일 때 27.2MN/m을 적용하였다. 캐리지 구조물의 모드 해석을 위하여 사용된 ANSYS 유한 요소 모델은 Figure 4~5와 같다.

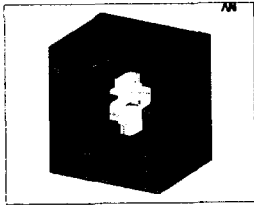


Fig. 4 Finite element modeling in concentrated spring

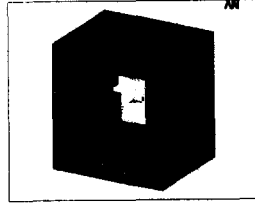


Fig. 5 Finite element modeling in distributed spring

### 3.2 ANSYS를 이용한 모드 해석 결과

위의 모델을 이용하여 캐리지 구조물의 모드 해석을 수행한 결과는 Table 2와 같다. 여기서 1~6차 모드는 강체 모드를, 7~10차 모드는 유연 모드를 나타낸다.

Table 2 Natural frequency of ANSYS model

모드	고유진동수 (Hz)		모드	고유진동수 (Hz)	
	집중스프링 모델	분포스프링 모델		집중스프링 모델	분포스프링 모델
1	0.0000287	0.0001761	6	311.62	296.56
2	128.23	153.47	7	613.99	780.74
3	170.30	184.86	8	619.96	843.07
4	208.12	199.50	9	704.84	891.96
5	217.97	256.56	10	1331.4	1619.7

전체 결과를 종합해 보면 전반적으로 분포스프링으로 모델링했을 경우의 주파수가 집중스프링으로 모델링 했을 때 보다 높게 나왔음을 알 수 있다.

위 모드 해석 결과의 신뢰성을 검증하기 위하여 모드 실험을 수행하였다.

## 4. 캐리지 구조물의 모드 실험

### 4.1 모드 실험 방법

실험 대상인 캐리지 구조물에 측정점을 표시한

후 이를 격자구조로 모델링한 형상은 Figure 6과 같다.

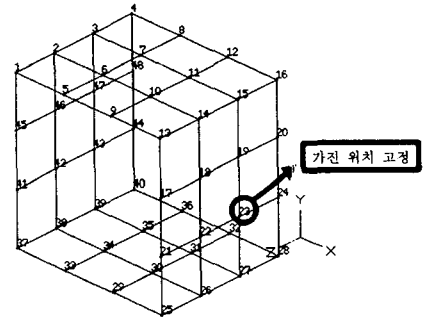


Figure 6 STAR System modeling

이 때 가속도계 센서는 각 노드(node)에서 X, Y, Z축 방향 모두 부착할 수는 없으므로 STAR System의 [Constraints]기능을 이용하여 이미 측정된 노드에서의 자유도를 이용하여 측정이 불가능한 노드의 자유도를 결정지어야 한다. 즉, 22번 노드에서의 Y축의 운동은 14번 노드에서의 Y축의 운동을 이용하며, Z축의 운동은 24번 노드에서의 Z축의 운동을 이용한다. 그리고 해석을 간단히 하기 위해 해당 노드에서의 운동과 참조할 노드에서의 운동은 서로 선형적으로 같다고 가정한다.

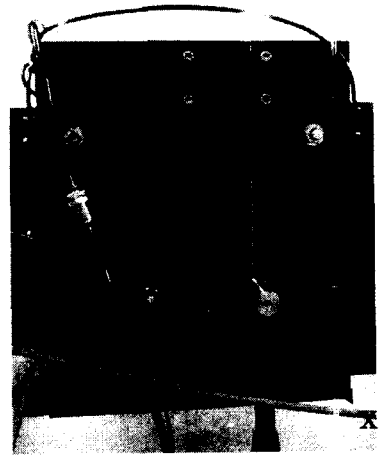


Figure 7 Modal testing of carriage structure  
node 22 : sensor, node 23 : Impact Hammer

### 4.2 모드 실험 결과

Figure 8은 1~4번 노드의 x축 자유도, Figure 9는 29~32번 노드의 y축 자유도에서 구한 주파수 응답 함수이다.

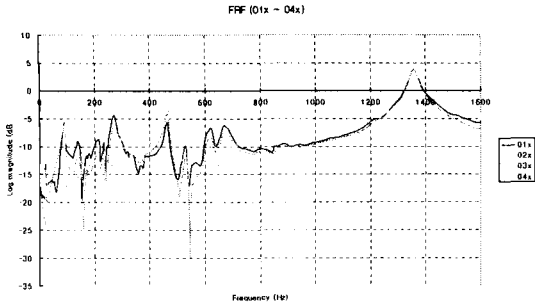


Figure 8 FRF of x-axis node 1~4

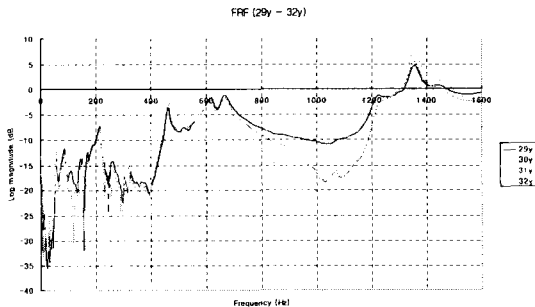


Figure 9 FRF of y-axis node 29~32

위 데이터를 이용하여 캐리지 구조물의 고유진동수를 구해보면 Table 3과 같다. 여기서 1~4차 모드는 강체 모드, 5~11차 모드는 유연 모드를 나타낸다.

Table 3 Natural frequency of carriage structure

모드	고유진동수 (Hz)	댐핑계수 ( $\zeta$ )	모드	고유진동수 (Hz)	댐핑계수 ( $\zeta$ )
1	89.79	0.0348	6	530.84	0.0084
2	143.57	0.0321	7	613.90	0.0121
3	226.38	0.0094	8	673.42	0.0222
4	290.72	0.0110	9	1204	0.0214
5	462.42	0.0121	10	1356	0.0107

위 실험 결과와 ANSYS를 이용한 모드 해석 결과의 모드 형상 일치 여부를 확인하기 위하여 MAC(Modal Assurance Criteria) value를 계산하면 다음과 같다.

### 4.3 MAC계산 value

MAC value란 해석에서의 모드 형상과 실험에서의 모드 형상이 잘 일치하는 지를 비교하는 것으로 값을 구하는 식은 아래와 같다.[8]

$$MAC = \frac{\{\phi_a\}^T \{\phi_b\}}{\sqrt{\{\phi_a\}^T \{\phi_a\} \times \{\phi_b\}^T \{\phi_b\}}} \quad (14)$$

이 값이 1에 가까우면 해석과 실험의 모드형상이 잘 일치함을 의미하고, 0에 가까우면 잘 맞지 않음을 의미한다. 먼저 강체 모드에서의 MAC value를 계산하여 보면 Figure 10~11과 같다.

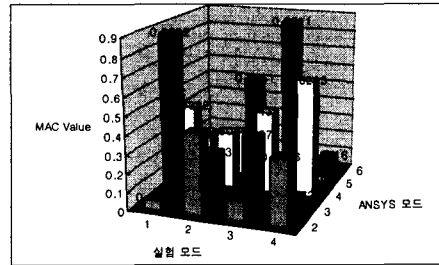


Figure 10 MAC value of concentrated spring model (rigid mode)

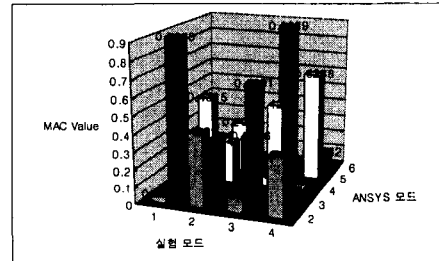


Figure 11 MAC value of distributed spring model (rigid mode)

위 결과에서 실험 1차 모드와 ANSYS 집중스프링 모델의 3차 모드의 MAC value가 높게 나타났으며, ANSYS 분포스프링 모델의 3차 모드 또한 실험 1차와의 MAC value가 높게 나타났다. 즉, 실험에서의 강체 1차 모드 형상과 ANSYS 해석 모델(집중스프링 모델, 분포스프링 모델)에서의 3차 모드 형상이 잘 일치함을 확인할 수 있다. 실험 1차 모드에서의 모드 형상과 집중 3차, 분포 3차 모드에서의 모드 형상은 Figure 12~14와 같다.

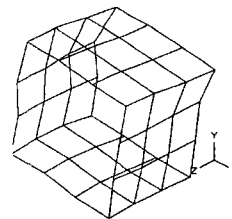


Figure 12 1st mode shape of carriage structure

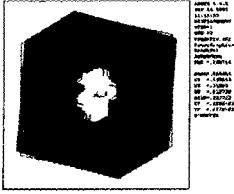


Fig. 13 3rd mode shape of concentrated spring model

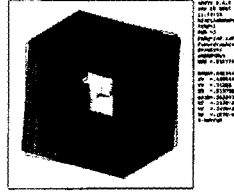


Fig. 14 3rd mode shape of distributed spring model

위 그림 모두 z축을 중심축으로 하여 좌우로 흔들리는 거동을 보인다. 이 때의 고유진동수를 살펴보면 실험 1차에서의 고유진동수가 89.79Hz이고, 집중 3차 170.30Hz, 분포 3차 184.86Hz로 실험 결과의 고유진동수와 해석 결과의 고유진동수가 약 2 배 가량의 차이를 보인다.

즉 해석 모델에 적용된 강성으로는 실제 모델의 동특성을 제대로 표현할 수 없으므로 해석 모델의 강성을 변화시켜 실험 결과에 일치하도록 동특성을 개선시킬 필요가 있다.

#### 4.4 강성 수정을 통한 동특성 변경

강성 수정은 trial & error법을 이용하였으며, 그 결과를 정리하면 Table 4와 같다. 이 때의 MAC value를 살펴보면 Figure 15~16과 같다.

Table 4 Natural frequency of updated ANSYS model

모드	고유진동수 (Hz)		모드	고유진동수 (Hz)	
	집중스프링 모델	분포스프링 모델		집중스프링 모델	분포스프링 모델
1	0.00019921	0.00016266	5	113.55	125.61
2	60.637	75.444	6	169.25	145.24
3	89.102	90.632	7	568.38	749.56
4	102.54	98.057	8	591.33	821.76
5	113.55	125.61	9	639.08	840.01

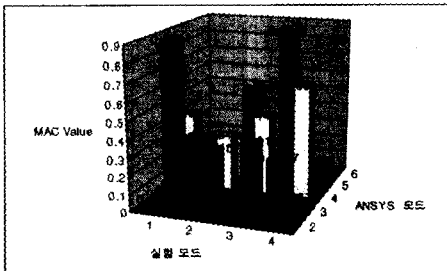


Figure 15 MAC value of updated concentrated spring model (rigid mode)

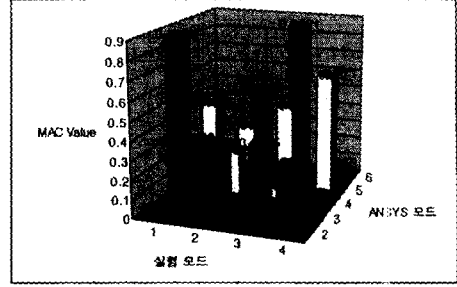


Figure 16 MAC value of updated distributed spring model (rigid mode)

위 결과를 보면 강성 수정 후에도 실험 1차 모드와 ANSYS 집중스프링 모델의 3차 모드의 MAC value가 높게 나타났으며, ANSYS 분포스프링 모델의 3차 모드 또한 실험 1차와의 MAC value가 높게 나타났다. 즉, 실험에서의 강제 1차 모드 형상과 ANSYS 해석 모델(집중스프링 모델, 분포스프링 모델)에서의 3차 모드 형상이 잘 일치함을 알 수 있으며, 이 때의 강성값은 Table 5와 같다.

Table 5 Stiffness of updated ANSYS model

ANSYS 해석 모델	강성 (MN/m)	
	지름 40mm	지름 50mm
집중스프링	3.7	7.6
분포스프링	3.1	6.4

#### 4.5 유연 모드에서의 MAC value 계산

ANSYS 해석 모델 중 실 모델의 동특성을 더욱 잘 표현하는 모델을 찾기 위해 수정된 강성을 적용한 모델에서의 유연 모드의 MAC value를 계산하였다. 이 때 실험 모드와 ANSYS 해석 모드 중 유연 모드의 첫 번째부터 세 번째까지의 모드에 대한 MAC value를 살펴보면 Figure 17~18과 같다.

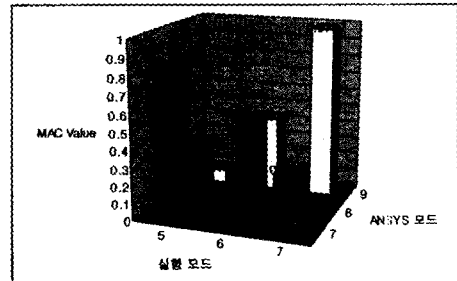


Figure 17 MAC value of updated concentrated spring model (flexible mode)

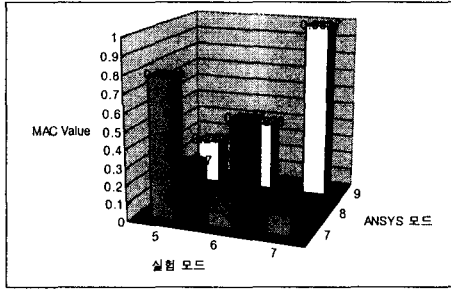


Figure 18 MAC value of updated distributed spring model (flexible mode)

위의 결과에서 실험 7차 모드와 ANSYS 해석 9차 모드와의 MAC value가 높게 나타났다. 즉, 실험 모드 7차와 ANSYS 해석 모드 9차의 모드 형상이 잘 일치함을 알 수 있다. 실험 7차 모드에서의 모드 형상과 집중 9차, 분포 9차 모드에서의 모드 형상은 Figure 19~21과 같다.

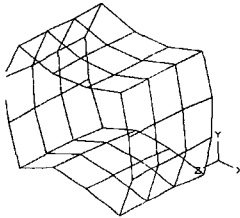


Figure 19 7th mode shape of carriage structure

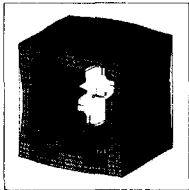


Fig. 20 9th mode shape of concentrated spring model

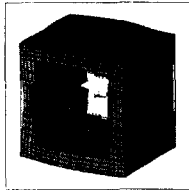


Fig. 21 9th mode shape of concentrated spring model

위 모드 형상은 x축 방향으로 팽창을 때 y축 방향으로는 수축하고, x축 방향으로 수축했을 때 y축 방향으로는 팽창하는 거동을 보여준다.

이 때의 고유진동수를 살펴보면 실험 모드 7차는 613.90Hz이고, 집중스프링 모델의 9차 모드는 639.08Hz이며, 분포스프링으로 모델의 9차 모드는 840.01Hz이다. 이와 같이 공기베어링이 분포스프링으로 모델링 되었을 때보다 집중스프링으로 모델링 되었을 때가 고유진동수가 오차가 훨씬 적다.

이는 공기베어링을 집중스프링으로 모델링 할 때 실제 모델의 동특성을 더 잘 만족시킨다 할 수 있다.

#### 4.6 간극 추정을 통한 강성의 신뢰성 확인

수정된 강성의 신뢰성을 확인하기 위하여 간극을 계산하였다. 이는 이론적 해석에서 구한 간극과 강성과의 그래프인 Figure 3에서 구할 수 있다. 수정된 강성을 이 그래프에 적용하면 Figure 22와 같다.

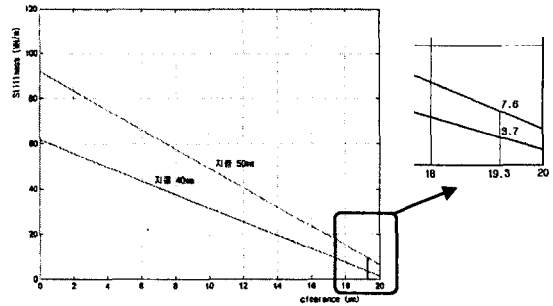


Figure 22 Clearance identification

위의 그림과 같이 간극은 19.3 $\mu$ m로 구해진다. 이 값은 보통 공기베어링의 간극 5~20 $\mu$ m에 속하므로 강성의 신뢰성을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 공기베어링으로 지지된 캐리지 구조물의 동특성 해석을 수행하기 위하여 유한 요소 모델을 개발하였다. 이를 위하여 먼저 공기베어링의 특성을 이론적으로 규명하였으며, 캐리지 구조물을 유한요소법을 이용하여 모드 해석을 수행하였다. 또한 실제 캐리지 구조물의 모드 실험, 유한 요소 모델의 구조 변경 및 에어베어링의 간극 추정을 수행하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 수치해석을 이용하여 공기베어링의 특성을 규명하였고, 신뢰성을 확인하였다. 공기베어링 제작사에서 제공한 강성과 비교하였을 때 베어링 지름 40mm인 경우 오차가 5.6%, 지름 50mm인 경우 오차가 3.9%로 이론적 해석 결과의 신뢰성을 입증하였다.

2. 공기베어링을 유한요소 해석프로그램을 이용하여 집중스프링과 분포스프링으로 모델링하여 각각의 모델에 대해 모드 해석을 수행하였고, 신뢰성을 확인하기 위하여 실험을 수행하였다. 그리고 모드 해석 결과와 실험 결과의 비교를 통하여 강성을 수정하였으며, 수정된 강성은 베어링 지름 40mm 일 때 3.7MN/m, 지름 50mm일 때 7.6MN/m였다. 그리고 공기베어링의 유한 요소 모델 2가지 가운데 집중스프링 모델이 실제 모델의 동특성을 더욱 잘 만족시킴을 확인할 수 있었다.

3. 수정된 강성의 간극을 수치해석으로 구한 간극과 강성과의 관계를 나타내는 그래프에서 구할 수 있었고, 그 값인  $19.3\mu\text{m}$ 는 보통 공기베어링의 간극인  $5\sim 20\mu\text{m}$  사이에 있으므로 강성의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Robinson, C. H., and Sterry, R., "The Static Strength of Pressure Fed Gas Journal Bearings, Porous Bearings", Atomic Energy Research Establishment, 1957.
- [2] Constantinescu, V. N., "Some Considerations Regarding the Design of Bearings Fed Under Pressure Through a Large Number of Holes or Through Porous Surfaces", Studii si Cercetari or Mecanica Aplicatga, Academia Republicii Populare Romine, Vol. 13, No. 1, 1962, pp. 175-191.
- [3] Sneek, H. J., and Yen, K. T., "The Externally Pressurized, Porous Wall, Gas-Lubricated Journal Bearing - I", Transactions of the American Society of Lubrication Engineers, Vol. 7, 1964, pp. 288-298.
- [4] Sneek, H. J., and Elwell, R. C., "The Externally Pressurized, Porous Wall, Gas-Lubricated Journal Bearing - II", Transactions of the American Society of Lubrication Engineers, Vol. 3, 1965, pp. 339-345.
- [5] Donald A. Nield and Adrian Bejan, "Convection in Porous Media", Springer-Verlag, pp. 5-20
- [6] Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, "Fundamentals of fluid mechanics", JOHN WILEY & SONS, Inc., pp. 309-320
- [7] Rouleau, W. T., "Hydrodynamic Lubrication of Narrow Press-Fitted Porous Metal Bearings", Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Vol. 85, Series D, No. 1, 1963, pp. 123-128.
- [8] Ko, J. M., Wong, C. W., and Lam, H., "Damage Detection in Steel Framed Structures by Vibration Measurement Approach", IMAC 12th, 1994, pp. 280-286