

온도 변화에 따른 HDD 회전축계 동특성 해석

Analysis of Dynamic Characteristics of a HDD Spindle System Supported by Ball Bearing Due to Temperature Variation

김동균*·장건희**·한재혁**·김철순***

D. K. Kim, G. H. Jang, J. H. Han and C. S. Kim

Key Words : Temperature(온도), Ball Bearing(볼 베어링), HDD(하드 디스크 드라이브), Spindle Motor(스핀들 모터)

ABSTRACT

This paper presents a method to investigate the characteristics of a ball bearing and the dynamics of a HDD spindle system due to temperature variation. Finite element model is developed for the rotating and stationary parts of a HDD spindle system separately to determine their thermal deformations by using ANSYS, a finite element program. Then, the relative position of the rotating part with respect to the stationary part is determined by solving the equilibrium equation of the contact force between upper and lower ball bearings. The validity of the proposed method is verified by comparing the theoretical natural frequencies of a HDD spindle system with the experimental ones before and after temperature variation. It shows that the elevated temperature results in the increase of contact angle and the decrease of bearing deformation, contact force and bearing stiffness, which result in the decrease of the natural frequencies of a HDD spindle system.

1. 서 론

컴퓨터 하드 디스크 드라이브 (hard disk drive, 이하 HDD)에서 발생하는 비반복적 런아웃(non-repeatable runout, 이하 NRRO)은 HDD의 자기 기록 밀도를 제한하는 주요한 요소 중 하나이다. NRRO는 주로 HDD 스핀들 모터를 지지하는 볼 베어링의 기하학적 불완전성이 모터 회전 시 가진 원으로 작용하여 발생하며, 베어링에 의한 가진 주파수가 HDD 회전축계의 고유 주파수와 일치할 경우 공진 현상에 의해 과도한 진동을 일어나게 된다.⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾ HDD 제조업체에서는 이러한 공진 현상을 막기 위해 HDD 회전축계의 고유 주파수가 베어링 가진 주파수와 일치하지 않도록 설계하고 있다. 그러나 실제 HDD 내부의 작동온도는 최고 80℃까지 상승하고, 이러한 온도 상승이 HDD 회전축계의 고유 주파수를 변화시킴으로써, HDD 회전축계 고유 주파수와 베어링 가진 주파수의 공진 가능성을 증대시켜 HDD 데이터 처리 오류의 원인이 될 수 있다.

온도 상승에 따른 HDD 회전축계 고유 주파수 변화의 주요 원인은 디스크와 볼 베어링이다. Jr-Yi Shen 등⁽⁵⁾은 온도 변화가 디스크 고유 주파수에 미치는 영향을 연구하여 온도가 상승하면 알루미늄 디스크는 디스크 잔류 응력의 영향으로 고유

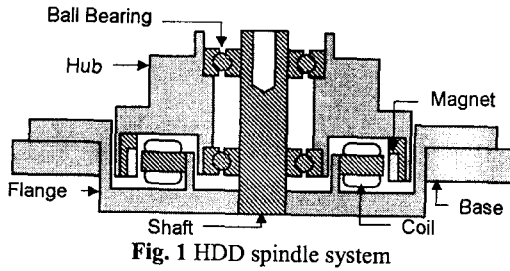
진동수가 변화하고, 유리 디스크는 디스크 클램핑(clamping)에 의한 열 응력으로 인해 고유 진동수가 변화함을 확인하였다. Chaw-Wu Tseng 등⁽⁶⁾은 온도 변화가 HDD rocking 모드 고유 주파수에 미치는 영향을 분석하기 위해 해석 모델을 개발하고 이에 대한 실험을 수행하여, 온도 상승에 따른 rocking 모드 고유 진동수 변화의 주요 원인은 볼 베어링 강성 감소임을 확인하였다. 하지만 Chaw-Wu Tseng 등⁽⁶⁾의 연구에서 사용된 해석 모델은 온도 변화에 따른 단일 베어링의 반경 방향 열변형만을 고려한 것으로서, 온도 변화에 따른 볼 베어링의 강성 변화를 정확히 해석하기 위해서는 반경 방향과 축 방향 열변형의 해석과 지지 베어링 전체에 대한 힘 평형이 고려되어야 한다.

본 연구에서는 온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 해석을 위한 모델을 개발하고 이를 통해 HDD 회전축계의 동특성을 해석하였다. 볼 베어링 특성 해석 모델에서 온도 변화에 의해 발생하는 베어링의 변위는 HDD 회전축계의 열변형에 대한 유한요소해석과 상하 베어링 힘 평형을 통해 계산하고, 이를 베어링 해석 이론에 적용하여 온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 변화를 해석하였다. 또한 온도 변화에 의한 볼 베어링 특성 변화를 HDD 회전축계 유한요소모델에 적용하여 HDD 회전축계 고유 주파수 변화를 구하고 이를 실험결과와 비교함으로써 볼 베어링 특성 해석 모델의 타당성을 검증하였다. 그리고 개발된 모델을 이용하여 온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 및 HDD 회전축계 동특성 변화를 고찰하였다.

* 한양대학교 기계공학부 초정밀회전기기연구실
E-mail : hydkkim@ihanyang.ac.kr
Tel : (02) 2299-5685, Fax : (02) 2292-3406

** 한양대학교 기계공학부 초정밀회전기기연구실

*** 삼성종합기술원



2. 해석 방법

그림 1 과 같은 HDD 회전축계는 열팽창계수가 서로 다른 부품으로 구성되어 있다. 그림 1 에서 케이스와 플랜지 그리고 허브의 재질은 알루미늄 합금이고, 축과 볼 베어링의 재질은 스테인리스 강이다. 알루미늄 합금의 열팽창계수는 스테인리스 강의 약 2 배이기 때문에 온도가 상승함에 따라 볼 베어링 내륜과 외륜 사이의 거리는 멀어지게 되고, 이는 볼 베어링의 변형량과 감성에 영향을 주게 된다. 또한 상부 베어링과 하부 베어링의 배열은 축 방향으로 비대칭이기 때문에 상하 베어링의 열변형은 서로 다르게 된다.

2.1 절에서는 온도 변화에 따른 볼 베어링의 변위를 임의로 가정하고 볼 베어링 변위에 따른 베어링의 기하학적 변화와 Hertz 접촉 이론을 이용하여 단일 볼 베어링의 특성을 계산하는 모델을 제시하였다. 2.2 절에서는 2.1 절에서 가정한 볼 베어링 변위를 HDD 회전축계의 열변형에 대한 주요요소해석과 상하 베어링 힘 평형 조건을 이용하여 계산하는 모델을 제시하였다.

2.1 온도 변화에 따른 단일 볼 베어링 특성 해석 모델

그림 2 는 온도 변화에 따른 베어링 위치 변화를 나타낸 것이다. 그림 2 에서 $\Delta r_i, \Delta h_i, \Delta r_o$ 그리고 Δh_o 는 각각 베어링 내륜과 외륜의 반경 방향 및 축 방향 위치 변화이고, A, B, A' 그리고 B' 는 각각 온도 변화 전후의 내륜 곡률반경 중심과 외륜 곡률반경 중심이다. 내륜과 외륜의 곡률반경 중심의 위치 변화는 볼 베어링의 내륜과 외륜의 위치 변화와 같으므로 내륜 곡률반경 중심의 변화에 대한 외륜 곡률반경 중심의 상대 변화는 그림 3 과 같이 나타낼 수 있다. 내외륜과 베어링 볼의 접촉은 내외륜 곡률반경 중심을 잇는 선상에서 이루어지므로 그림 3 에서 온도 변화 후 베어링 접촉각(α')을 온도 변화 전 베어링 접촉각(α)에 대해 나타내면 식(1)과 같다.

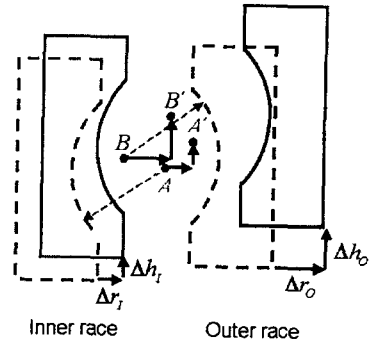


Fig. 2 Bearing displacement due to temperature variation

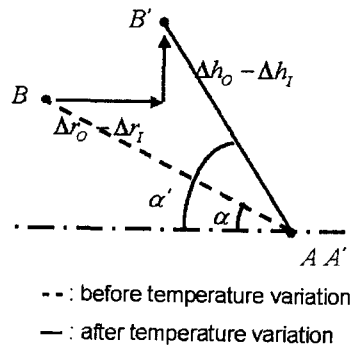


Fig. 3 Change of contact angle before and after temperature variation

$$\alpha' = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{AB} \sin \alpha + (\Delta h_o - \Delta h_i)}{\overline{AB} \cos \alpha - (\Delta r_o - \Delta r_i)} \right) \quad (1)$$

식(1)에서 \overline{AB} 는 온도 변화전의 내외륜 곡률반경 중심간의 거리이고 내외륜의 conformity (f_i 과 f_o)와 볼 지름(d_b) 그리고 베어링 변형량(δ)을 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.⁽⁷⁾

$$\overline{AB} = d_b(f_i + f_o - 1) + \delta \quad (2)$$

온도 변화 후 베어링 변형량(δ')은 온도 변화 전 베어링 변형량(δ)과 온도 변화에 따른 내외륜 곡률반경 중심간의 거리 변화($\overline{A'B'} - \overline{AB}$) 그리고 베어링 볼의 열변형량($d'_b - d_b$)의 합이므로 식(3)과 같다.

$$\delta' = \delta + (\overline{A'B'} - \overline{AB}) + (d'_b - d_b) \quad (3)$$

식(3)에서 $\overline{A'B'}$ 와 d'_b 는 각각 온도 변화 후 내외륜 곡률반경 중심간의 거리와 볼 지름을 나타내

고 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{AB} = \sqrt{\left[AB \cos \alpha - (\Delta r_o - \Delta r_i) \right]^2 + \left[AB \sin \alpha + (\Delta h_o - \Delta h_i) \right]^2} \quad (4)$$

$$d'_B = d_B + \alpha_{TB} \cdot \Delta T \cdot d_B \quad (5)$$

식(5)에서 α_{TB} 와 ΔT 는 각각 베어링 볼의 열팽창계수와 온도 변화를 나타낸다.

Hertz 접촉이론에 따르면 볼과 궤도를 사이의 접촉력(F)은 하중-변형상수(K)와 베어링 변형량(δ)의 함수로서 다음과 같다.

$$F = K \delta^{3/2} \quad (6)$$

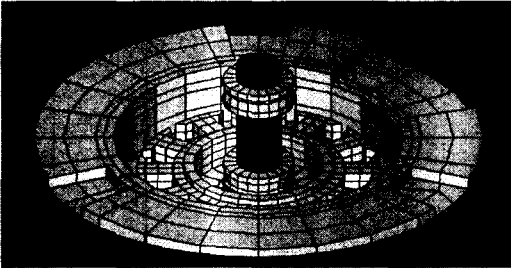
그리고 베어링 단일 볼의 접촉각 방향을 따르는 가상 계수($k_{single\ ball}$)는 식(6)에서 접촉력을 변형량으로 편미분하여 구한다.

$$k_{single\ ball} = \frac{\partial F}{\partial \delta} = \frac{3}{2} K \delta^{1/2} \quad (7)$$

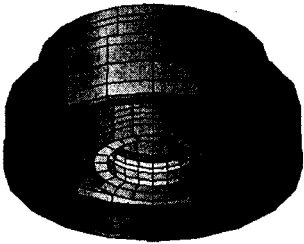
식(6)과 식(7)에서 하중-변형상수(K)는 볼과 궤도륜의 기하학적 형상과 재료 물성치의 함수이다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 그러므로 볼 베어링의 온도가 변화하였을 때 발생하는 볼과 궤도륜의 기하학적 변화에 의해 하중-변형상수의 값은 달라지게 된다.

2.2 온도 변화에 따른 상하 베어링 변위 계산 모델

온도 변화에 따른 상하 베어링의 축 방향 및 반



(a)



(b)

Fig. 4 Finite element models of a HDD spindle system for thermal analysis: (a) stationary part (b) rotating part

경 방향 변위를 구하기 위해 HDD 회전축계 열변형을 해석할 수 있는 유한요소모델이 개발되었으며 상하 베어링 사이의 힘 평형 조건이 이용되었다.

유한요소모델에서 온도 변화에 따른 열변형량은 회전지지부와 회전부에 대해 개별적으로 계산되었다. 그림 4는 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 개발한 유한요소모델이다. 그림 4에서 회전지지부는 베이스, 플랜지, 축, 베어링 내륜으로 이루어져 있으며 회전부는 베어링 외륜, 허브, 요크(yoke), 영구자석으로 이루어져 있다.

온도 변화에 따른 상하 베어링 내외륜의 반경 방향 변위와 상하 베어링 내륜의 반경 방향 변위($\Delta r_i^U, \Delta r_o^U, \Delta r_i^L, \Delta r_o^L, \Delta h_i^U, \Delta h_i^L$)는 HDD 회전축계의 열변형에 대한 유한요소해석을 통해 구할 수 있다. 그러나 온도 변화에 따른 상하 베어링 외륜의 축 방향 변위($\Delta h_o^U, \Delta h_o^L$)는 HDD 회전축계의 열변형에 대한 유한요소해석만으로는 구할 수 없다. 왜냐하면, 베어링 외륜의 축 방향 변위에는 열변형에 의한 변위 뿐 아니라 허브의 축 방향 이동에 따른 변위가 포함되기 때문이다. HDD 회전축계에서 상부 베어링과 하부 베어링의 배열은 축 방향으로 비대칭이기 때문에 상하 베어링의 열변형은 서로 다르게 된다. 이로 인해 두 베어링에 작용하는 축 방향 힘의 불평형이 발생하게 되어 허브는 두 베어링에 작용하는 축 방향 힘이 평형을 이루는 방향으로 움직이게 된다. 식(8)은 허브의 축 방향 이동 계산을 위해 사용된 상하 베어링의 축 방향 힘에 관한 평형 방정식이다.

$$\sum F'_A = n \cdot F'^L \sin \alpha'^L + n \cdot F'^U \sin \alpha'^U = 0 \quad (8)$$

식(8)에서 n 과 F' 은 각각 베어링 볼의 개수와 온도 변화 후 볼과 궤도륜 사이의 접촉력을 나타내며, 위 첨자 L 과 U 는 각각 하부 베어링과 상부 베어링을 나타낸다. 그림 5는 온도 변화에 따른 상하 베어링 외륜의 축 방향 변위를 결정하기 위한 수치 계산 과정을 나타낸 것이다. 첫번째 단계로, HDD 회전축계의 열변형에 대한 유한요소해석을 통해 상하 베어링 외륜의 열변형량($\Delta h_{or}^U, \Delta h_{or}^L$)을 계산한다. 두 번째 단계로, 허브의 축 방향 이동(Δh_H)을 가정하고 이를 열변형량과 합하여 상하 베어링 외륜의 축 방향 변위($\Delta h_o^U, \Delta h_o^L$)를 계산한다. 세 번째 단계에서는 온도 변화에 따른 베어링의 기하학적 변화를 식(6)에 적용하여 온도 변화 후의 상하 베어링의 볼과

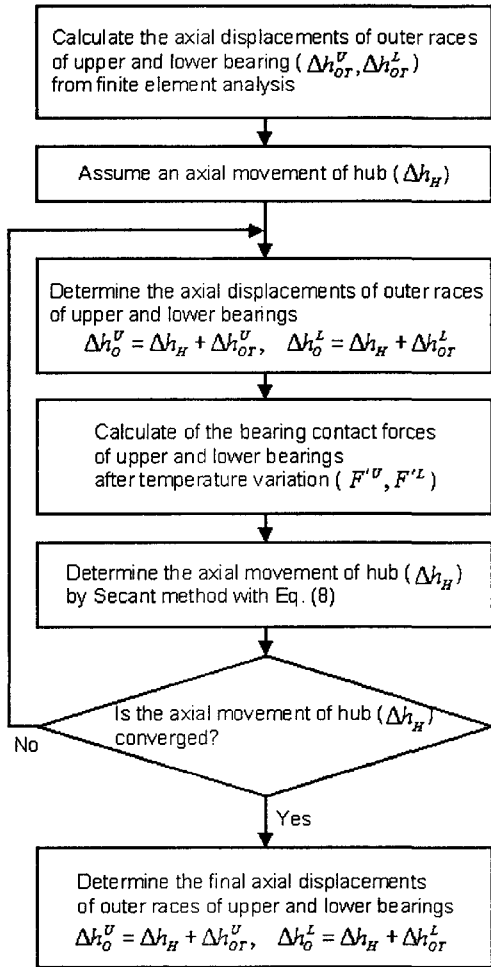


Fig. 5 Numerical procedure to determine the axial displacements of outer races of upper and lower bearings

케드론 사이 접촉력 (F'^U, F'^L)을 계산한다. 그 다음 식(8)에 수치 계산법의 하나인 Secant 법을 적용하여 허브의 축 방향 이동 (Δh_H)이 일정한 값에 수렴하도록 함으로써 상하 베어링 외륜의 축 방향 변위를 계산하게 된다.

3. 해석 모델 검증

온도 변화에 의한 볼 베어링 특성 변화를 HDD 회전축계 유한요소모델에 적용하여 HDD 회전축계 고유 주파수 변화를 구하고 이를 실험결과와 비교함으로써 온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 해석 모델의 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 사용된 볼 베어링의 주요 사양은 표 1 과 같다. 본 연구에서는 디스크 잔류 응력이 고유 주파수 변화

Table 1 Major design specifications of a ball bearing

Number of balls	10
Ball diameter [mm]	1.588
Pitch diameter [mm]	9.1
Contact angle [degree]	24.51
Preload [N]	16
Inner race conformity	0.529
Outer race conformity	0.535
Radial clearance [mm]	0.013-0.020

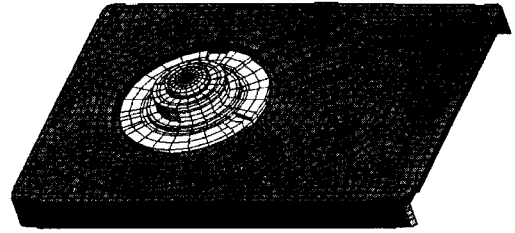


Fig. 6 Finite element model of a HDD spindle system

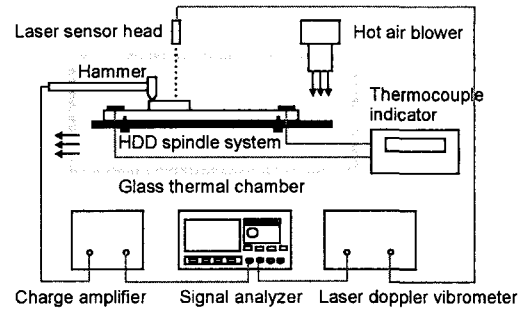


Fig. 7 Experimental setup to measure the natural frequencies of a HDD spindle system

에 미치는 영향을 배제하기 위해 HDD 회전축계에 디스크를 포함시키지 않았다.⁽⁵⁾

온도 변화에 따른 HDD 회전축계의 고유 주파수 변화를 구하기 위해 열변형에 대한 유한요소해석과 상하 베어링 힘 평형 조건을 이용하여 온도 변화에 따른 상하 베어링 변위를 계산한 다음 이를 식(7)에 적용하여 볼 베어링 강성을 계산하였다. 계산된 볼 베어링 강성은 HDD 회전축계 고유 주파수 해석을 위해 개발된 유한요소모델의 베어링 강성 계수로 사용되어 온도 변화에 따른 고유 주파수 변화가 계산되었다. 그림 6 은 HDD 회전축계 고유 주파수 해석을 위한 유한요소모델이다.

그림 7 은 온도변화에 따른 HDD 회전축계 고유 주파수 변화를 측정하기 위한 실험 장치이다. 그

림 7 에서 유리로 만들어진 상자내의 HDD 온도는 열전쌍(thermocouple)으로 측정되고 열풍기(hot air blower)에 의해 조절되었으며, 충격 해머의 가진에 대한 HDD 회전축계의 응답을 레이저로 측정하고 이를 신호 분석기로 분석하여 주파수 응답 함수를 구하였다. 그림 8 은 20℃와 60℃에서 측정된 HDD 회전축계 주파수 응답 함수이다.

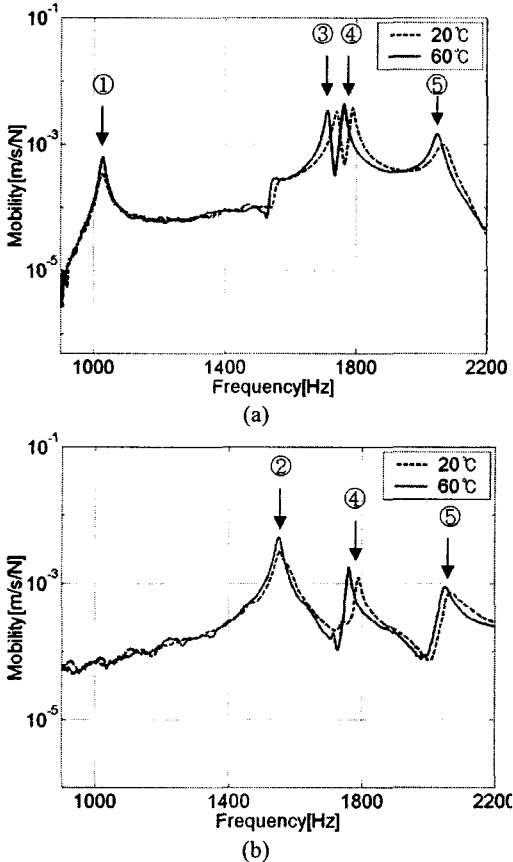


Fig. 8 Frequency response function of a HDD spindle system: (a) mobility measured at hub (b) mobility measured at base

Table 2 Experimental and analytical results of natural frequency shifts of a HDD spindle system due to temperature variation

Index	Experiment			Analysis		
	20℃	60℃	Shift	20℃	60℃	Shift
1	1023	1026	+3	1002	1001	-1
2	1552	1550	-2	1545	1542	-3
3	1738	1710	-28	1795	1771	-24
4	1788	1761	-27	1821	1800	-21
5	2068	2049	-19	2010	1996	-14

표 2 는 실험을 통해 측정된 HDD 회전축계의 고유 주파수 변화와 본 연구에서 개발한 열변형 해석모델을 통해 계산된 고유 주파수 변화를 비교한 것이다. 표 2 에서 온도 변화에 따른 HDD 회전축계 고유 주파수 변화에 대한 해석 결과는 실험과 같은 경향을 보여주고 있다.

4. 결과 및 고찰

4.1 온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 해석

온도 변화에 따른 볼 베어링 특성 해석 모델을 이용하여 HDD 회전축계의 온도를 20℃에서 60℃까지 10℃씩 증가시켜가면서 온도 변화에 따른 베어링 특성 변화를 고찰하였다.

그림 9 는 HDD 회전축계의 온도 변화에 따른 베어링 접촉각의 변화를 나타낸 것이다. 그림 9 에서 온도가 상승하면 베어링 접촉각이 증가함을 알 수 있다. 이는 열팽창계수가 큰 허브(알루미늄 합금)와 연결된 베어링 외륜의 열변형률이 열팽창계수가 작은 축(스테인리스 강)과 연결된 베어링 내륜의 열변형률보다 커서, 베어링 외륜과 내륜 사이의 거리가 멀어지기 때문이다. 또한 그림 9 에서 온도 상승에 따른 접촉각 증가 비율에 있어서, 하부 베어링의 접촉각 증가 비율이 상부 베어링보다 작은 것을 알 수 있다. 이는 첫째, 허브 아래에 있는 요크와 영구 자석의 열팽창계수가 허브보다 작아서 하부 베어링 외륜의 열변형률이 상부 베어링 외륜보다 작기 때문이고, 둘째, 상부 베어링에 작용하는 축 방향 힘이 평형을 이루기 위해 허브가 양의 축 방향으로 이동하여 상부 베어링 접촉각을 증가시키고 하부 베어링 접촉각을 감소시키기 때문이다.

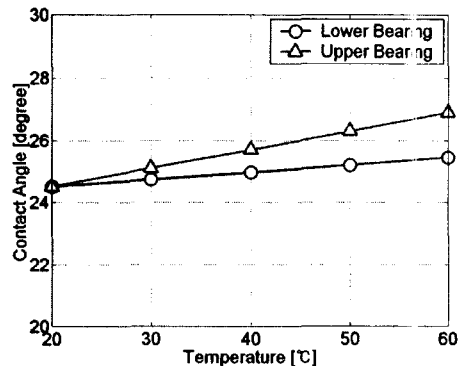


Fig. 9 Contact angle due to temperature variation of a HDD spindle system

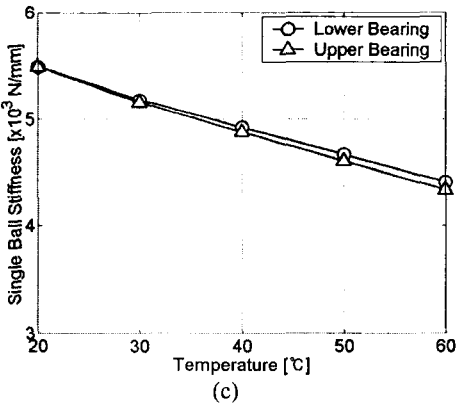
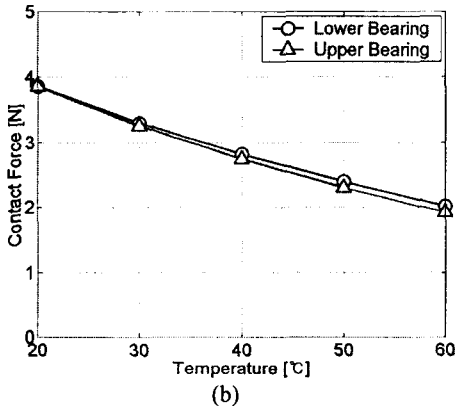
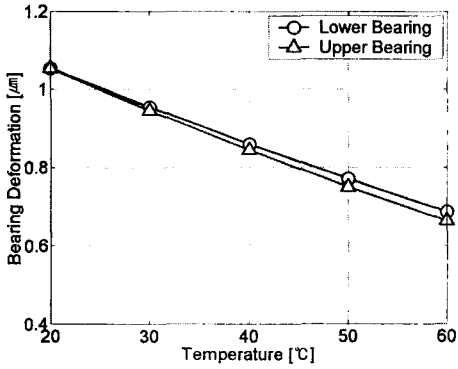


Fig. 10 (a) Bearing deformation (b) contact force (c) stiffness of single ball due to temperature variation

그림 10은 HDD 회전축계의 온도 변화에 따른 베어링 변형량, 볼과 케드론 사이의 접촉력, 단일 볼 강성의 변화를 나타낸 것이다. 그림 10에서 온도가 상승함에 따라 세 가지 베어링 특성이 모두 감소하며 그 감소 비율에 있어서 하부 베어링의 감소 비율이 상부 베어링보다 작은 것을 알 수 있다. 이는 허브 아래에 있는 요크와 영구자석의 열팽창계수가 허브보다 작아서 하부 베어링 외

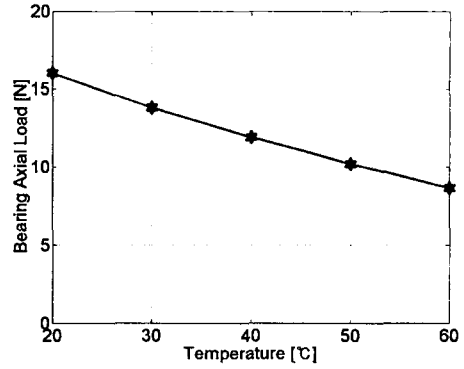


Fig. 11 Bearing axial load due to temperature variation

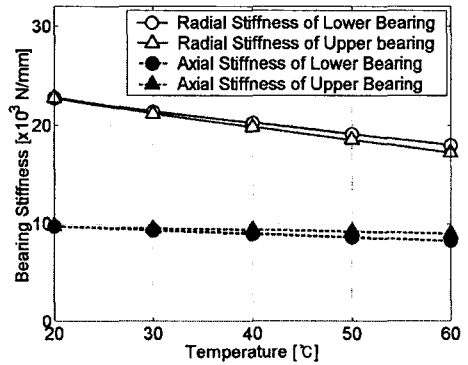


Fig. 12 Equivalent radial and axial stiffness due to temperature variation

륜의 열변형이 상부 베어링 외륜보다 작기 때문이다.

그림 11은 HDD 회전축계의 온도 변화에 따른 베어링에 작용하는 축 방향 힘의 변화를 나타낸 것이다. 그림 11에서 HDD 회전축계의 온도가 20°C에서 60°C로 상승하면 베어링에 작용하는 축 방향 하중은 약 50% 줄어드는 것을 알 수 있다.

그림 12는 HDD 회전축계의 온도 변화에 따른 베어링의 반경 방향 및 축 방향 등가강성 변화를 나타낸 것이다. 베어링의 반경 방향 및 축 방향 강성(k_{RR}, k_{AA})은 식(9)와 식(10)과 같이 구할 수 있다.⁽⁹⁾

$$k_{RR} = \frac{K \cdot n}{2} \left(\frac{\delta^{3/2}}{\delta + AB} + \frac{\delta^{1/2} (\delta + 3AB)}{2(\delta + AB)} \cos^2 \alpha \right) \quad (9)$$

$$k_{AA} = K \cdot n \left(\frac{\delta^{3/2}}{\delta + AB} + \frac{\delta^{1/2} (\delta + 3AB)}{2(\delta + AB)} \sin^2 \alpha \right) \quad (10)$$

그림 12에서 온도가 상승함에 따라 베어링의 등

가강성은 감소함을 알 수 있다. 특히 반경 방향 등가강성의 감소비율이 축 방향 등가강성보다 큰 것은 온도가 상승함에 따라 베어링 접촉각이 커져 반경 방향 등가강성을 감소비율을 증가시키기 때문이다.

4.2 온도 변화에 따른 HDD 회전축계 동특성 해석

HDD 회전축계의 온도가 상승하면 볼 베어링 강성의 감소로 인해 HDD 회전축계의 고유 진동수는 그림 8 과 표 2 에서와 같이 작아지게 된다. 그림 8 과 표 2 에서 첫 번째와 두 번째 고유 주파수는 베이스 강성의 영향을 받는 고유 진동 모드에 의한 것이고, 세 번째에서 다섯 번째 고유 주파수는 볼 베어링 강성의 영향을 받는 고유 진동 모드에 의한 것으로서, 세 번째와 네 번째는 rocking 모드이고 다섯 번째는 axial 모드이다. 따라서 HDD 온도 상승에 의한 볼 베어링 강성 감소에 따라 HDD 회전축계의 rocking 모드와 axial 모드 고유 주파수는 감소하게 된다. 또한 rocking 모드 고유 주파수 감소가 axial 모드보다 큰 것은 그림 12 와 같이 온도 상승에 따라 볼 베어링의 반경 방향 등가 강성이 축 방향보다 더 크게 감소하기 때문이다.

5. 결 론

- a. HDD 회전축계의 온도가 상승하면 볼 베어링의 접촉각은 증가하고 볼 베어링의 변형량, 접촉력, 강성은 감소하게 된다. 이는 허브의 열팽창계수가 축보다 크기 때문이다.
- b. 온도 상승에 따른 베어링 접촉각 증가 비율은 하부 베어링보다 상부 베어링이 크다. 이는 허브 아래에 있는 요크와 영구 자석의 열팽창계수가 허브보다 작고, 상부 베어링에 작용하는 축 방향 힘이 평형을 이루기 위해 허브가 양의 축 방향으로 움직이기 때문이다.

- c. 온도 상승에 의한 베어링 변형량, 접촉력, 강성 감소 비율은 하부 베어링보다 상부 베어링이 크다. 이는 허브 아래에 있는 요크와 영구 자석의 열팽창계수가 허브보다 작기 때문이다.
- d. 온도 상승에 따른 베어링 강성 감소는 베어링 강성의 영향을 받는 HDD 회전축계 고유 주파수를 감소시킨다.
- e. 온도 상승에 의한 고유 주파수 감소는 rocking 모드가 axial 모드보다 크다. 이는 베어링의 반경 방향 등가 강성 감소가 축 방향보다 크기 때문이다.

참 고 문 헌

- (1) Richter W. O., Talke F. E., 1988, "Nonrepeatable radial and axial runout 5 1/4" disk drive spindles", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 24, No. 6, pp. 2760-2762
- (2) K. Ono, N. Saiki, Y. Sanada and A. Kumano, 1991, "Analysis of Nonrepeatable Radial Vibration of Magnetic Disk Spindles", Transaction of ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 133, pp. 292-298
- (3) G. H. Jang, D. K. Kim and J. H. Han, 2001, "Characterization of NRRO in a HDD Spindle System due to Ball Bearing Excitation", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 37, No. 2, pp. 815-819
- (4) G. H. Jang and S. W. Jeong, 2002, "Nonlinear Excitation Model of Ball Bearing Waviness in a Rigid Rotor Supported by Two or More Ball Bearings Considering Five Degrees of Freedom", ASME Journal of Tribology, Vol. 124, pp. 82-90
- (5) Jr-Yi Shen, Chaw-Wu Tseng, I. Y. Shen and C. -P. R. Ku, 2000, "Vibration of Disk Media at Elevated Temperatures", Journal of Information Storage and Processing Systems, Vol. 2, pp. 307-312
- (6) Chaw-Wu Tseng, Jr-Yi Shen, C. -P. R. Ku and I. Y. Shen, 2002, "Effects of Elevated Temperatures on Rocking Vibration of Rotating Disk and Spindle Systems", ASME Journal of Tribology, Vol. 124, No. 4, pp. 794-800
- (7) T. A. Harris, 1991, Rolling Bearing Analysis, 3rd edition, John Wiley & Sons
- (8) B. J. Hamrock and D. Dowson, 1981, Ball Bearing Lubrication, John Wiley & Sons
- (9) A. B. Jones, 1960, "A General Theory for Elastically Constrained Ball and Roller Bearing under Arbitrary Load and Speed Conditions", ASME Journal of Basic Engineering, June, pp. 309-320