

## 개방형 반복구조물의 진동국부화 Vibration Localization of Open Loop Repeated Structures

하동진\*·유홍희\*\*

Dong Jin Ha and Hong Hee Yoo

### ABSTRACT

Vibration localization characteristics of open loop repeated structures with mistuning are investigated in this paper. Mistuning of a periodic structure often creates significant non-uniformity in vibration responses. As a result of the localization, critical fatigue problems often occur in repeated structures. Therefore, it is of great importance to predict the vibration response of the mistuned repeated structures accurately. In this paper, a simplified model for the open-loop repeated structure is introduced and dimensionless parameters which influence the localization characteristics are identified. The effects of the parameters on the localization characteristics are investigated through numerical study.

### 1. 서 론

터빈 및 헬리콥터 블레이드, MEMS 구조물(Fig.1), 교량, 그리고 인공위성의 안테나 등 주기적 반복 형상을 갖는 구조물들을 주변에서 발견하는 것은 어려운 일이 아니다. 이러한 반복 구조물에서는 부 구조물들간의 작은 물성치 차이가 그들의 동적 반응에 큰 차이를 초래하는 경우가 있는데 이를 진동 국부화 현상이라 한다. 반복 구조물의 전동 국부화는 예기치 않은 구조물의 파괴를 일으킬 수 있으므로 구조물의 설계 시에 이러한 특성을 잘 고려하는 것이 매우 중요하다.

주기적 반복구조물에서 작은 물성치의 차이가 예기치 않은 큰 변형과 응력을 수반할 수 있다는 사실은 오래 전부터 연구의 주제가 되어왔다<sup>(1-5)</sup>. Ewins 는 블레이드 시스템의 간단한 모델에 대한 해석을 통해 물성치의 불균일이 동적 변형에 큰 차이를 발생시킴을 보였으며<sup>(4)</sup>, 동시에 물성치의 차이가 어느 값 이상이 되면 이러한 진동 국부화 현상이 다시 줄어든다는 사실도<sup>(6)</sup> 밝혀냈다. 이는 부 구조물에서 가장 큰 변형이 발생하게 될 것인가 하는 문제에 대해서는 두 가지의 연구 결과가 존재하는데, 그 하나는 부 구조물들 중 물성치의 차이가 가장 큰 부 구조물에서 가장 큰 변형이 발생한다는 견해이고<sup>(7)</sup>, 또 다른 하나는 일정 수준의 물성치 차이에서 가장 큰 동적변형이 발생한다는 견해이다<sup>(8)</sup>. Pierre 는<sup>(9)</sup> 두 연구에 사용된 모델링과 변수가 다르기 때문에 이러한 결과의 차이가 발생

했다는 결론을 내렸으며 일련의 연구를<sup>(10)</sup> 통해서 인위적인 물성치의 조작으로 구조물의 동적응답을 최소화할 수 있음을 밝혀냈다.

한편 얼마나 큰 동적응답이 발생할 수 있는가에 대해서도 많은 연구가 이루어졌는데, 결과를 얻기 위해 특이 섭동법과 (singular perturbation method)<sup>(11)</sup> 축약차수모델링(reduced order modeling)<sup>(12,13)</sup> 방법이 사용되었다. 최근에는 또한 어떠한 조건에서 진동 국부화 현상이 가장 현저하게 나타날 수 있는가에 대한 연구가<sup>(14)</sup> 진행되었으며 물성치의 차이와 부 구조물간의 연성, 그리고 감쇠 영향을 조사하였다. 이 연구에서는 그러나 폐쇄형 반복 구조물에 대한 연구만이 수행되었다.

본 논문에서는 폐쇄형 반복 구조물들과<sup>(14)</sup> 비교하여 개방형 반복 구조물들은 어떠한 진동 국부화 특성을 갖고 있는가에 연구의 초점을 맞추었다. 그 목적을 달성하기 위해 간단한 형태의 연성된 진자 모델을 제시하고 수치 해석을 통해, 개방형 반복 구조물의 진동 국부화 현상에 대한 일반적인 특성을 조사하였다.

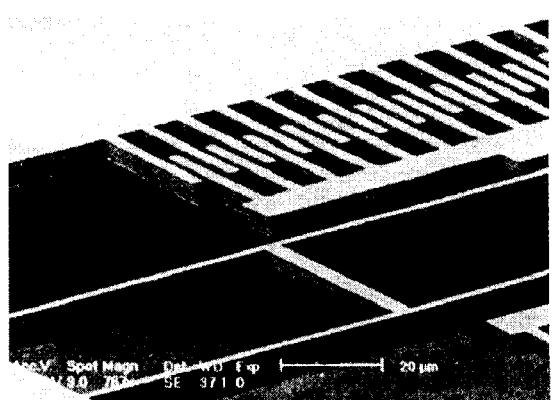


Fig.1 Repeated open-loop MEMS structure

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 정회원, 책임저자, 한양대학교 기계공학부  
e-mail: hhyoo@hanyang.ac.kr tel: 02-2290-0446

## 2. 운동방정식

개방형 반복 구조물의 불균일성이 동적응답에 어떠한 영향을 줄 수 있는지 분석하기 위해서 Fig.2 와 같은 다중 진자계를 분석하고자 한다. 각 부 구조물들은 서로 연성되어 상호 운동에 영향을 미치므로 진자계의 연성 스프링을 통해 그 특성을 대표하였으며 가공 오차나 마모, 결함 등에 의한 각 부 구조물간 물성치의 차이는 각 진자의 길이 차이로 모델링 하였다. 또한 부 구조물들은 같은 외부가진력을 받으며 감쇠의 영향을 받는다.

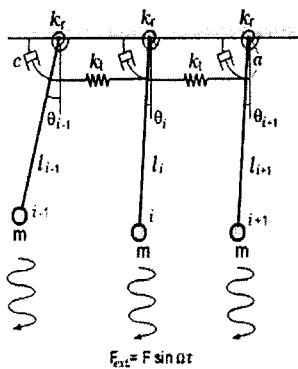


Fig.2 Open loop repeated multi pendulum

본 진자계의 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{ccc} ml_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & ml_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & ml_n^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{array} \right\} + \left[ \begin{array}{ccc} cl_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & cl_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & cl_n^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{array} \right\} \\ & + \left[ \begin{array}{ccc} k_r + k_r a^2 & -k_r a^2 & -k_r a^2 \\ -k_r a^2 & k_r + 2k_r a^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -k_r a^2 & 0 & k_r + k_r a^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{c} l_1 \cdot F \sin \Omega t \\ l_2 \cdot F \sin \Omega t \\ \vdots \\ l_n \cdot F \sin \Omega t \end{array} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

운동방정식을 무차원화 하기 위해서 다음과 같은 무차원 변수 및 매개변수들을 도입한다.

$$\alpha_i = \frac{l_i}{l_1} \quad \beta = \frac{k_r a^2}{k_r} \quad \gamma = \frac{Tc}{m} \left( \frac{a}{l} \right)^2 \quad (2)$$

$$\tau = \frac{t}{T} \quad \omega = \Omega T \quad f = \frac{lF}{k_r} \quad (3)$$

여기서  $l$ 은 기준이 되는 길이로서 임의의 값을 사용할 수 있으나 본 연구를 위한 수치해석 시는

첫번째 진자 길이를 그 값으로 사용하였다. 또한

$$T = \sqrt{\frac{ml^2}{k_r}} \quad (4)$$

식(2)에서  $\alpha_i$ 는 부 구조물의 물성치 차이를,  $\beta$ 는 부 구조물간 연성정도를, 그리고  $\gamma$ 는 감쇠 정도를 나타내는 매개변수들이다. 이 매개변수 및 변수를 사용하여서 식(1)의 운동방정식을 다시 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{ccc} \alpha_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \alpha_n^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{array} \right\} + \left[ \begin{array}{ccc} \gamma \alpha_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \alpha_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma \alpha_n^2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{array} \right\} \\ & + \left[ \begin{array}{ccc} 1+\beta & -\beta & -\beta \\ -\beta & 1+2\beta & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\beta & 0 & 1+\beta \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{c} \alpha_1 f \sin \omega \tau \\ \alpha_2 f \sin \omega \tau \\ \vdots \\ \alpha_n f \sin \omega \tau \end{array} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

이 무차원 방정식의 정상상태 동적응답은 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\theta_i = a_i \cos \omega \tau + b_i \sin \omega \tau \quad (6)$$

이 식을 식(5)에 대입하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{b} - \omega \mathbf{C} \mathbf{a} = \mathbf{f} \\ & (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{a} + \omega \mathbf{C} \mathbf{b} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \gamma \alpha_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \alpha_2^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma \alpha_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1+\beta & -\beta & -\beta \\ -\beta & 1+2\beta & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\beta & 0 & 1+\beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 무차원화된 정상상태 동적응답의 크기를 의미하는 확대계수를 (magnification factor) 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$|\mathbf{K}_i| = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} / f \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (9)$$

개방형 반복구조물과 폐쇄형 반복구조물은 서로 유사한 형상이며 그 차이는 폐쇄형 반복 구조물의 경우는 양단이 연결되어 있다는 점이다. 이러한 차이에 의한 운동방정식에서 강성행렬의 차이만을 유발하게 되는데 폐쇄형 반복구조물의 강성행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} 1+2\beta & -\beta & -\beta \\ -\beta & 1+2\beta & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -\beta & 0 & 1+2\beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

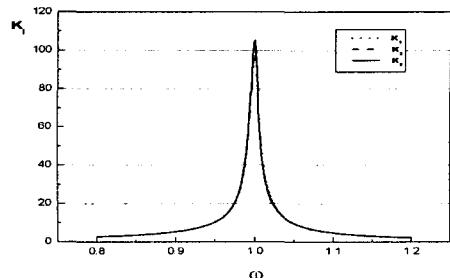
2 장에 유도된 무차원 식들을 이용하여 개방형 반복구조물의 진동국부화 특성을 알아보기 위해 연성된 진자 모델을 이용하여 물성치 차이, 연성 정도, 그리고 감쇠력의 영향을 조사하였다.

Fig.3 은 구조물에서 물성치 차이가 진동 국부화 특성에 미치는 영향을 3 진자계에 대해 보여준다. 이는  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 로 고정하고  $\alpha_3$  만 변화시키며 해석을 수행하여 얻은 결과이다. 진자간 물성치 차이가 거의 없는 Fig.3(a) 의 경우 동적응답 역시 특별한 차이가 없으나 그 차이가 1%에 이르는 Fig.3(b)의 경우는 진동 국부화가 현격히 발생하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 물성치 차가 5%가 되면 Fig.3(c)에서 보는 바와 같이 진동 국부화가 다시 감소하는 것을 확인할 수 있는데, 이로부터 진동 국부화는 물성치 차이가 특정 범위 내에서 현격히 발생하고 또한 특정값에서 최대값에 이른다는 것을 잘 보여준다.

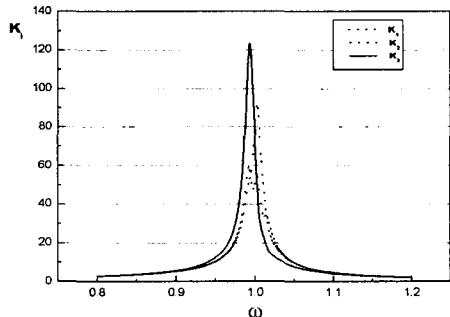
Fig.4 는 폐쇄형 반복구조물의 결과로서 개방형 구조계의 결과와 (Fig.3(b) 참조) 비교하기 위해서 제시한 것이다. 이로부터 폐쇄형 구조의 경우가 개방형 구조에 비해서 동일한 매개변수 조건에서 진동국부화가 더 강하게 나타남을 알 수 있다.

Fig.5 는  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 로 고정하고  $\alpha_3$  만을 변화 시켰을 때에 최대 동적응답의 변화를 전체적으로 보여주며, 이 경우 물성치의 차이가 1% 부근에서 최대 동적 응답이 발생하는 것을 알 수 있다.

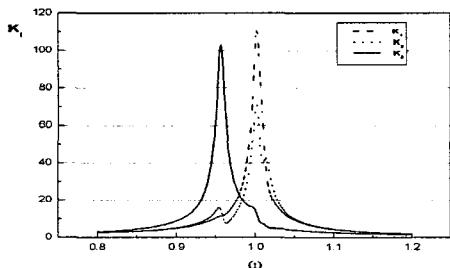
Fig.6 은 감쇠 변화에 따른 개방형 반복 구조물의 동적 응답특성의 변화를 관찰하기 위해 제시된 결과이다. Fig.6 (a-c) 결과의 비교를 통해 감쇠는 최대 동적 응답의 크기에 결정적 영향을 미치게 되는 것을 확인할 수 있다.



(a)  $\alpha_3 = 1.001, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$



(b)  $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$



(c)  $\alpha_3 = 1.05, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$

Fig.3 Magnification factor variations (open loop system)

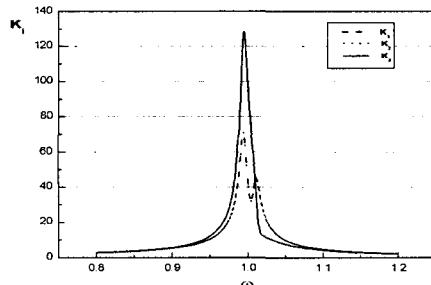
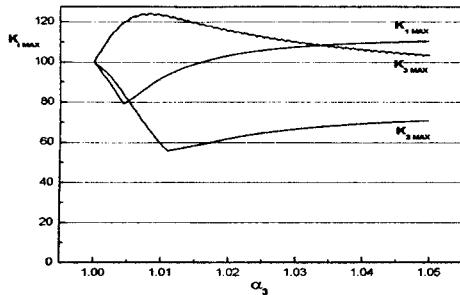
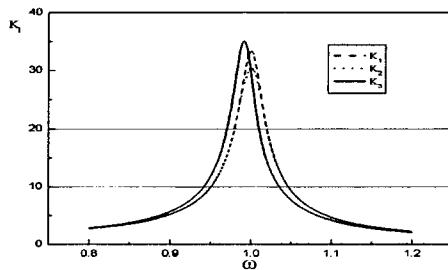


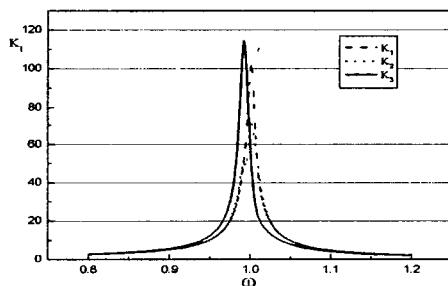
Fig.4 Magnification factor variations (closed loop system)  
( $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$ )



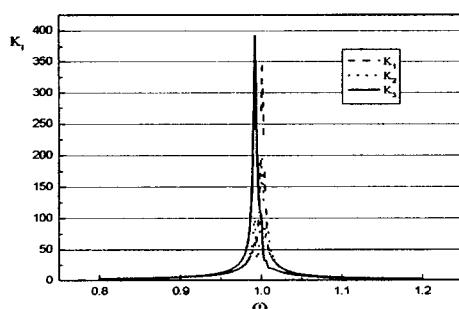
**Fig.5** Comparison of maximum magnification factors



(a)  $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.03$

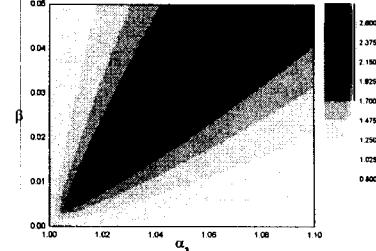


(b)  $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.01$

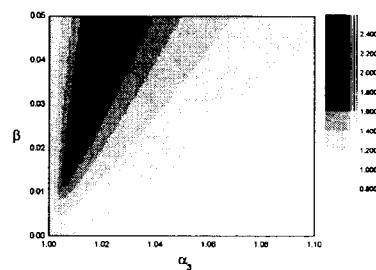


(c)  $\alpha_3 = 1.01, \beta = 0.005, \gamma = 0.003$

**Fig.6** Magnification factor variation due to damping

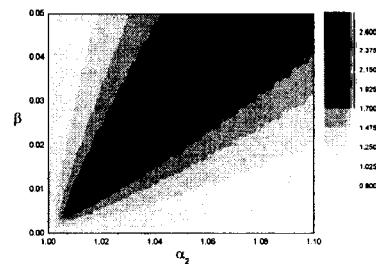


(a) results of closed loop system

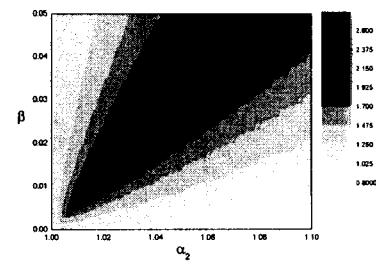


(b) results of open loop system

**Fig.7** Maximum magnification factor of the open loop and the closed loop systems ( $\alpha_3$  variation)



(a) results of closed loop system



(b) results of open loop system

**Fig.8** Maximum magnification factor of the open loop and the closed loop systems ( $\alpha_2$  variation)

**Table 1** Maximum values of magnification factors and corresponding  $\alpha$  values versus number of pendulums

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
	$K_{1,\max}$	$K_{2,\max}$	$K_{3,\max}$	$K_{4,\max}$	$K_{5,\max}$
N=2	1.000 (1.000)	1.012 (1.012)			
	61.62 (61.62)	118.3 (118.3)			
			1.000		
N=3	1.000 (1.000)	1.009 (1.009)	1.000 (1.000)		
	68.99 (68.99)	128.6 (128.6)	68.99 (68.99)		
				1.002	
N=4	1.000 (1.000)	1.004 (1.001)	1.011 (1.009)	1.002 (1.000)	
	82.62 (92.91)	77.96 (70.93)	131.3 (132.5)	71.41 (65.68)	
					1.000
N=5	1.000 (1.000)	1.004 (1.004)	1.011 (1.011)	1.004 (1.004)	1.000 (1.000)
	85.15 (85.15)	78.40 (78.40)	134.1 (134.1)	78.40 (78.40)	85.15 (85.15)

(Fixed  $\beta = 0.005, \gamma = 0.01$ )

**Table 2** Maximum values of magnification factors and corresponding  $\alpha$  values versus number of pendulums

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
	$K_{1,\max}$	$K_{2,\max}$	$K_{3,\max}$	$K_{4,\max}$	$K_{5,\max}$
N=2	1.000 (1.000)	1.024 (1.024)			
	52.04 (52.04)	119.5 (119.5)			
			1.000		
N=3	1.000 (1.000)	1.026 (1.026)	1.000 (1.000)		
	53.69 (53.69)	134.3 (134.3)	53.69 (53.69)		
				1.001	
N=4	1.000 (1.020)	1.009 (1.000)	1.036 (1.043)	1.001 (1.000)	
	60.28 (75.37)	62.04 (54.89)	142.5 (146.0)	60.54 (54.89)	
					1.019
N=5	1.019 (1.019)	1.000 (1.000)	1.045 (1.045)	1.000 (1.000)	1.019 (1.019)
	70.49 (70.49)	59.07 (59.07)	155.3 (155.3)	59.07 (59.07)	70.49 (70.49)

(Varied  $\beta, \gamma = 0.01$ )

**Table 3** Coupling stiffness  $\beta$  which causes maximum values of magnification factors

$\beta$	N=2	N=3	N=4	N=5
Open loop	0.012	0.018	0.027	0.032
Closed loop	0.012	0.018	0.029	0.032

Fig.7 은  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  으로 고정하고  $\alpha_3$  값과  $\beta$  값이 동시에 변화하는 경우에 대해서 다음의 척도 값을 나타낸 것이다.

$$\kappa_{\max} = \text{Maximum}(\kappa_{i,\max}) \quad (11)$$

Fig.7 의 결과는 3 진자계에서 세번째 진자의 물성 변화에 의해서 최대 동적응답이 발생하는 위치가 개방계의 경우 더 작은 물성치에서 발생하며 더 높은 연성 값에서 발생한다는 사실을 보여준다. 이러한 차이는 무차원 강성 행렬을 비교해 보면 개방계의 연성 강성향이 폐쇄계의 연성 강성향에 비해서 양단 위치에서 2 분의 1 값이었던 사실을 고려해 보면 쉽게 유추할 수 있다. Fig.8에서 보는 것처럼 두 번째 진자의 물성치의 변화는 개방계와 폐쇄계가 서로 거의 동일한 특성을 보여준다.

이상의 결과는 임의로 하나의 물성치 관련 매개 변수만을 변화시키며 그것이 진동국부화에 미치는 영향을 조사한 것이다. 모든 진자의 물성치가 동시에 변화하는 경우 어떤 매개변수 값의 조합에서 진동국부화 현상이 가장 현격하게 발생할까 하는 문제와, 부 구조물들의 개수를 늘려가면서, 동적응답 국부화 현상이 부구조물의 증가와 어떤 상관관계를 갖는지를 다음에 살펴보려 한다.

Table 1 과 2 는 각각 연성강성의 변화를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 결과를 나타낸 것이다. 표에는 개방계의 결과와 함께 팔호 안에 나타낸 폐쇄계의 결과를 함께 나타내었다. 두 경우 모두 감쇠 매개변수  $\gamma = 0.01$  을 사용하였는데 이는 물성치 변화가 없는 Tuned system 의 동적응답을 100 이 되게 한다. 그러므로 Table 에 나온 값들이 어느 정도의 국부화 현상에 해당하는지를 파악할 수 있다. 이 결과로부터 파악할 수 있는 사실은 부 구조물의 수가 늘어나면 최대 응답의 크기도 커진다는 점이다. 그러나 그 증가율은 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 또한  $\beta$  를 고정시킨 경우 보다  $\beta$  가 변화하는 경우 더 큰 동적응답을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다. 이와 더불어 최대 동적응답을 발생시키는 물성치들을 관찰한 결과 홀수개의 부 구조물을 갖는 시스템의 경우 중앙에 위치한 부 구조물에서 최대 동적응답이 나타나는 것을 확인할 수 있었다. Table 3 에는 부 구조물의 개수 증가에 따른 최대 동적응답을 발생시키는 연성강성의 변화를 보여주고 있는데 개방형 반복구조물의 결과가 폐쇄형 반복구조물의 결과와 거의 동일함을 확인할 수 있었으며 개수가 증가하면

개방계나 폐쇄계 반복구조물 모두 더 큰 연성강성 값에서 최대 동적 응답이 발생함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 개방형 반복 구조물의 진동 국부화 현상을 규명하기 위하여 간단한 진자계를 대상으로 운동방정식을 유도하고 주요 매개변수들을 추출한 후 이들의 진동 국부화에의 영향을 수치해석을 통해서 조사하였다. 그 결과로 개방형 반복 구조물의 일반적 진동 국부화 특성은 이미 앞서 연구가 이루어진 폐쇄형 반복구조물의 경우와 유사한 것을 확인할 수 있었다. 즉, 진동국부화는 약간의 물성차 차이에 의해 발생하며 연성 강성과 감쇠의 영향을 받는다. 단 개방형 반복 구조물의 최대 진동 국부화의 크기는 폐쇄형에 비해서 약간 작은 것으로 나타났으며 최대 진동 국부화는 진자계의 중앙에 위치한 부 구조물에서 발생하는 것을 확인할 수 있었다.

#### 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

#### 참고문헌

- (1) E. J. Ewins, 1970. "A study of resonance coincidence in bladed disks". *Journal of Mechanical Engineering Science*. Vol.12, pp.305~312.
- (2) D. S. Whitehead, 1966. "Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes", *Journal of Mechanical Engineering Science*. Vol.81, pp.15~21.
- (3) C. Pierre and E. H. Dowell, 1987. "Localization of vibrations by structural irregularity". *Journal of Sound and Vibration*, Vol.114, pp.549-564.
- (4) D. J. Ewins, 1973. "Vibration characteristics of bladed disk assemblies". *Journal of Mechanical Engineering Science*. Vol.15, pp.165~186.

(5) L. E. El-Bayoumy and A. V. Srinivasan, 1975. "Influence of mistuning on rotor blade vibrations". *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. Vol.13, pp.460~464.

(6) D. J. Ewins, 1969. "The effect of detuning upon the forced vibrations of bladed disks". *Journal of Sound and Vibration*, Vol.9, pp.65~79.

(7) Afolabi, 1985. "The frequency response of mistuned bladed disk assemblies", *Vibration of Blades and Bladed Disk Assemblies*. ASME.

(8) J. H. Griffin and T. M. Hoosac, 1984. "Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning". *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* Vol.106, pp.204~210.

(9) S. T. Wei and C. Pierre, 1988. "Localization phenomena in mistuned assemblies with cyclic symmetry [ Part I ] free vibrations, [Part II] forced vibrations". *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*. Vol. 110, pp.429~449.

(10) P. Castanier and C. Pierre, 1997. "Consideration on the benefits of intentional blade mistuning for the forced response of turbomachinery rotors". *Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles*. Vol.55, pp.419~425.

(11) G. S. Happawana, O. D. I. Nwokah, A. K. Bajaj, M. Azene, 1998. "Free and forced response of mistuned linear cyclic systems: a singular perturbation approach". *Journal Sound and Vibration*. Vol.211, pp.761~789.

(12) P. Castanier, and C. Pierre, 1997. "A reduced order modeling technique for mistuned bladed disks". *Journal of Vibration and Acoustics*. Vol.119, pp.439~447.

(13) R. Bladh, P. Castanier, and C. Pierre, 1998. "Reduced order modeling and vibration analysis of mistuned bladed disk assemblies with shrouds". in proceedings of the 43<sup>rd</sup> ASME Gas turbine and aeroengine technical congress, Stockholm, Sweden, June 1998.

(14) J.Y. Kim and H.H.Yoo , 2001. " Dynamic Response Localization of Simple Periodic Structures Undertaking External Harmonic Forces.", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.11, No.6, pp.175~ 180.