

# 구조물 손상탐지 및 감쇄평가를 위한 시간 영역에서의 SI 기법

## An SI Scheme for the Assessment of Structural Damage and Damping

이해성\*·강주성\*\*

Hae Sung Lee and Joo Sung Kang

**Key Words :** SI in time domain(시간 영역에서의 SI), Regularization(정규화), GMS(기하평균 기법), Acceleration (가속도), Error function(오차함수), Least squared error (최소자승오차)

### ABSTRACT

This paper presents a system identification (SI) scheme in time domain using measured acceleration data. The error function is defined as the time integral of the least square errors between the measured acceleration and the calculated acceleration by a mathematical model. Damping parameters as well as stiffness properties of a structure are considered as system parameters. The structural damping is modeled by the Rayleigh damping in SI. The regularization technique is applied to alleviate the ill-posed characteristics of inverse problems. The validity of the proposed method is demonstrated by an experimental study on a shear building model.

### 1. 서 론

구조물의 국부적인 손상을 구조물의 전체적인 응답을 이용하여 진단하는 SI 기법에 기초한 손상탐지기법<sup>(1)</sup>이 지난 수십 년 간에 걸쳐 꾸준히 연구되어 왔다. SI 기법에 기초한 손상탐지 기법에서는 측정된 구조물의 응답과 수학적 모델에 의하여 계산된 응답의 자승 오차를 최소화하는 구조물의 강성도를 구하여 손상을 평가한다. SI 기법에서는 정적 응답 혹은 동적 응답을 사용하고 있다.

구조물의 동적응답을 이용하는 SI 기법으로는 모드 형상과 고유 진동수를 이용하는 모드 접근법<sup>(2,3)</sup>이 널리 사용되어 왔다. 그러나, 실제 측정할 수 있는 모드 형상과 고유 진동수는 저차 모드에 국한되어 있고, 일반적으로 저차 모드는 국부적인 손상에 민감하지 않기 때문에 모드 접근법에 의하여 손상을 탐지하기가 어렵다. 이러한 단점을 해결하고 보다 정확히 손상을 탐지하기 위하여 측정 가속도를 이용한 SI 기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 측정가속도와 수학적 모델에 의한 계산 가속도의 최소 자승오차에 대한 시간 적분을 오차함수로 사용한다. 구조물 감쇄로서 Rayleigh 댐핑 모델을 사용하며, SI 문제의 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 기법<sup>(4,5)</sup>을 사용한다. 이 논문에서는 구조 변수의 시간에 대한 일차 미분의 자승항의 시간 적분을 정규화 함수로 사용하고, 해

의 정도에 중요한 영향을 미치는 정규화 계수는 기하 평균법 (GMS)<sup>(6)</sup>에 의하여 산정한다,

3 층 전단 건물에 대한 실험적 연구를 통하여 제안된 방법을 검증한다. 제시된 예제에서 제안된 방법은 구조물의 손상을 정확히 탐지하였고, 또한 구조물의 감쇄도 근사적으로 잘 모사하였다.

### 2. 시간 영역에서의 변수 추정기법

구조물의 이산화된 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{v} + \mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{u} = \mathbf{P}(t) \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{P}$ 는 각각 구조 변수 벡터, 질량 행렬, 감쇄 행렬 강성도 행렬 그리고 외부 하중 벡터이고,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$ 는 각각 가속도, 속도 그리고 변위 벡터이다. 구조 변수벡터는 구조물의 강성도 및 감쇄 특성을 관한 항을 포함한다. 식 (1)에서 주어진 운동방정식을 시간에 대하여 적분하기 위하여 Newmark- $\beta$  방법을 사용한다.

구조물 손상탐지를 위하여 동적 실험을 통하여 구조물의 가속도가 몇 개의 측정점에서 측정되고, 또한 구조물의 강성도 및 감쇄 특성은 구조물의 동적 실험을 실시하는 동안 변하지 않는다고 가정 한다. 구조물의 강성도 및 감쇄 특성이 SI 기법에서의 미지수가 되며, 다음과 같은 최소화 문제를 통하여 결정한다.

$$\text{Min } \Pi(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|^2 dt + \frac{\lambda}{2} \int_0^t \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|^2 dt \quad (2)$$

subject to  $\mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0$

\* 서울대학교 지구환경시스템공학부

E-mail : chslee@plaza.snu.ac.kr

Tel : (02) 880-8388, Fax : (02) 887-0349

\*\* 삼보엔지니어링

여기서  $\tilde{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\lambda$  그리고  $\mathbf{R}$ 는 각각 계산 가속도, 측정가속도 정규화 계수 그리고 구조 변수에 대한 구속조건이며,  $\|\cdot\|$ 는 Euclidean norm 을 나타낸다. 식 (2) 의 첫번째 항은 오차 함수이고, 두 번째 항은 정규화 함수이다. 정규화 함수는 역해석 문제의 불안정성을 제거하기 위하여 도입되었으며<sup>(4,5)</sup>, 식 (2) 에서 정의된 정규화 함수는 구조 변수의 시간에 따른 변화를 나타낸다. 구조 변수는 시간에 따라 변하지 않는다고 가정하였기 때문에 식 (2) 에서 정의된 최적화 문제에서 정해를 구할 수 있다면 정규화 함수는 최적 해에 아무런 영향을 미치지 못한다. 정규화 계수의 크기는 최적화 문제 (2)의 해의 안정성 확보에 중요한 역할을 한다. 이 연구에서는 기하 평균법 (Geometric Mean Scheme; GMS) 을 사용하여 최적 정규화 계수를 결정한다. 식 (2)의 최적화를 위하여 Recursive quadratic programming 을 사용한다.

### 3. 감쇄 모델

실제 구조물의 감쇄 현상을 수학적으로 정확히 표현한다는 것은 불가능하다. 실제로 현존하는 모든 구조물 감쇄 모델은 실제 감쇄 현상을 정확히 표현할 수 없으며, 정도의 차이는 있지만 실제 감쇄 현상을 근사적으로 표현할 수 있을 뿐이다. 기존의 대부분의 연구<sup>(7,8)</sup>에서는 구조물의 감쇄를 기지수로 취급하고 강성도 변수만을 미지수로 취급하여 왔다. 그러나, 구조물의 감쇄는 실제적으로 미리 가정할 수 없고, 구조물의 동적 거동에 중요한 영향을 미치기 때문에 SI 기법에서 반드시 미지수로 취급하여 구조물의 실제 거동에 의하여 결정되어야 한다.

많은 고전적 감쇄 모델 중에서 모드 감쇄 모델과 Rayleigh 감쇄 모델이 널리 사용되고 있다. 모드 감쇄 모델은 구조물의 각 모드마다 정의되는 감쇄 계수에 의하여 감쇄 행렬을 표시하며 Rayleigh 감쇄 모델에서는 질량 행렬과 강성도 행렬의 선형 조합에 의하여 다음과 같이 감쇄 행렬을 정의한다.

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (1)$$

전술한 바와 같이 모드 감쇄 모델이나 Rayleigh 감쇄 모델이나 실제 감쇄 현상을 정확히 모사할 수 없다. 그러나, 모드 감쇄 모델을 사용할 경우 감쇄 계수가 각 모드에서 정의되어야 하기 때문에 구조물의 자유도 만큼의 감쇄 계수를 결정하여야

한다. SI 문제에서는 미지수가 증가할 수록 독립적인 구조물의 정보를 포함하는 측정점의 수를 증가시켜야 한다. 토목 구조물과 같이 규모가 크고 복잡한 구조물에서 측정점의 개수를 미지수의 개수에 따라 증가시킨다는 것은 실제적으로 불가능하다. 따라서, SI 문제에서는 가능한 한 미지수를 줄여야 만이 수치적인 해의 안정성을 확보하여 보다 적은 측정점에 의하여 정확한 해를 구할 수 있다. 이 연구에서는 2 개의 미지수를 가지는 Rayleigh 감쇄 모델을 사용한다.

### 4. 예 제

제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 3 층 전단 건물 모형을 사용하여 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 모델과 유한 요소 모델이 각각 그림 1 과 그림 2에 주어져 있다. 각 층의 바닥판은 45cm × 45cm 강판으로 제작하였으며, 각 층의 휨 강성을 증가시키고 기둥과 연결을 위하여 두께 5mm 강판을 바닥판의 각 변에 용접하여 연결하였다. 1 층, 2 층 3 층의 총 무게는 각각 11.2 Kg, 11.2 Kg, 그리고 10.46 Kg 이다. 각 층 기둥의 단면값은 표 1에 주어져 있다. 각 층에는 면외 진동을 방지하기 위하여 2 개 조의 브레이싱을 설치하였다. 브레이싱의 무게는 다른 부재의 무게에 비하여 아주 작기 때문에 SI 과정에서 무시하였다.

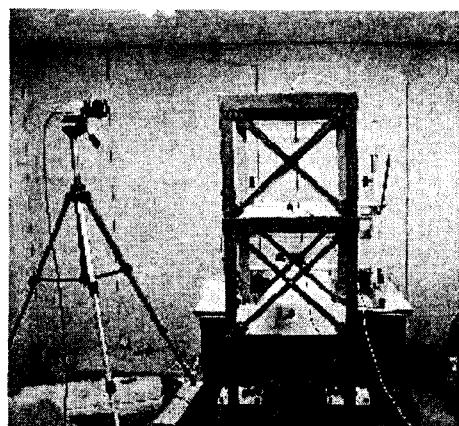


그림 1. 3 층 전단 건물의 실험 모형

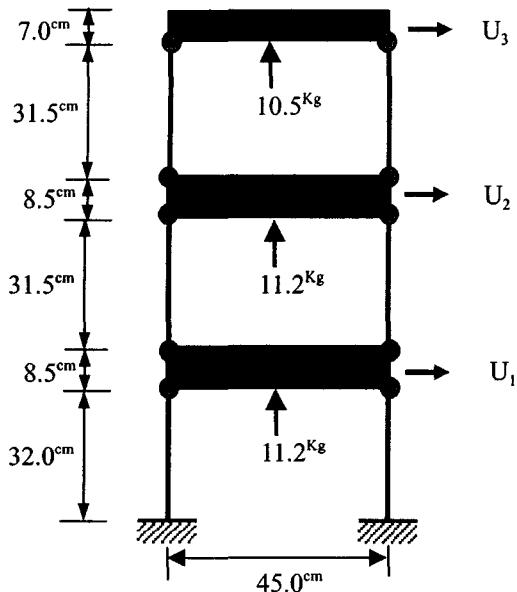


그림 2. 유한 요소 모델

표 1 기둥의 단면값

	두께 (cm)	단면적 (cm <sup>2</sup> )	길이 (cm)	질량 (kg)
1 층	0.4	2.0	32.0	1.20
2 층	0.3	1.5	31.5	0.88
3 층	0.3	1.5	31.5	0.86

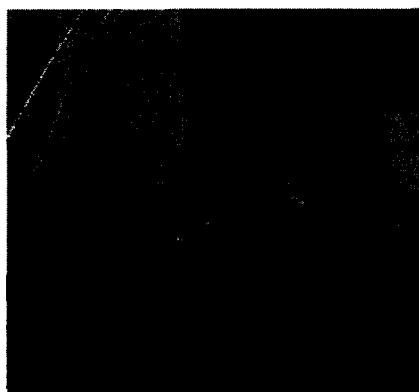


그림 3. 손상된 절점

3 층에 재하된 12.78 kg 의 정적 하중을 갑자기 제거하여 유도되는 자유진동에 의한 각 층의 가속도를 각 층의 바닥판 중앙에 설치된 가속도계을 이용하여 측정하였다. 가속도는 200 초간 측정하였으며, 측정 주기는 50 Hz 이다. SI 를 위하여는 초기 상태에서 60 초간의 자료를 사용하였다. 유한요소 모델의 고유주기는 2.4 Hz, 6.5 Hz 8.9 Hz 이다.

구조물의 손상은 그림 3에 보인 바와 같이 1 층과 2 층의 연결 볼트를 풀어서 모사하였다. 손상된 절점은 마치 힌치처럼 작용하여, 1 층과 2 층 기둥의 강성도는 약 37.5% 정도 감소할 것으로 추정된다. 그림 4 와 5 에는 손상 전, 후의 각 기둥의 흔 강성의 추정치를 보이고 있다. 그림 4 와 5를 비교하여 보면 1 층과 2 층 기둥의 손상 상태를 탐지할 수 있다. 그림 6 은 Rayleigh 감쇄 모델의 계수의 추정치를 보이고 있다. 그림 7 에는 손상 상태에서 측정된 가속도와 SI 에 의하여 측정된 구조 변수를 이용하여 계산한 가속도를 비교하여 보이고 있다. 강성도 추정치는 시간에 따라 매우 빠르게 수렴하며, 감쇄 계수의 추정치는 수렴 속도는 감성도 수렴 속도에 비하여 약간 느리지만 비교적 잘 수렴하고 있다. 유한 요소 모델에 의한 가속도가 측정 가속도와 매우 유사하기 때문에 제안 SI 기법은 실제 구조물의 상태를 잘 모사하는 구조 변수를 추정하고 있는 것으로 판단된다.

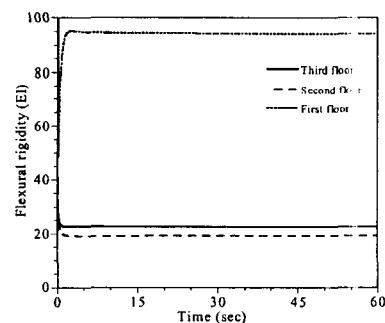


그림 4. 손상 전 추정된 기둥의 흔 강성

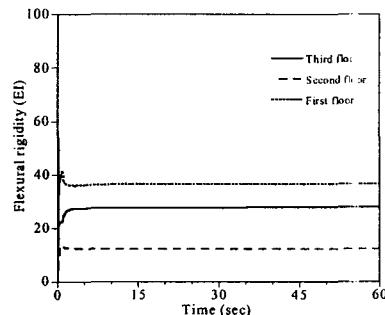


그림 5. 손상 후 추정된 기둥의 흔 강성

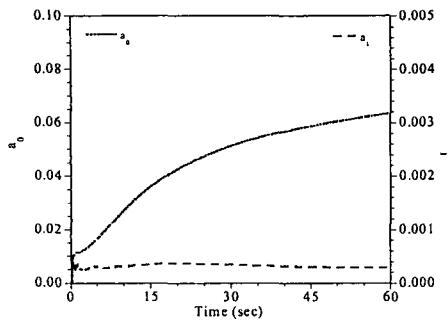


그림 6. 손상 후 추정된 감쇄 계수

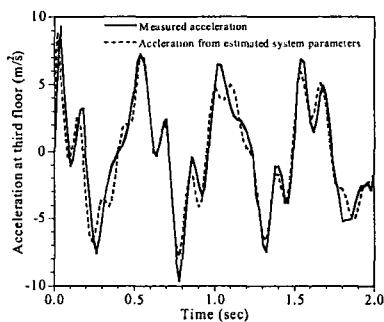


그림 7. 손상 후 3 층 가속도

## 5. 결론

측정 가속도를 이용하는 시간 영역에서의 SI 기법을 제안하였다. 측정 가속도와 계산 가속도간의 최소 차승오차를 오차함수로 사용하였으며, SI 문제의 불안정을 제거하기 위하여 안정화 기법을 도입하였다. 최적의 정규화 계수를 결정하기 위하여 GMS 기법을 사용하였으며, 최적화를 위하여 RQP를 사용하였다. 구조물의 감쇄 특성은 Rayleigh 감쇄로 근사하였다. SI에서 구조물의 강성도 특성 및 감쇄 특성을 미지수로 사용하였다.

대부분의 기존의 연구에서는 감쇄 특성을 기지수로 사용하였으나, 구조물의 감쇄 특성 역시 측정 응답을 근사할 수 있도록 SI 과정에서 적절히 조정하여야 함을 이 연구를 통하여 밝혔다. 물론 감쇄 특성을 정확히 추정하는 것은 불가능하지만, 주어진 감쇄 모델을 이용하여 가능한 한 실제 감쇄 현상을 근사하여야 한다. 제안된 방법은 실험적으로 취득한 가속도를 이용하여 구조물에 발생한 손상을 정확히 탐지하였다. 제안된 방법은 동

적 실험을 통한 구조물의 손상탐지나 구조물의 동 특성 추정에 손쉽게 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- (1) Inho Yeo, Soobong Shin, Hae Sung Lee, Sung-Pil Chang, 2000, "Statistical damage assessment of framed structures from static responses", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 4, pp 414-421
- (2) Z.Y.Shi., S.S.Law and L.M.Zhang, 2000, "Damage localization by directly using incomplete mode shapes", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 6, pp 656-660
- (3) Fabrizio Vestouni and Danilo Cacchetti, 2000, "Damage detection in beam structures based on frequency measurements", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 7, pp 761-768
- (4) Hansen, P.C., 1998, *Rank-deficient and discrete ill-posed problems: Numerical aspects of linear inversion*, SIAM Philadelphia
- (5) Bui, H.D., 1994, *Inverse problems in the mechanics of materials : An introduction*, CRC Press, Boca Raton
- (6) Park, H.W., Shin, S.B. and Lee, H.S., 2001, "Determination of optimal regularization factor for system identification of linear elastic continua with the Tikhonov function", *IJNME*, Vol.51, No.10, pp 1211-1230
- (7) Cheng-Huang Huang, 2001, "A non-linear inverse vibration problem of estimating the time-dependent stiffness coefficients by conjugate gradient method", *IJNME*, Vol. 50, pp 1545-1558
- (8) Gladwell GML, Movahhedy M., 1995, "Reconstruction of a mass-spring system from spectral data I:Theory", *Inverse Problems in Engineering*, No.1, pp 179-189