

사장교 케이블 동특성 평가를 위한 케이블 가진시스템 개발

Development of Cable Exciting System for Evaluating Dynamic Characteristics of Stay Cables

김남식* · 정 운** · 서주원** · 안상섭***

Kim, Nam-Sik Jeong, Woon Seo, Ju-Won and Ahn, Sang-Sup

Key Words : Stay Cable, Cable-Stayed Bridge, Cable Exciting System(Exciter), Dynamic Characteristics, Cable Motion, Sine Sweeping Test, Resonance Test, Damping Ratio

ABSTRACT

As a critical member of cable-stayed bridges, stay cables play an important role of supporting the entire structure. Traffic, wind or rain-wind induced vibrations of stay cables would be a major cause of degrading both safety and serviceability of the bridge. One of the effective alternatives to solve this problem is to employ the cable dampers. In order to design the cable damper optimally, it is necessary to exactly estimate the dynamic characteristics of the existing cables. Therefore, in this study, a cable exciting system(exciter) controlled digitally was developed. And to evaluate the performance of the cable exciter developed, a solution of the differential equation of cable motion considering the exciter was derived. Using the cable exciter, sine sweeping and resonance tests on a cable model were carried out to obtain the dynamic characteristics effectively.

1. 서 론

사장교(Cable-stayed bridge)에서 케이블(stay cable)은 교량 전체에 있어서 매우 중요한 요소이다. 케이블 자체의 상당히 작은 감쇠비로 인하여 차량, 바람 혹은 풍우에 의한 케이블의 진동은 매우 민감하며, 이에 따라 최근에 사장교의 안전성뿐만 아니라 사용성 측면에서 케이블의 중요도가 높게 인식되고 있다. 이러한 문제를 해결하는 효과적인 방법으로 케이블 정착부 부근에 댐퍼를 설치함으로써 케이블의 감쇠성능을 향상시키고자하며, 케이블댐퍼를 설계하기 위해서 케이블 자체의 감쇠비, 변위 등을 정확히 측정할 필요가 있다. 이를 위해서 상시진동, 주행차량, 인력 등에 의한 방법이 사용될 수 있으나, 실제 케이블의 감쇠비가 매우 작은 값을 보이기 때문에 상시진동이나 주행차량을 이용한 가진으로는 감쇠비 추정이 용이하지 않다. 인력에 의한 가진은 고차모드의 가진이 어려우며 대형 케이블이라면 상당히 많은 인원이 동원되어도 가진하기가 쉽지 않다. 이에 비해 기계적 가진시스템에 의한 가진은 원하는 진동모드에 대해 상당히 정확한 구조물의 동적 특성치를 제공하며, 복잡하고 대형화된 구조물에 적용이 가능하다. 본 연구에서는 사장교의 케이블을 가진

하여 동적특성을 측정할 수 있는 케이블 가진시스템(가진기)을 개발하고, 수치적으로 성능을 평가하기 위해 케이블에 대한 수학적 모델의 해를 구하였다. 또한 케이블 모형을 대상으로 sine sweeping test와 resonance test를 수행하여 감쇠비를 추정하였다.

2. 케이블 가진시스템의 설계

2.1 기본설계이론

Fig. 1의 케이블 가진시스템에 대한 운동방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 할 수 있다[1].

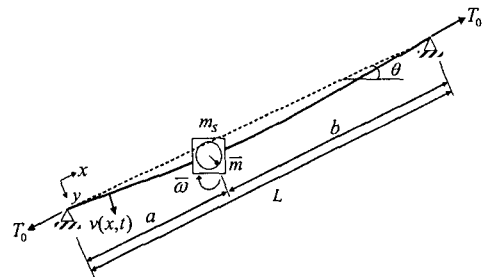


Fig. 1. Cable exciting system

- 1) 케이블의 새그량이 길이에 비해 무시할 만큼 작다.
- 2) 케이블의 기하학적 형상이 2차 포물선으로 표현되어진다.
- 3) 케이블의 진동에 의해 발생하는 동적장력을 무시한다.
- 4) 케이블의 휨강성을 무시한다.

* 현대건설기술연구소

E-mail : nskim@hdec.co.kr

Tel : (031)280-7060, Fax : (031)280-7061

** 현대건설기술연구소

*** 한국도로공사 도로교통기술원

상기 가정으로부터 시간 t , 거리 x 만큼 떨어진 지점에서 케이블 현의 수직방향 동적변위 $v(x, t)$ 에 대한 운동방정식은 다음의 식 (1) 과 같이 정리할 수 있다.

$$-T_o \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} + \frac{w}{g} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \left(-m_s \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + \bar{m} e \bar{\omega}^2 \sin \bar{\omega} t \right) \delta(x-a) \quad (1)$$

여기서, a 는 케이블 하부 정착부로부터 가진기의 설치거리, b 는 케이블 상부 정착부로부터 가진기의 설치거리를 나타낸다. 또한 T_o 는 케이블의 초기도입장력, w 는 케이블의 단위 길이당 중량, g 는 중력가속도, c 는 케이블 자체의 단위 길이당 등가 점성 감쇠계수, m_s 는 가진기 본체 질량, \bar{m} 는 불평형 가진 추 질량, e 는 불평형 가진 추 질량의 편심거리, $\bar{\omega}$ 는 가진기의 회전 진동수, $\delta()$ 는 Dirac delta 함수이다.

시간 t 에서 케이블의 운동은 무한개의 자유진동모드의 가중치에 따른 선형중첩이므로 케이블의 동적변위 $v(x, t)$ 를 식 (2) 와 같이 가정할 수 있다.

$$v(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} v_j(t) \phi_j(x) \quad (2)$$

또한 자유진동모드 $\phi_j(x)$ 는 다음의 식 (3) 과 같이 가정할 수 있다. 여기서 L 은 케이블 현의 길이를 나타낸다.

$$\phi_j(x) = \sin j\pi \frac{x}{L} \quad (3)$$

식 (2) 와 (3) 을 식 (1) 에 대입하고 $\phi_j(x)$ ($j=1, 2, 3, \dots$) 를 가중함수로 하여 다음 식(4) 와 같은 직교성을 이용한 Galerkin 방법을 적용한다.

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \frac{L}{2} \delta_{ij} \quad (4)$$

식 (4) 의 δ_{ij} 는 Kronecker delta이며, 다음의 식 (5) 와 같은 모드별 운동방정식을 얻을 수 있다[1,2].

$$\left(\frac{1}{2} Lm + m_s \sin^2(j\pi\alpha) \right) \ddot{v}_j(t) + \frac{1}{2} Lc \dot{v}_j(t) + \frac{j^2 \pi^2 T_o}{2L} v_j(t) = \bar{m} e \bar{\omega}^2 \sin(\bar{\omega} t) \sin(j\pi\alpha) \quad (5)$$

여기서 $m(=w/g)$ 은 케이블 단위길이당 질량, $\alpha(=a/L)$ 는 케이블 가진기의 설치 위치비를 의미한다.

식 (5) 를 $M_j(=Lm/2 + m_s \sin^2(j\pi\alpha))$ 로 나누어 다시 정리하면 식(6) 과 같다.

$$\ddot{v}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{v}_j(t) + \omega_j^2 v_j(t) = \frac{\bar{m} e}{M_j} \bar{\omega}^2 \sin(\bar{\omega} t) \sin(j\pi\alpha) \quad (6)$$

가진기의 공진조건 ($\bar{\omega} = \omega_j$) 에서 얻어진 steady-state 해를 식 (2) 에 대입하면 최종적으로 식 (7) 을 얻을 수 있다.

$$v(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\bar{m} e \sin(j\pi\alpha)}{2\xi_j M_j} \sin(\bar{\omega} t - \theta_v) \sin j\pi \frac{x}{L} \quad (7)$$

여기서, θ_v 는 식 (8) 과 같이 얻어진다.

$$\theta_v = \arctan \left(\frac{2\omega_j \bar{\omega} \xi_j}{\omega_j^2 - \bar{\omega}^2} \right) \quad (8)$$

식 (7) 에 의해 케이블의 첫 번째 진동모드의 중앙 최대진폭 $v_{\max, 0.5L}$ 은 다음의 식 (9) 로부터 얻을 수 있다.

$$v_{\max, 0.5L} = \frac{\bar{m} e \sin(\pi\alpha)}{2\xi_1 M_1} \quad (9)$$

케이블을 가진하기 위해서는 케이블 가진시스템의 설치위치에 따른 소요 가진질량을 구해야 한다. 식 (9) 를 살펴보면 케이블 중앙점의 가진 진폭을 정하고 케이블 1st 진동모드의 감쇠비를 일반적인 케이블의 감쇠비 0.1~0.2%의 값으로 가정, 케이블 가진시스템 설치위치를 가정하면 가진에 필요한 불평형 가진 질량을 구할 수 있다. 따라서, 이에 따라 필요한 케이블 가진시스템의 용량을 결정하여 설계할 수 있다.

2.2 기본설계원리

Fig. 2에서와 같이 케이블 가진기의 서로 상반되게 회전하는 불평형 가진추가 케이블의 현과 직각방향으로 다음 식 (10)에 의한 진동 가진력을 발생시킨다.

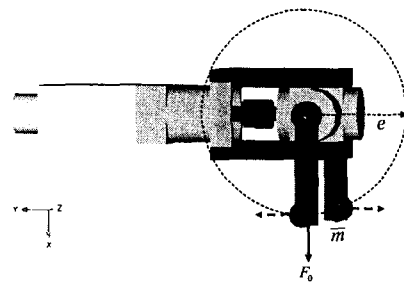


Fig. 2. Exciting force of cable exciter

$$F_o = \bar{m} e \bar{\omega}^2 \quad (10)$$

결과적으로 식 (11) 과 같이 조화하중(harmonic loading)에 해당하는 가진력이 케이블에 전달된다.

$$F(t) = F_o \sin \bar{\omega} t \quad (11)$$

2.3 케이블 가진시스템의 구성

본 연구에서 개발한 케이블 가진시스템은 크게 하드웨어와 소프트웨어로 구성된다. 하드웨어는 불평형 가진 질량을 서로 상반되게 회전시켜 케이블 현의 수직방향으로 조화가진력을 발생시키는 불평형 가진 질량 구동 기어 박스부, 전자기력을 회전력으로 전환 발생시키는 서보모터, 서보모터로부터 전달되는 모터회전수를 감속해서 가진에 필요한 소요 토크를 발생시키는 감속기, 감속기의 토크를 불평형 가진 질량 구동 기어 박스부에 전달하는 커플러, 진동 가진력을 케이블에 전달하는 외곽프레임, 그리고 서보드라이버로 구성되며 Fig. 3에 실제 제작된 하드웨어를 보이고 있다.

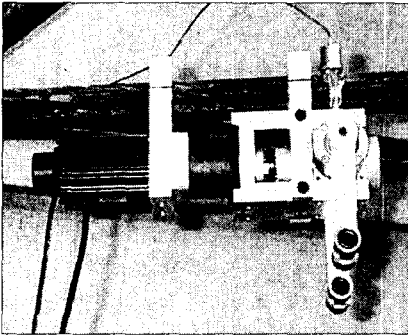


Fig. 3. View of cable exciting system

소프트웨어는 PC에 DAQ Card를 장착하여 서보드라이버를 제어하기 위해 Fig. 4와 같은 제어 프로그램으로 구성되어 있으며, 일정한 주파수 영역에서 서보모터의 균일한 모터회전수 변화를 제어하여 Resonance test 및 Sine sweeping test를 지원한다. 케이블 가진시스템의 주요 특성과 제원이 Table 1에 정리되어 있다.

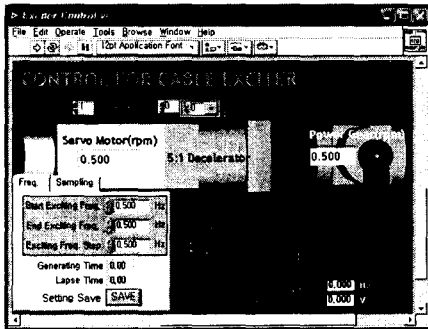


Fig. 4. Control program for cable exciter

3. 케이블 가진시스템 성능실험

케이블의 감쇠성능을 정밀하게 얻을 수 있는 케이블 가진시스템의 성능을 평가하기 위해 Fig. 5와 같이 실내에 설치된 케이블 모형에 대해 sine sweeping test와 resonance test를 수행한다.

Table 1. Dimensions & specifications of cable exciter

| 항 목 | 특성 및 제원 | |
|--------|---------------------|---------------------|
| 진동수 특성 | ① 가진 진동수 대역 | 0-10Hz |
| | ② 가진기 자체의 공진 진동수 대역 | 250-350Hz |
| 가진력 특성 | ① 가진방향 | 케이블 현과 수직방향 |
| | ② 가진력 조절 | 불평형 가진주 회전에 의한 질량제어 |
| | ③ 가진 토크 영역 | 0~1.63kNcm |
| 제어방식 | ① Local 제어 | 디지털 로더 |
| | ② PC 제어 | 제어 프로그램 |

3.1 케이블 모형

가진실험 수행을 위한 케이블모형은 실제 사장교에 적용된 PVC 피복을 갖는 고장력 케이블로서, 실험모형의 설치된 모습은 Fig. 5와 같다. 케이블모형의 설치경사각은 8.37° 이며, 단면형상과 제원은 Fig. 6 및 Table 2와 같다. Fig. 6에서와 같이 케이블모형의 단면은 7개의 wire로 이루어진 strand 7 가닥으로 구성되어 있다. 케이블 초기장력은 하부 지점에 설치된 유압잭에 의해서 도입된다[5].

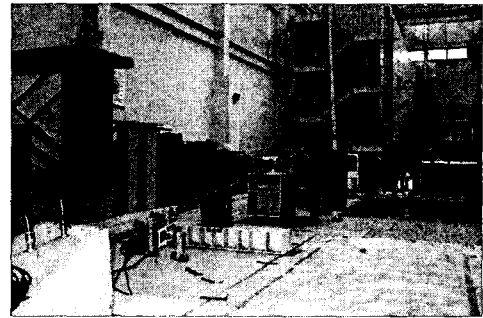


Fig. 5. View of cable installation

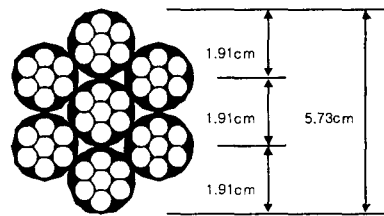


Fig. 6. Cross section of the cable model with 7strands

Table 2. Cable properties

| L (m) | w (kN/m) | E (kN/m ²) | EA (kN) | EI (kN·m ²) |
|----------|-------------|---------------------------|--------------------|----------------------------|
| 44.7 | 0.08986 | 1.89×10^8 | 3.79×10^5 | 77.36 |

식 (12)는 케이블 중앙점의 자중으로 인한 수직 새그량을 나타내며[6], 여기서 L_c 는 케이블의 chord length를 나타낸다.

Table 3은 케이블 모형에 대한 새그량과 sag-to-span ratio를 보이고 있다.

$$s = \frac{wL_c^2}{8T_o} \quad (12)$$

Table 3. Sag effect of cable model

| Tension(kN) | Sag(cm) | Sag-to-span ratio(%) |
|-------------|---------|----------------------|
| 100 | 23.1 | 0.52 |
| 200 | 11.5 | 0.26 |
| 300 | 7.7 | 0.17 |
| 400 | 5.8 | 0.13 |
| 500 | 4.6 | 0.10 |
| 600 | 3.8 | 0.09 |

3.2 케이블 가진기

케이블 가진기의 불평형 가진추 질량과 설치 위치비를 결정하기 위해서 식 (9)를 적용하여 케이블 모형의 중앙 최대진폭을 Fig. 7과 같이 구하였다. 본 연구에서는 케이블 가진시스템의 설치 위치비를 3% ($\alpha = 0.03$), 케이블 첫번째 진동모드의 감쇠비를 0.15%로 가정하였다.

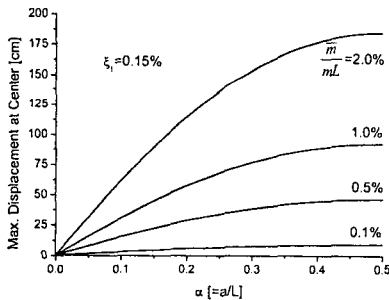


Fig. 7. Max. displacements varied with mass and location of cable exciter

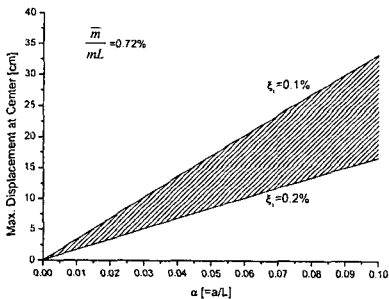


Fig. 8. Max. displacement variations between damping ratios of 0.1~0.2%, with 0.72% mass ratio

불평형 가진 질량을 3kg으로 한다면 가진 질량 대 케이블 질량비가 0.72%이고 이 질량비에 대해 감쇠비 0.1~0.2%의

범위에서 식 (9)를 적용하여 설치 위치비에 대한 중앙 최대진폭을 구하면 Fig. 8과 같고, 이를 살펴보면 설치 위치비 3%일때 대략 5~10cm 정도의 케이블 중앙의 공진 진폭을 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

3.3 성능실험

케이블의 0.03L 지점에 가진기를 설치하고 불평형 가진 질량 3kg을 부착하여 sine sweeping test와 resonance test를 수행한다. 도입장력은 100kN~600kN이며 케이블의 0.03L부분과 하부 정착부로부터 0.3L인 곳에 각각 한 개의 가속도 센서를 설치하여 가속도 응답을 측정한다.

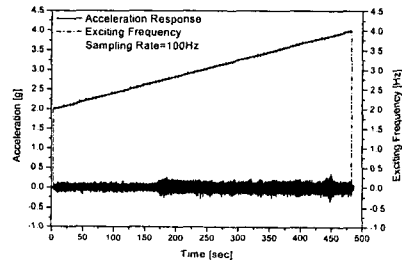
Sine sweeping test

정해진 진동수 대역을 연속적으로 변화하는 정현(sine) 진동 가진력으로 케이블을 가진하고 그 가속도 응답을 측정한다. 도입장력에 따른 가진 진동수 대역이 다음 Table 4에 나타나 있으며 가진 진동수 증가 간격은 0.01Hz이다.

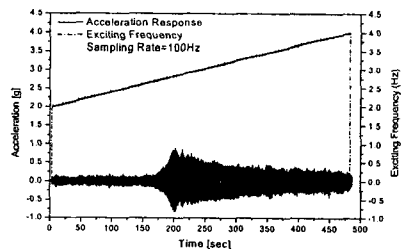
Table 4. Exciting frequency ranges of sine sweeping test, varying with cable tension

| Tension(kN) | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Exciting Frequency Range (Hz) | 0.5 ~ 1.5 | 1.0 ~ 2.5 | 1.5 ~ 2.5 | 1.5 ~ 3.0 | 2.0 ~ 3.5 | 2.0 ~ 4.0 |

케이블 장력 600kN일 때 가속도 응답과 Power spectrum 이 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 나타나 있다.

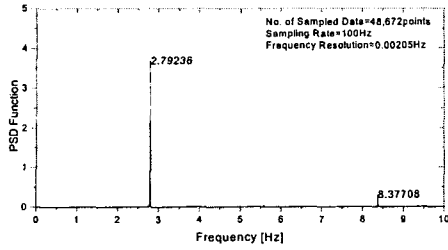


(a) at exciter(0.03L)

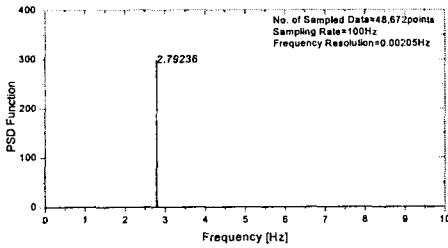


(b) at 0.3L

Fig. 9. Acceleration responses from sine sweeping test with cable tension of 600kN

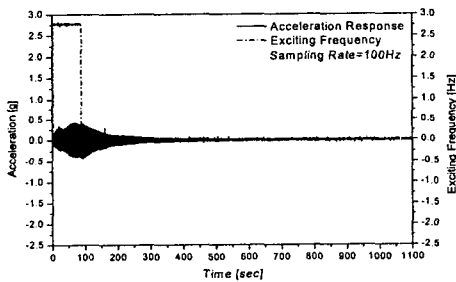


(a) at exciter(0.03L)

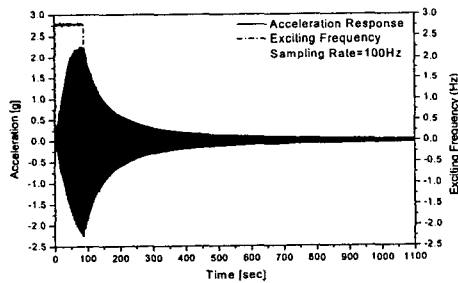


(b) at 0.3L

Fig. 10. Power spectrum from sine sweeping test with cable tension of 600kN



(a) at exciter(0.03L)



(b) at 0.3L

Fig. 11. Acceleration responses from resonance test with cable tension of 600kN

또한, 0.3L에서 측정된 가속도 응답에 대해 Power spectrum을 구하여 각 도입장력에 대한 케이블의 1st 진동수가 다음 Table 5에 나타나 있다.

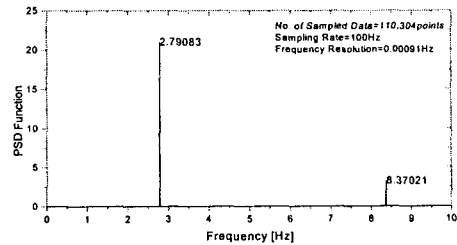
Table 5. Fundamental frequencies obtained from sine sweeping test

| Tension(kN) | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Frequency(Hz) | 1.328 | 1.648 | 1.968 | 2.261 | 2.536 | 2.792 |

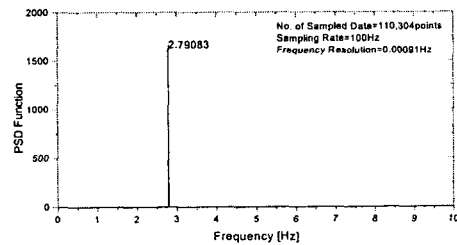
Resonance test

Table 5에 나타나 있는 케이블의 1st 진동수를 가진기의 가진 진동수로 하여 각 도입장력별로 가진시키면 케이블의 공진을 얻을 수 있다. 케이블 자체의 감쇠에 의해 공진진폭은 어느 일정한 값을 유지하게 되며 이때에 가진기를 정지하여 케이블의 자유진동 가속도응답을 측정한다.

케이블 장력 600kN에 대한 resonance test 결과가 Fig. 11~Fig. 13에 나타나 있다.



(a) at exciter(0.03L)



(b) at 0.3L

Fig. 12. Power spectrum from resonance test with cable tension of 600kN

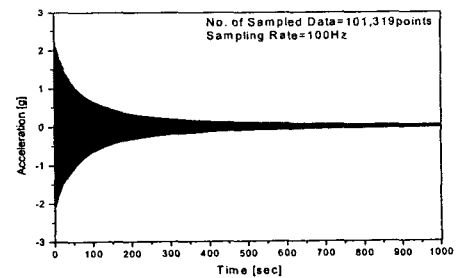


Fig. 13. Acceleration response at 0.3L obtained from resonance test(Free vibration part)

4. 동특성 추정

4.1 유사변위 추정

케이블 가진에 의한 공진으로 케이블은 1st 진동모드의 단일모드로 진동하게 되므로 케이블의 Pseudo-displacement와 케이블의 Pseudo-acceleration은 다음과 같은 식 (13)으로 표현된다.

$$\ddot{v}_m = \omega_1^2 v_m \quad (13)$$

따라서, 측정된 가속도 응답 \ddot{v}_m 으로부터 유사 변위 응답을 추정할 수 있다.

4.2 직접적분에 의한 변위 추정

단일모드의 진동이므로 측정된 가속도를 다음 식 (14)의 Newmark- β 방법 [3]으로 직접적분하여 변위를 추정한다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_{m,i+1} &= \dot{v}_{m,i} + [(1-\gamma)\Delta t] \ddot{v}_{m,i} + (\gamma\Delta t) \ddot{v}_{m,i+1} \\ v_{m,i+1} &= v_{m,i} + (\Delta t) \dot{v}_{m,i} + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2] \ddot{v}_{m,i} + [\beta(\Delta t)^2] \ddot{v}_{m,i+1} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $\ddot{v}_{m,i}$ 은 시간 i 에서 측정된 가속도, $\gamma=1/2$, $\beta=1/4$ 이다.

4.3 케이블 중앙점의 진폭 추정

케이블의 진동모드형상을 식 (3)에서 정현파(sine)로 가정했으므로 다음 식 (15)와 같이 식 (13)과 식 (14)에 의한 추정변위로부터 케이블 중앙점에서의 변위(진폭)를 추정할 수 있다. Table 6에, $0.3L$ 에서의 가속도 응답으로부터 구한 최대변위를 이용하여 추정된, 케이블 중앙의 최대 진폭이 나타나 있다.

$$v_x = v_{\max,0.5L} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (15)$$

여기서, v_x 는 케이블 지점으로부터 x 위치의 케이블 추정 변위로서 식 (13)과 식 (14)로부터 얻어지며, 식 (15)로부터 케이블 중앙의 최대 진폭을 추정할 수 있다.

Table 6. Estimated maximum displacements at center

| Tension (kN) | $v_{\max,0.5L}$ (cm) | | |
|-----------------|----------------------|---------|--------|
| | Eq.(13) | Eq.(14) | Eq.(9) |
| 100 | 5.56 | 4.71 | 6.79 |
| 200 | 5.81 | 5.58 | |
| 300 | 7.42 | 6.86 | |
| 400 | 6.30 | 6.09 | |
| 500 | 7.05 | 7.03 | |
| 600 | 8.90 | 8.59 | |

4.4 감쇠비 추정

Resonance test에서 케이블이 일정한 변위(진폭)에 도달 후 이 변위를 유지하므로 이때 Fig. 13과 같은 자유진동 가속도 응답을 측정하여 케이블과 같은 저감쇠 시스템(low damping system)에 사용하는 식 (16)을 이용하여 케이블 1차 모드에 대한 감쇠비를 추정한다[4]. $0.3L$ 에서 측정된 자유진동 가속도 응답에 대한 추정 감쇠비가 Table 7에 나타나

있다.

$$\xi_{\logarithmic} = \frac{\delta_j - \delta_{j+k}}{2k\pi \delta_{j+k}} \quad (16)$$

여기서, δ_j 는 감쇠 자유진동 변위 응답의 j 번째 peak값이다. 또한, 일반적인 사장교 케이블의 감쇠비 산정은 다음 식(17)과 같은 간략식으로 계산할 수 있다[2].

$$\xi_{\text{practical}} = 0.24 - 6 \times 10^{-4} \times L \quad (17)$$

여기서 케이블의 길이 L 의 단위는 meter이며, 이로부터 계산된 케이블 모형의 구조감쇠비는 0.21%이다.

Table 7. Estimated damping ratios

| Tension (kN) | ξ_{\logarithmic} (%) | ξ_i (%) [Eq.(9)] | | $\xi_{\text{practical}}$ (%) |
|-----------------|-----------------------------|----------------------|---------|---------------------------------|
| | | Eq.(13) | Eq.(14) | |
| 100 | 0.155 | 0.183 | 0.216 | 0.21 |
| 200 | 0.208 | 0.175 | 0.183 | |
| 300 | 0.196 | 0.137 | 0.148 | |
| 400 | 0.166 | 0.162 | 0.167 | |
| 500 | 0.141 | 0.144 | 0.145 | |
| 600 | 0.114 | 0.114 | 0.119 | |

5. 결론

본 연구에서는 사장교 케이블을 가진할 수 있는 케이블 가진시스템을 개발하였으며 수학적인 모델의 해를 유도하고 성능검증실험을 수행하였다. 이를 통해 케이블의 첫 번째 모드가 공진됨을 확인하였고 발생된 변위도 추정하였으며 이 추정된 변위로 케이블의 감쇠비를 추정하였다. 단일진동모드로 진동하는 경우, 유사변위와 직접적분에 의한 변위가 유사한 것으로 보아서 이 방법으로 변위를 추정 가능한 것으로 판단된다. 또한, 가진기 설계시 예측했던 5~10cm의 케이블 중앙의 변위 범위와도 유사했다. 그리고 이 추정된 변위로부터 추정된 감쇠비는 일반적인 케이블 감쇠비 0.1~0.2%의 범위에 있었으며 특히 케이블의 장력이 커서 케이블이 현과 같은 거동을 보일 때는 이론에 의한 감쇠비와 유사했다. 따라서, 케이블 가진시스템을 이용하면 합리적인 케이블의 동적 특성을 추정할 수 있는 것으로 판단된다. 향후에는 실제 사장교 케이블에 적용하여 케이블 가진시스템의 실효성에 대해 연구하고자 한다.

참고 문헌

- (1) Irvine, M., 1981, Cable Structures, Dover Publications Inc., New York.
- (2) 안상섭 등, 2000, "교량 진동 감소 장치에 관한 연구", 도로연 00-30, 한국도로공사.
- (3) Chopra, A. K., 1995, Dynamics of Structures, Prentice Hall, New Jersey.
- (4) Clough, R. W. and Penzien, J. 1993, Dynamics of Structures, McGraw-Hill Co., Singapore.
- (5) 김남식, 정운, 2002, "진동법을 이용한 인장 케이블의 장력 추정에 관한 연구", 한국소음진동공학회논문집, Vol.12, No.12, pp.956-963.
- (6) Gimsing, N. J., 1983, Cable Supported Bridges, John Wiley & Sons, Norwich.