

열박음 로터에서 간섭량의 강성 효과

Stiffness effect of fitting interference for a shrunk rotor

김 영 춘* · 박 희 주** · 박 철 현** · 김 경 웅***

Yeong-Chun Kim, Hei-Joo Park, Chul-Hyun Park and Kyung-Woong Kim

Key Words : rotor(로터), shrunk rotor(적층된 로터), shrink fit(열박음), stiffness(강성), stiffness effect(강성 효과), natural frequency(고유진동수), critical speed(위험속도), equivalent diameter(등가 직경)

ABSTRACT

In general industrial rotating machinery is operated under 3,600 rpm as rotating speed and designed to have critical speed that is above operating speed. So, there was no problem to operate rotating machine under critical speed. But nowadays, they should be operated more than the first critical speed as usual with the trend of high speed, large scale and high precision in industries. In case of the large rotor assembly as the trend of large scale, using fitting method of disk or cylinder on shaft is rising for the convenience of assembly and cutting down of manufacturing cost. The shrink fitting is used to assemble lamination part on shaft for manufacturing of rotor of motor or generator in many cases and also is widely used for other machinery. In rotating system, which is composed of rotor and bearing, the critical speed is determined from inertia and stiffness for the rotor and bearings. In case of fitting assembly, analysis and design of the rotor is not easy because the rotor stiffness is determined depend on a lot of factors such as shaft material/dimension, disk material/dimension and assembled interference etc. Therefore designer who makes a plan for high-speed rotating machine should design that the critical speed is located out of operating range, as dangerous factors exist in it. In order to appropriate design, an accurate estimation of stiffness and damping is very important. The stiffness variation depend on fitting interference is a factor that changes critical speed and if it's possible to estimate it, that is very useful to design rotor-bearing system. In this paper, the natural frequency variation of the rotor depends on fitting interference between basic shaft and cylinder is examined by experimentation. From the result, their correlation is evaluated quantitatively using numerical analysis that is introduced equivalent diameter and the calculation criteria is presented for designer who design fitting assembly to apply with ease for determination of appropriate interference.

1. 서 론

대부분의 산업현장에서는 많은 종류의 회전기기(rotating machinery)를 사용하고 있으며, 일반적으로 산업용 회전기기는 3,600 rpm 이하의 회전속도로 운전이 되므로 대부분의 경우 회전기계의 1차 위험속도(critical speed)가 그 이상이 되도록 설계하여 운전하기 때문에 큰 문제가 되지 않았으나 최근 산업의 발전에 따라 고속, 대형화, 고정밀화가 요구되고 있어 점차 1차 위험속도 이상에서 운전되는 경우가 증가하고 있는 추세에 있다.

또한 대형화 경향에 따라 로터도 대형화되어 제작상의 편의성 및 제작비용의 절감 등을 위해 기본축(shaft)에 디스크(disk) 또는 원통(cylinder)을 끼워 맞춤하여 사용하는 경향이 증가되고 있다. 특히 대형 로터를 사용하는 발전용 터빈 등은 일체형을 제작하기 위한 기본 소재의 제조 난이도가 매우 높고, 기본 소재의 크기가 커질수록 불량률이 높아지기 때문에 기본축에 원통을 열박음(shrink fit) 등으로 끼워 맞춤하여 제작하는 경우가 많다. 펌프, 팬, 송풍기 등의 회전기계에서는 축에 임펠러를 끼울 때 일반적으로 열박음을 사용하며, 전동기나 발전기 회전자 제작시 적층부와 기본 축간의 조립 시에도 널리 적용하는 조립방법 중의 하나일 뿐만 아니라 많은 종류의 기계부품에 꼭넓게 사용하는 조립 방법이다.

그러나 끼워 맞춤 량을 너무 크게 하면 제품 조립 후 과도한 잔류응력이 접촉면 주위에 남게 되어 이로 인한 파단이나 균열, 변형 등의 결함을 발생시킬 수 있으며, 특히 터빈

* 두산중공업(주) 기술연구원
E-mail : yckim123@doosanheavy.com
Tel : (055) 278-3711, Fax : (055) 278-8593

** 두산중공업(주) 기술연구원

*** 한국과학기술원 기계공학과

로터 등과 같은 회전체의 경우 잔류응력과 환경 부식의 결합으로 응력집중 현상에 의한 응력집중 파손(stress corrosion cracking)이 발생할 수 있으므로 적절한 간섭량을 결정하는 것이 매우 중요하다[1~3].

로터와 베어링으로 구성된 회전계는 로터와 베어링의 관성 및 강성 특성으로부터 위험 속도가 결정되어지며, 끼워 맞춤으로 제작된 경우, 로터는 그 강성이 축의 재질, 형상, 디스크의 재질, 형상, 끼워 맞춤 정도 등 여러 가지 인자들에 의해 결정되기 때문에 해석 및 설계가 쉽지 않다.

따라서 고속 회전기계 설계자들은 운전 영역 내에 존재하는 위험요소인 위험속도를 운전영역 밖으로 위치하도록 적절하게 설계해야한다. 이를 위해서는 로터-베어링 시스템의 동특성을 정확하게 해석하는 기술이 필요하게 되므로, 로터의 강성 및 감쇠를 잘 예측하는 것이 매우 중요하게 된다. 앞에서 예시한 여러 인자들 중에서 명확하게 규명되지 않아서 오차의 원인이 되는 끼워 맞춤 정도에 의한 강성의 변화는 위험속도 변화시키는 요인이 되며 정확히 예측이 가능하다면 로터-베어링 시스템을 설계하는데 매우 유익할 것이다.

본 논문에서는 기본축과 원통간의 끼워 맞춤 간섭량의 변화에 따른 로터의 고유진동수(natural frequency) 변화에 대하여 실험을 통해 규명하고, 이 결과를 등가 직경(equivalent)의 개념을 도입한 수치해석을 통하여 이들의 상관관계를 정량적으로 평가하여 열박음 조립 설계자들이 적절한 간섭량 결정에 쉽게 적용할 수 있도록 계산 기준을 제시하고자 한다.

2. 모델링 및 해석

2.1 모델링

다음 Fig. 1은 해석 및 실험에 사용한 로터와 이를 해석하기 위해 사용한 가정에 대한 개념도이다. 기본축(shaft) 외경 $d_s = 45 \text{ mm}$, 원통내경 $d_i = 45 \text{ mm}$, 원통외경 $d_o = 75 \text{ mm}$, 원통길이 $l = 130 \text{ mm}$, 총길이 $L = 390 \text{ mm}$ 이며, 축과 원통의 재질은 SS41이다.

Fig. 1에서 보는 바와 같이 로터의 간섭량은 강성 효과(stiffness effect)와 부가질량(additional mass)의 효과로 나누어져 강성효과는 기본 축경의 증가로 작용하여 강성의 증가에 기여한다고 가정하고, 질량 효과는 부가질량으로 가정하였다.

해석은 유한요소법(FEM, finite element method)을 적용하였는데 이는 각종 기계, 구조물 등의 정적, 동적 해석에 널리 이용되는 방법 중의 하나이다. 유한요소법을 이용한 회전축계의 해석은 여러 가지 방법이 있으나, 여기서는 축의 단부분, 원판부 등에서 절점을 잡고 축의 각 요소를 강체 원판요소(rigid disk), 일정분포의 관성과 탄성을 갖는 축 요소(flexible beam), 베어링 요소(bearing) 등으로 분해하여 해석한다[3~6].

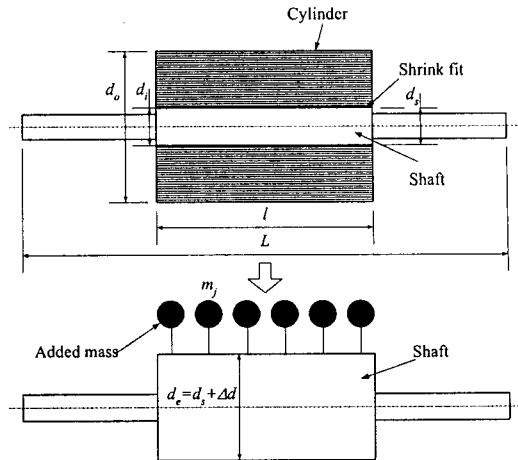


Fig. 1 Modeling of rotor

where,	d_s	Basic shaft diameter (mm)
	d_i	Cylinder inside diameter (mm)
	d_o	Cylinder outside diameter (mm)
	Δd	Assumed shaft diameter increment by additional stiffness (mm)
	m_j	Additional mass (kg)
	d_e	Equivalent diameter ($d_e = d_s + \Delta d$) (mm)
	f_n	Natural frequencies (Hz)

실제 로터를 해석하기 전에 기본축을 모델링 하여 해석한 후 모드 실험을 통하여 계측된 고유진동수와 비교하여 모델링 및 경계조건 등을 결정한 후 적층된 로터에 대하여 해석을 수행하였다. 열박음 원통이 기본축에 결합되어 있는데, 이 결합에 의해 기본축의 강성에 원통의 강성 효과가 추가되어 기본축의 직경이 등가직경(equivalent diameter)으로 변화하고, 남은 부분의 질량은 부가질량으로 작용된다고 가정하였다.

2.2 해석

해석의 목적은 등가 직경의 개념을 도입 수치해석을 통하여 해석을 수행하고, 이 결과를 조립 간섭량 변화에 따른 로터의 고유진동수 변화 실험 결과와 비교하여, 이 결과로부터 고유진동수 변화와 조립 간섭량과의 상관관계를 정량적으로 평가하는 것과, 이 결과를 회전기계의 설계자들이 열박음 조립 설계시 적절한 간섭량 결정에 쉽게 적용할 수 있도록 계산 기준을 제시하는 것이다. 따라서 실제 해석은 추가된 강성효과를 동일한 강성을 갖는 축 직경, 즉 기본축의 축 직경의 증가로 가정하고, 그 축에 부가 질량을 해당 요소에 부가하는 방법으로 해석을 수행하였다.

유한요소 해석시 총 39개의 요소를 사용하였으며, 로터의 전

체 길이는 390 mm, 질량은 7.1 kg이다.

해석 결과는 실험결과로부터 조립 간섭량의 정량적 효과를 산정하기 위한 것으로 기본 축 직경을 기준으로 $\delta_a = 0 \sim 50\%$ 까지 12가지 경우에 대하여 직경 증가를 고려하였다. 변수 δ_a 는 다음과 식(1)과 같이 정의하였다.

$$\delta_a = \frac{(d_e - d_s)}{d_s} \times 100 \quad (1)$$

여기서, δ_a : Incremental ratio of shaft diameter (%)

Table 1은 등가 직경에 대한 해석 결과이며, 해석 방법 및 모델링은 기본축의 실험 결과로부터 검증한다.

Table 1 Calculated natural frequencies

No.	δ_a (%)	Calculated natural frequencies (f_n , Hz) 1st	2nd
1	0	1168.0	1516.2
2	1	1183.0	2532.3
3	2	1197.8	2548.3
4	3	1212.5	2563.8
5	5	1241.2	2593.0
6	7	1269.1	2287.2
7	10	1309.4	2658.7
8	15	1372.3	2714.2
9	20	1429.6	2761.5
10	30	1528.2	2837.0
11	40	1607.1	2893.8
12	50	1669.3	2937.7

Table 2 Calculated natural frequencies

($d_s = 45.00$ mm, $\delta_a = +0.01$ mm)

No.	d_o (mm)	d_o/d_i	Calculated natural frequencies	
			1st	2nd
1	55.0	1.22	1560	2840
2	65.0	1.44	1478	3136
3	75.0	1.67	1544	3004
4	75.0	1.89	1560	2672
5	100.0	2.22	1540	2432

해석은 ARMD V5.01G(RBTS Inc.)를 사용하였다.

2.3 접촉 압력 계산

금속의 열팽창을 이용한 억지 끼워 맞춤은 기계류의 부품 조립시 널리 쓰이는 일반적인 방법 중의 하나이다. 이 방법의 적용시에 끼워 맞춤 량을 너무 크게 하면 제품 조립 후 과도한 잔류응력이 접촉면 주위에 남게 되어 이로 인한 파단이나 균열, 변형 등의 결함을 발생시킬 수 있으며, 특히

터빈 로터 등과 같은 회전체의 경우 잔류응력과 환경 부식의 결합으로 응력 집중 현상에 의한 응력집중 파손이 발생할 수 있으므로 적절한 간섭량을 결정하는 것이 중요하다. 이러한 상태를 고려하기 위해 이론적 해석을 통하여 기본축과 원통 사이의 열박음 문제를 이론적으로 계산하여 접촉압력을 구하였다.

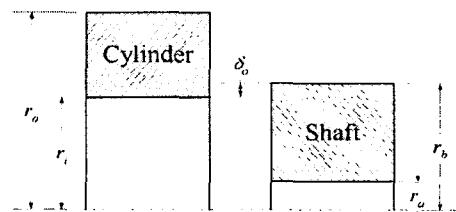


Fig.2 Geometrical parameters of shrink fit rotor between shaft and cylinder

본 논문에서는 정지상태의 양단 자유상태의 결과를 활용할 것이므로 원심력을 고려하지 않은 정지상태의 열박음시의 끼워 맞춤 압력으로 제한하여 계산한다. Fig. 2는 열박음 조립되는 두 원통을 나타낸 그림이다. 조립시 반경방향 변위는 다음 식(2), 식(3)과 같이 계산하고, 압력은 다음 식(4)와 같이 계산할 수 있다[1~3].

$$u_s = \frac{r_b}{E_s} \left(\frac{(r_o^2 + r_a^2)}{(r_b^2 - r_a^2)} - \nu \right) \quad (2)$$

$$u_c = \frac{r_c}{E_c} \left(\frac{(r_o^2 + r_i^2)}{(r_c^2 - r_i^2)} + \nu \right) \quad (3)$$

$$P = \frac{\delta_0}{u_s + u_c} \quad (4)$$

where, δ_0 : Assembled interference, $\delta_0 = r_b - r_i$ (mm)

r_a : Inner radius of shaft, $r_a = 0.5d_a$ (mm)

r_b : Outer radius of shaft, $r_b = 0.5d_b$ (mm)

r_i : Inner radius of cylinder, $r_i = 0.5d_i$ (mm)

E_s : Modulus of elasticity of shaft (N/mm²)

E_c : Modulus of elasticity of cylinder (N/mm²)

ν : Poisson's ratio

u_s : Shaft radial growth due to unit pressure (mm/N/mm²)

u_c : Cylinder radial growth due to unit pressure

P : Fit pressure (N/mm²)

l : Fitting length (mm)

다음 Fig. 3은 $r_i = 22.5$ mm, $r_o = 37.5$ mm, $r_a = 0.0$

mm, $r_b = 22.5$ mm 인 경우의 계산 결과를 보여준다. 계산 결과로부터 간섭량이 증가할수록 접촉 압력이 직선적으로 증가함을 보이며, 0.05 mm 간섭인 경우의 접촉압력이 약 160 N/mm² 정도임을 알 수 있다.

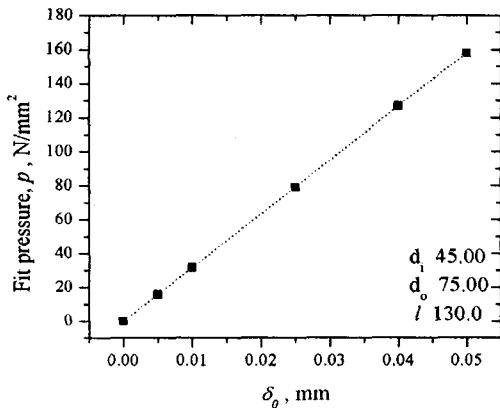


Fig. 3 Fit pressure vs. assembled interference

3. 실험

3.1 실험 장치

Fig. 4에서 보는 바와 같이 열박음에 의한 조립을 위해 조립용 지그를 고안하였다. 지그는 지지 구조물과 단열을 위한 복합재(epoxy molded glass fiber) 판재로 제작하여 가열된 원통의 급속 냉각에 의한 조립 불량을 방지하였다.

조립할 원통을 온도 제어가 가능한 전기로에서 300 °C로 1시간정도 가열한다. 가열되어 팽창된 원통을 조립용 지그에 설치한 후 축을 신속하게 원통에 조립한다. 냉각은 공기 냉각을 적용하였고, 온도를 계측하여 충분히 냉각된 것을 확인한 후 지그에서 빼낸다. 본 실험에서는 50 °C까지 냉각 후 다음 작업을 수행하였다. 다음 Fig. 5는 실험에 사용할 열박음 조립된 실험 로터의 사진이다.

실험에 사용된 로터는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 실험을 위해 사전에 조립되었으며, 간섭량의 변화에 따른 영향 분석과 일정 간섭량 하에서 조립원통 외경의 변화에 따른 영향 분석의 두 가지 목적을 위한 실험이 진행되었다.

조립 간섭량의 변화에 따른 영향을 확인하기 위해 축과 원통간의 조립 간섭량 $\delta_0 = -0.010, -0.005, 0.00, 0.010, 0.025, 0.040, 0.050$ mm 인 경우에 대한 실험파, 일정 간섭량에서 원통 외경의 변화에 따른 영향을 분석하기 위해 $d_o/d_i = 1.22, 1.44, 1.67, 1.89, 2.22$ 인 경우에 대하여 실험을 수행하였다.

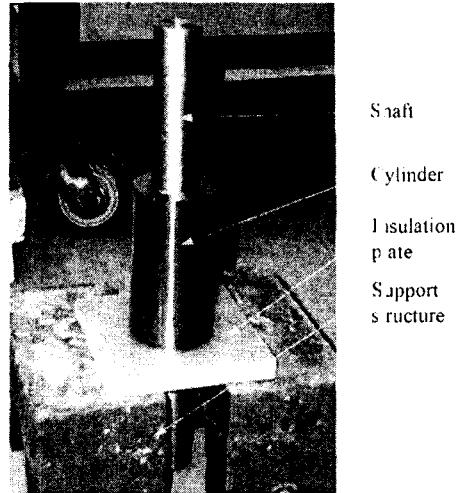


Fig. 4 Photo of fitting jig

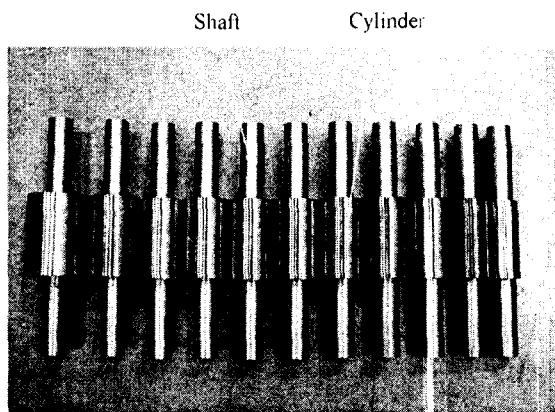


Fig. 5 Photo of test rotors

3.2 고유진동수 측정 실험

열박음된 로터의 고유진동수 측정 실험은 Fig. 6과 같이 실험 장치를 구성하여 실험을 실시하였다. 진동분석은 주파수 분석기를 사용하였다.

실험은 적당한 위치(Fig. 6)에 가속도 센서를 부착하고, 충격 해머로 타격하여 충격력과 로터의 응답을 주파수 분석기에서 신호 처리하여 주파수 응답함수(FRF, Frequency Response Function)로부터 고유진동수를 확인한다[7]. Table.3은 실험에 사용된 센서 및 장비 목록이다. 센서의 선정은 부착에 의한 오차 요인을 최소화하기 위해 소형 경량(2.4 g)의 가속도 센서를 사용하였으며, 측정은 3회를 실시하여 평균치를 취하였다.

Table 3 Test equipments

No.	Equipments	Model
1	Multi-ch. FFT analyzer	B&K 3560C
2	Accelerometer	B&K 4393
3	Impact hammer	B&K 8202
4	Multi-ch. charge amplifier	B&K Nexus

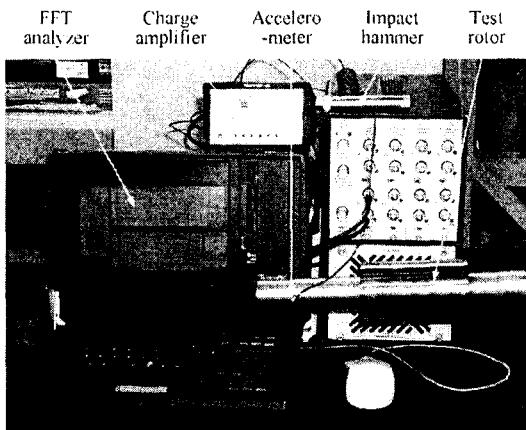


Fig. 6 Measurement setup

Fig. 7 ~ Fig. 13은 조립 간섭량 변화에 따른 주파수 응답함수를 보여주고 있으며, Table 4는 그 결과를 정리한 표이다.

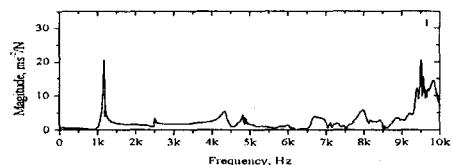


Fig. 7 FRF of rotor ($\delta_0 = -0.01 \text{ mm}$)

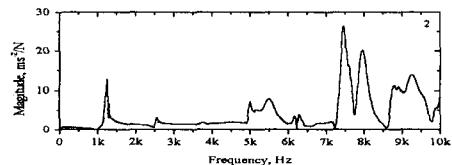


Fig. 8 FRF of rotor ($\delta_0 = -0.005 \text{ mm}$)

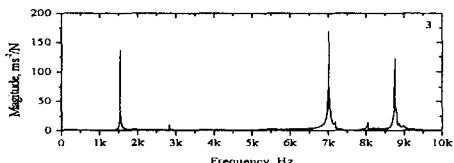


Fig. 9 FRF of rotor ($\delta_0 = +0.00 \text{ mm}$)

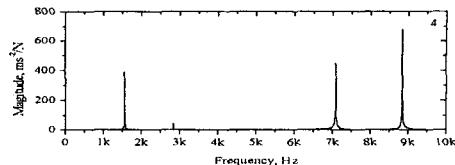


Fig. 10 FRF of rotor ($\delta_0 = +0.01 \text{ mm}$)

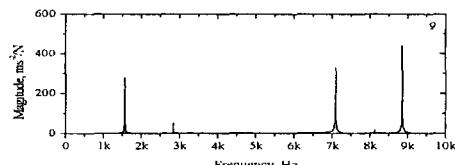


Fig. 11 FRF of rotor ($\delta_0 = +0.025 \text{ mm}$)

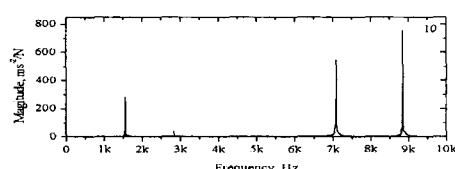


Fig. 12 FRF of rotor ($\delta_0 = +0.04 \text{ mm}$)

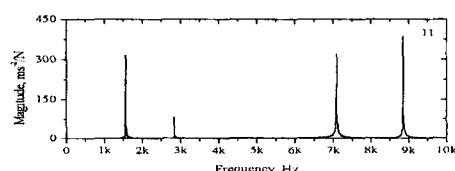


Fig. 13 FRF of rotor ($\delta_0 = +0.05 \text{ mm}$)

Table 4 Measured natural frequencies
($d_o = 75.00 \text{ mm}$, $d_i = 45.00 \text{ mm}$)

No.	δ_0 (mm)	P (N/mm ²)	Measured natural frequencies		
			1st	δ_a	2nd
1	-0.01	0.00E+00	1168	0.0	2516
2	-0.005	0.00E+00	1248	5.5	2552
3	+0.00	0.00E+00	1544	32.0	2820
4	+0.01	3.17E+01	1560	34.0	2840
5	+0.025	7.91E+01	1560	34.0	2840
6	+0.04	1.27E+02	1560	34.0	2840
7	+0.05	1.58E+02	1564	34.5	2840

Fig. 7, Fig. 8을 보면 Fig. 9 ~ Fig. 13에 비해 1차를 제외한 데이터들은 신뢰도가 떨어져 계산에 고려하지 않았다. 간섭량이 0보다 작아지면 계산적으로는 접촉압력이 0이 되어야 하며, 고유진동수도 변화가 없는 것이 타당한 것으로 보이나 실제적으로는 조도나 가열시 발생한 산화 피막 등의 영향으로 실제 접촉면이 변화하고 접촉압력이 존재하게 되어 결과적으로 고유진동수의 변화를 야기하는 것으로 판단된다.

또한, $d_i = 45.0 \text{ mm}$, $d_o = 75.0 \text{ mm}$ 실험의 결과를 보면 간섭량이 0.01 mm 정도만 되어도 고유진동수는 거의 수렴하며, 더 이상 간섭량을 증가시켜도 고유진동수의 변화가 관찰되지 않았다. 따라서 $\delta_0 = 0.0 \sim 0.02 \text{ mm}$ ($P = 0 \sim 70 \text{ N/mm}^2$) 구간에 대한 추가적인 규명이 필요할 것으로 보이며, 간섭량 이외의 다른 요인이 고유진동수의 변화에 영향을 미치고 있음을 추측할 수 있다.

Table 5 Comparison of natural frequencies of various cylinder outer diameter between measured and predicted natural frequencies.
($d_i = 45.00 \text{ mm}$, $\delta_0 = +0.01 \text{ mm}$)

No.	d_o (mm)	p (N/mm ²)	1st natural freq.			2nd natural freq.		
			Meas.	Cal.1	Cal.2	Meas.	Cal.1	Cal.2
1	55.0	1.64E+01	1478	1685	1580	3136	3358	3180
2	65.0	2.58E+01	1544	1613	1613	3004	3187	3003
3	75.0	3.17E+01	1560	1560	1560	2840	3024	2837
4	85.0	3.56E+01	1560	1520	1520	2672	2873	2632
5	100.0	3.95E+01	1540	1477	1477	2432	2672	2482

이를 확인하기 위해 동일 간섭조건에서 원통의 외경만을 변화시켜서 실험을 하였다. Table 5의 결과는 동일한 간섭량 조건에서 원통의 외경을 변화시켜 고유진동수의 변화를 살펴본 결과이다. 실험치는 실제 측정된 1차, 2차 고유진동수 값이고, 계산치1은 간섭량만을 고려하여 모두 동일한 등가 강성직경으로 가정한 결과이고, 계산치2는 동일한 간섭량 조건일 경우라도 접촉압력이 다르게 되므로 같은 접촉압력이 되는 등가 강성직경을 산정하여 접촉 압력의 변화에 따른 고유진동수 계산 결과이다.

결과를 살펴보면 실제 실험치에서는 원통의 외경이 커짐에 따라 1차 고유진동수는 커지다가 어느 점을 넘게되면 작아지는 경향을 보인다. 이것은 계산1의 계산 개념인 동일한 간섭 조건에서는 동일한 등가 강성직경을 갖는다는 논리로는 설명이 곤란하게 된다. 계산2의 경우 동일한 접촉압력 조건에서는 같은 등가 강성직경을 갖는다는 가정의 계산 결과 실험치와 같은 경향과 상대적으로 오차가 작음을 알 수 있다.

1차의 경우 등가 직경부근까지는 강성의 영향이 크게 작용하게 되고, 그 이후에서는 원통외경의 증가로 인한 질량효과가 크게 되므로 그와 같은 경향을 보이게 되며, 2차의 경우는 등가 강성 직경이 1차에 비해 상대적으로 작으므로 상대적으로 질량효과가 크게 작용하였다.

4. 결 론

이상의 결과로부터 열박음 로터에서 간섭량의 변화에 따른 로터의 고유진동수 변화에 대하여 다음과 같이 결론을 얻었다.

- 1) 열박음 로터에서 간섭량 변화에 따라서 고유진동수가 변화한다.
- 2) 간섭에 의한 고유진동수 변화는 간섭이 직접적인 파라미터기보다는 간섭에 의해 발생하는 접촉압력이 고유진동수 변화의 주 파라미터인 것으로 판단된다.
- 3) 열박음에 의한 효과를 등가강성 직경의 개념을 도입하여 고유진동수의 예측이 가능함을 보였다.
- 4) 내경 45 mm, 외경 75 mm, 열박음 길이 130 mm인 로터의 경우 최대 $\delta_0 = 35\%$ 정도가 한계치로 나타났으며, 간섭량을 계속 증가시켜도 더 이상의 고유진동수 변화는 기대하기 어려우며, 불필요한 간섭량의 증가는 과도한 응력을 발생하게 되어 결과적으로 결함을 발생시킬 가능성 이 높으므로 적절한 간섭량을 결정해야 한다.
- 5) 1차의 경우 등가 직경부근까지는 강성의 영향이 크게 작용하게 되고, 그 이후에서는 원통외경의 증가로 인한 질량효과가 크게 되며, 2차의 경우는 등가 강성 직경이 1차에 비해 상대적으로 작으므로 상대적으로 질량효과가 크게 작용한 것으로 판단된다.

참고문헌

1. S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd edition, McGraw-Hill, 1970.
2. Crandall, et al., Introduction to Mechanics of Solids, 2nd Edition, McGraw Hill, NY, 1978.
3. R. J. Keck, Mechanical Design- Rotors, G.E. Technical Report, GTE 92-40, G.E., 1992.
4. B. S. Yang, Vibrations of Rotating Machinery, Inter-vision Publishing Co., 2002.
5. D. Childs, Turbomachinery Rotordynamics Phenomena, Modeling & Analysis, John Wiley & Sons, 1993.
6. Y. C. Kim, H. J. Park, C. H. Park, T. S. Moon, "Stiffness effect of the lamination pressing force for a laminated rotor," Proc of the KSNVE Spring Annual Conference, pp. 565~568, 2002
7. K. G. McConnell, Vibration Testing - theory & practice, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.