

# 동역학적 모델링을 통한 편심 회전체의 거동 해석 Dynamical behavior of the eccentric rotor system using mathematical modeling

조문갑\*·조용구\*·김동원\*\*·이정윤\*\*\*·오재응\*\*\*\*

Joe mun kahp, Joe young gu, kim dong won, Lee jung youn, and Oh jae eung

**Key Words :** Drum washing machine (드럼 세탁기), Spinning cycle (탈수 기간), Walk (위킹 현상), Rotational slip (회전 슬립), Translational slip(병진 슬립), Stability (안정성)

## ABSTRACT

The vibration of washing machine at spinning cycle is important problem that affects the performance of a product. In this paper, the inner structure of the washing machine is modeled as a rigid body suspension system and transfer force caused by rotating unbalance mass is obtained using Newton's the 2nd law. and this model is used to predict the verge of walking instability during the spinning cycle. The walk of the drum washing machine is suggested by calculating the force transmissibility between drum and the cabinet. As calculating the resultant force exerted for cabinet, the friction coefficient of the pad is suggested to avoid the walk. In addition, relation between translational slip and rotational slip is derived and method to avoid the rotational slip is introduced.

## 1. 서론

최근 산업 사회의 고도화와 복잡화로 인해 모든 시스템은 운영상 효율의 극대화 및 신뢰성의 향상을 요구하고 있다. 또한 소비자의 생활 수준의 향상으로 저소음, 저진동에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

현재 사용하고 있는 세탁기는 크게 세탁물을 위에서 집어 넣는 탑 로딩(Top loading)방식의 펄세이터형(Pulsator type) 세탁기와 앞으로 투입시키는 프론트 로딩(Front loading) 세탁기가 있다. 이 중 드럼 세탁기의 경우에는 프론트 로딩 방식으로 디자인이 수려하고 물 소비량이 적은 이점을 가지고 있어 많은 인기를 얻고 있다. 하지만, 이 모델은 모든 진동 및 소음 문제가 집합했다고 해도 과언이 아닐 정도로 복잡한 진동 문제를 가지고 있다.

회전체 진동을 유발하는 가장 큰 이유는 세탁물이 드럼 내에서 고루 분포되지 않고 한곳으로 모여 세탁기의 불안정성을 증가시키는 집중 하중이 발생되기 때문이다. 이 문제는 기존에는 세탁기의 무게를 증가시켜 진동을 줄이려 노력했으나 최근에는 볼 밸런스나 드럼에 액체를 포함한 링을 부착시키는 방법을 통해 줄이려는 연구가 되고 있다.<sup>(5)</sup> 또한 현가 시스템을

최적화하여 드럼에서 발생된 진동이 캐비닛이나 다리로의 전달을 최소화 시키려 노력하고 있다.<sup>(3)</sup>

드럼의 진동은 세탁기 전체의 진동을 유발 시키고 이는 안정성(Stability)을 저해하는데, 이중 세탁기의 위킹 현상(walking performance)은 세탁기의 가장 큰 문제점으로 부각 되었다.<sup>(4)</sup>

위킹 현상이란 병진 슬립 (Translational slip), 회전 슬립 (Rotational slip) 그리고 팁(Tip) 현상과 같이 세탁기가 탈수 시에 과도한 회전 속도로 인해 움직이는 현상을 의미한다. 최근에는 이 연구가 활발히 진행되어 위킹 현상이 발생하는 임계속도가 계산되었고, 세가지 유형에 대한 문제가 명시되었다.<sup>(7)</sup> 하지만 기존의 연구는 진동의 전달 경로인 현가 시스템을 고려하지 않았기 때문에 세탁기의 동적 거동 특성을 정확히 예측하고 위킹 현상을 정의하기에는 부족한 것이 사실이다.

본 연구에서는 드럼을 4 자유도계로 모델링하고 Newton's the second law 를 이용하여 드럼의 운동 방정식을 유도한다. 그리고 회전 슬립과 병진 슬립에 대한 문제를 캐비닛에 작용된 힘과 패드의 마찰 계수를 통해 정의 하고, 서로간의 관계성을 유도하며, 위킹 현상을 회피할 수 있는 임계 마찰 계수의 존재성을 제시하겠다.

## 2. 동역학적 모델링

### 2.1 드럼의 4 자유도계 모델링

세탁기 시스템 중 드럼의 운동은 강체 운동과

\* 한양대학교 자동차 공학과  
E-mail : te800@hanmir.com  
Tel : (02)2294-8294, Fax : (02)2299-3153

\*\* LG 전자 디플라이언스 연구소

\*\*\* 경기대학교 기계공학부

\*\*\*\* 한양대학교 기계 공학부

탄성 변형의 조합으로써 나누어 질 수 있다. 탄성 변형에 의한 거동은 강체 운동에 의한 거동에 비해 상대적으로 작아 무시할 수 있기 때문에 본 연구에서는 시스템을 강체로 모델링 하였다. 좌표계는  $x, y, z$  의 각각 좌표계를 사용하였으며,  $z$  방향의 회전과 변형은 다른 두 방향의 운동과 회전에 비해 무시할 만할 정도이므로,  $x, y$  방향의 병진운동과 회전운동을 고려한 4 자유도 시스템으로 해석하였다.

Fig. 1 은 드럼을 중심으로 두 개의 스프링과 댐퍼로 연결된  $x, y$  평면상의 모델링이고, 이를 Fig. 2 와 같이 Newton's the 2<sup>nd</sup> law 를 사용하여 자유 물체도를 도시 하였다. 이 때 드럼의  $x, y$  평면에서 회전 중심 및 질량중심은 드럼의 기하학적 중심과 일치하고 스프링과 댐퍼의 위치는 좌우 대칭 한다고 가정하였다.

드럼에 작용되는 스프링과 댐퍼의 힘을 각각  $f_1, f_2, f_3, f_4$  라고 하면 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= -k(\delta_1 - \delta_{st}) & (1) \\
 &= k \left( x_1 \sin \alpha - y_1 \cos \alpha + \frac{(M + m_0)g}{2k \cos \alpha} \right) \\
 f_2 &= -k(\delta_2 - \delta_{st}) \\
 &= k \left( -x_1 \sin \alpha - y_1 \cos \alpha + \frac{(M + m_0)g}{2k \cos \alpha} \right) \\
 f_3 &= c(-\dot{x}_1 \sin \beta - \dot{y}_1 \cos \beta) \\
 f_4 &= c(\dot{x}_1 \sin \beta - \dot{y}_1 \cos \beta) \\
 f_{m\theta} &= me\dot{\omega} \\
 f_{mr} &= me\omega^2 \\
 \delta_{st} &= \frac{(M + m_0)g}{2k \cos \alpha} \text{ (static deflection)}
 \end{aligned}$$

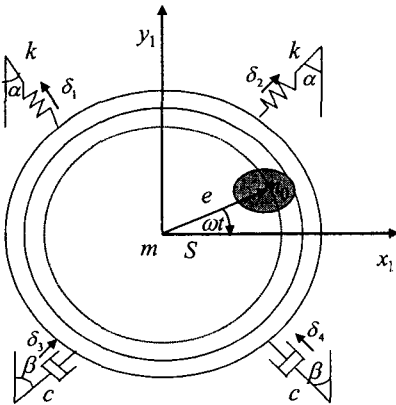


Fig. 1 Dynamic model of the washing machine

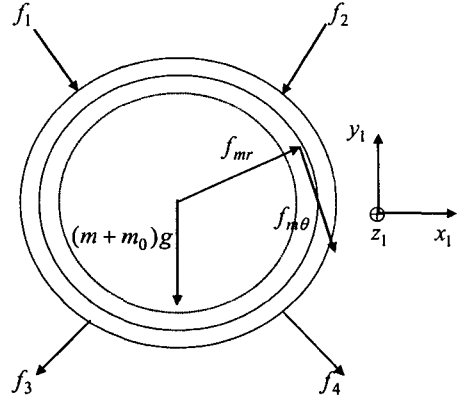


Fig. 2 Free body diagram of the drum for  $xy$  plane

위의 식에서  $f_{m\theta}, f_{mr}$  방향의 힘은 세탁물의 불균형 질량이 회전 시에 발생하는 힘이고  $\delta_{st}$  는 중력에 의해 스프링에 작용된 편향 값이다.

Fig. 2 에 나타난 자유 물체도를 통해 Newton's the 2<sup>nd</sup> law 를 사용하면 식 (2), (3) 을 얻을 수 있고, 여기에 식 (1)을 대입하면 식 (4)와 (5) 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (m + m_0)\ddot{x}_1 &= f_1 \sin \alpha - f_2 \sin \alpha - f_3 \sin \beta + f_4 \sin \beta \\
 &\quad + f_{mr} \cos \omega t + f_{m\theta} \sin \omega t & (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m + m_0)\ddot{y}_1 &= -f_1 \cos \alpha - f_2 \cos \alpha - f_3 \cos \beta - f_4 \cos \beta \\
 &\quad + f_{mr} \sin \omega t - f_{m\theta} \cos \omega t & (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m + m_0)\ddot{x}_1 + 2c \sin^2 \beta \dot{x}_1 + 2k \sin^2 \alpha x_1 \\
 = m_0 e \omega^2 \cos \omega t + m_0 e \dot{\omega} \sin \omega t & (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m + m_0)\ddot{y}_1 + 2c \cos^2 \beta \dot{y}_1 + 2k \cos^2 \alpha y_1 \\
 = m_0 e \omega^2 \sin \omega t - m_0 e \dot{\omega} \cos \omega t & (5)
 \end{aligned}$$

드럼에서  $xy$  평면이 주로 병진운동에 의해서 움직인다면,  $yz$  평면과  $xz$  평면은 드럼 내 불균형 질량의 위치에 의해 발생하는 피칭(Pitching) 현상이 발생한다. Fig.3 은 드럼의  $xz$  평면이고, Fig. 4 는 드럼의  $yz$  평면이다.

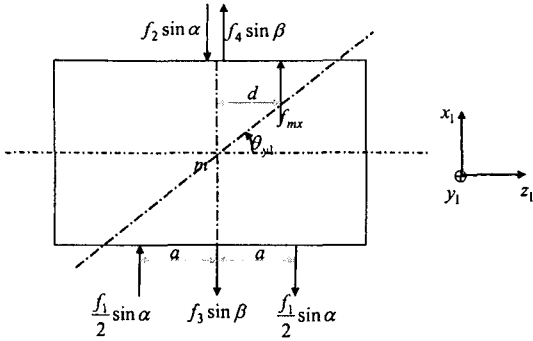


Fig. 3 Free body diagram of drum for  $xz$  plane

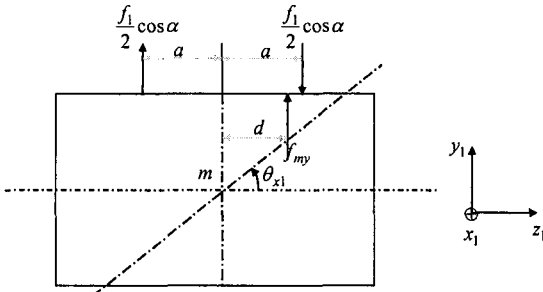


Fig. 4 Free body diagram of drum for  $yz$  plane

위의 그림으로부터 식 (6)과 (7)과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$I\ddot{\theta}_{y1} = -a^2 k \sin \alpha \tan \theta_{y1} + d(m_0 e \omega^2 \cos \omega t + m_0 e \dot{\omega} \sin \omega t) \quad (6)$$

$$I\ddot{\theta}_{x1} = -a^2 k \cos \alpha \tan \theta_{x1} + d(m_0 e \omega^2 \sin \omega t - m_0 e \dot{\omega} \cos \omega t) \quad (7)$$

만약에 식 (6)과 (7)에서  $\theta$ 가 작다고 가정하면 위 식을 식 (8)과 (9)처럼 선형화 시킬 수 있다.

$$I\ddot{\theta}_{y1} + a^2 k \sin \alpha \theta_{y1} = d(m_0 e \omega^2 \cos \omega t + m_0 e \dot{\omega} \sin \omega t) \quad (8)$$

$$I\ddot{\theta}_{x1} + a^2 k \cos \alpha \theta_{x1} = d(m_0 e \omega^2 \sin \omega t - m_0 e \dot{\omega} \cos \omega t) \quad (9)$$

## 2.2 워킹 현상의 발생

Newton's 3<sup>rd</sup> law 에 의해 드럼에 작용된 스프링과 댐퍼의 힘은 세탁기 캐비닛에 반대 방향으로 Fig. 5 와 같이 작용된다.

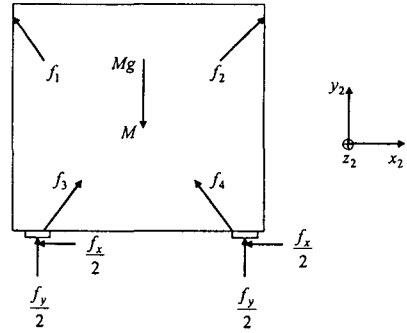


Fig. 5 Free body diagram of cabinet for  $x-y$  plane

Fig.5 을 통해 세탁기 전체의 거동 형태를 식 (8)과 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{x}_2 = -f_1 \sin \alpha + f_2 \sin \alpha + f_3 \sin \beta - f_4 \sin \beta - f_x \quad (10)$$

$$M\ddot{y}_2 = f_1 \cos \alpha + f_2 \cos \alpha + f_3 \cos \beta + f_4 \cos \beta + f_y \quad (11)$$

여기서,  $M$  은 세탁기 전체의 질량이고,  $f_x$ , 는 세탁기 다리부위의 고무 패드의 쿨롱 마찰력이고  $f_y$  는 세탁기의 질량과  $y$  방향으로 작용된 합력의 차에 의해 작용된 힘의 반력이다. 캐비닛에 작용된 힘들의 합력을  $N_x, N_y$  라고 하면 이 힘은 불균형 질량에 의해 발생된 힘과 드럼의 움직이는 관성력의 차로 나타낼 수 있다.

$$N_x = -f_1 \sin \alpha + f_2 \sin \alpha + f_3 \sin \beta - f_4 \sin \beta = f_{mr} \cos \omega t + f_{m\theta} \sin \omega t - (m + m_0) \ddot{x}_1 \quad (12)$$

$$N_y = f_1 \cos \alpha + f_2 \cos \alpha + f_3 \cos \beta + f_4 \cos \beta + f_y = f_{mr} \sin \omega t - f_{m\theta} \cos \omega t - (m + m_0) \ddot{y}_1 \quad (13)$$

세탁기 캐비닛에 작용되는 합력을 이용해서 워킹 현상을 발생시키는 힘의 관계를 Fig. 6 과 같이 도시 할 수 있다.

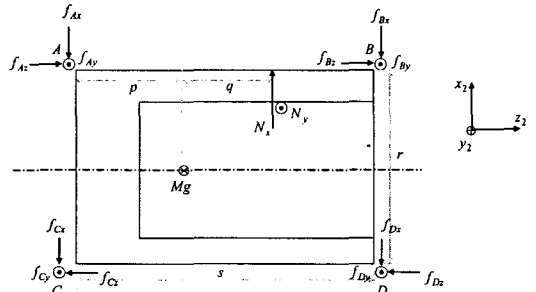


Fig. 6 Free body diagram for the whole system in the  $x-z$  plane

Fig.에서 보여지는 것과 같이 캐비닛에 전달되는 힘의 합력이 세탁기 다리 부근의 패드의 마찰 계수보다 크게 되면 세탁기 전체 시스템은  $x$  축 방향으로 움직일 것이다. 이 때 병진 슬립이

일어난다. 따라서 병진 슬립을 막으려면 식 (14)을 만족해야 한다.

$$f_{Bx} + f_{Dx} + f_{Ax} + f_{Cx} \geq N_x \quad (14)$$

$$\mu(f_{By} + f_{Dy} + f_{Ay} + f_{Cy}) \geq N_x \quad (15)$$

$$\mu \geq \frac{N_x}{(N_y - Mg)} \quad (16)$$

$$\mu \geq \frac{f_{mr} \cos \omega t + f_{m\theta} \sin \omega t - (m + m_0)\ddot{x}_1}{(f_{mr} \sin \omega t - f_{m\theta} \cos \omega t - (m + m_0)\ddot{y}_1 - Mg)} \quad (17)$$

식 (17)는 마찰 계수와 드럼 내 불균형 질량의 회전 속도와의 관계를 유도한 식이다. 실제 물리적 의미의 쿨롱 마찰 계수는 상수이고 0 과 1 사이에서만 존재하기 때문에 식 (15)의 우항의 함수가 1 보다 작을 때 이 시스템은 마찰 계수를 크게 해서 워킹 현상을 막을 수 있음을 의미한다.

또한 세탁기는 병진 슬립과 더불어 회전 슬립 (Translational slip)이 존재한다. 이는 세탁기의 무게 중심이 드럼의 불균형 질량이 캐비닛에 전달되는 전달 경로와 불일치하기 때문에 발생한다. 회전 슬립에 대한 관계식은 아래와 같다.

$$\sum M = N_x q - p(f_{Ax} + f_{Cx}) - \{(s-p)(f_{Bx} + f_{Dx})\} - \frac{r}{2}(f_{Az} + f_{Bz} + f_{Cz} + f_{Dz}) \quad (18)$$

$$0 = N_x q - p\mu(f_{Az} + f_{Cz}) - \{(s-p)\mu(f_{Bz} + f_{Dz})\} - \frac{r}{2}\mu(f_{Az} + f_{Bz} + f_{Cz} + f_{Dz})$$

$$\mu = \frac{N_x q}{(N_y - Mg) \left\{ \left( N_y + \frac{r}{2} \right) \left( \frac{s-p}{s} \right) + \left( s-p + \frac{r}{2} \right) \left( \frac{p}{s} \right) \right\}} \quad (19)$$

(20)

식 (17)와 식 (20)을 통해 병진 마찰과 회전 마찰간의 관계를 알 수 있다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 단순화된 모델링에 의한 드럼의 동역학적 해석 결과

앞에서 유도한 식 (4),(5),(8),(9)으로부터 수치 적분법 (Ruge - Kutta 법)을 통해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 조건으로는 드럼의 회전 반경은 250mm 로, 불균형 질량은 700g 으로 선정하였다. 그리고 세탁물은 드럼의 측면에 부착되어 움직이지 않고, 드럼의 회전

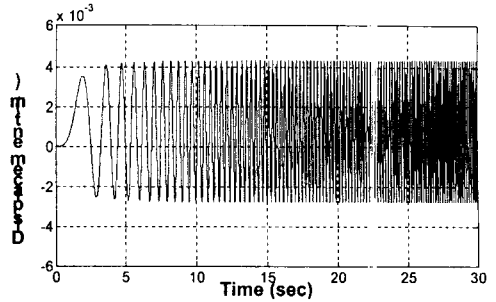


Fig. 7 x-direction displacement of the drum

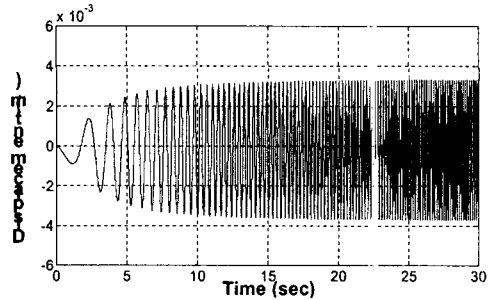


Fig. 8 y-direction displacement of the drum.

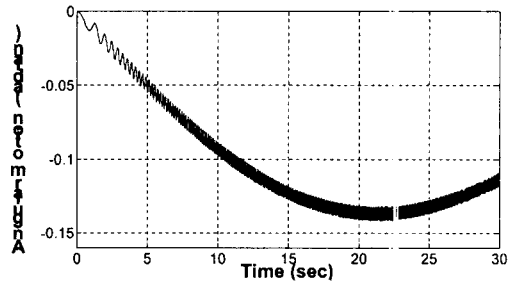


Fig. 9 Angular motions for x - axial

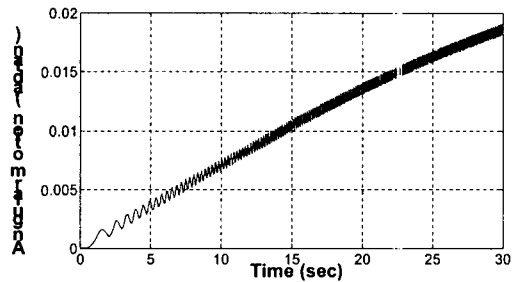


Fig. 10 Angular motions for y - axial

속도는 0 RPM 에서 400RPM 까지 30 초에 걸쳐 x 축과 y 축에 대한 드럼의 변위는 아래 Fig. 7, 8 과 같다. 위의 해석 결과는 주파수에 따라 변하는 마찰 댐퍼(friction damper)를 일정한 등가 점성 감쇠계수를 모델링한 것과, 드럼의 움직임 따른 스프링과 댐퍼의 각도 변화를 고려하지 않았으므로 약간의 오차는 존재할 것이다. 등 가속 되는

경우를 고려하였다

Fig. 9 와 Fig. 10 은 식 (8),(9)로부터 불균형 질량의 부하 위치에 의해 발생된 드럼의 피칭 현상을 라디안 값으로 도시한 것이다. 이때 드럼의 길이를 400mm 로 불균형 질량과 드럼의 무게 중심과의 거리를 200mm 전방 부하로 가정 하였다. 위 현상은 실제로 독립적으로 일어나지 않고 병진 운동과 중첩된 형태로 발생하게 된다. 따라서 드럼의 실제 변위는 드럼의 병진 변위 값과 드럼의 피칭 현상 값을 더한 값으로 나타날 것이다.

### 3.2 병진 슬립과 회전 슬립 현상을 방지하는 세탁기 다리 패드의 마찰계수 해석.

병진 슬립과 회전 슬립 현상을 방지 하기 위해서는 세탁기 다리의 패드의 마찰력을 증가 시켜야 한다. 하지만 마찰 계수는 0~1 사이에만 존재하는 상수이므로 캐비닛에 작용되는 힘이 마찰계수 1 이상을 필요로 한다면 마찰계수를 증가 시키는 방법으로는 워킹 현상을 막을 수 없다. 따라서 이 경우에는 세탁기의 각속도나 불균형 질량의 무게를 제한하는 방법을 사용해야 할 것이다. Fig.11, 12 는 x 축 방향과 y 축 방향으로 캐비닛에 작용되는 합력을 도시한 것이다. 그림에서 보여지듯이 각 축의 합력은 정현파 형태이고 시간에 따라 증가하는 형상이다.

R 을 워킹 현상을 방지하기 위해 필요로 하는 마찰 계수의 함수라고 하자.

Fig.13 은 정상 상태에서(300rpm) 병진 슬립을 막기 위해 요구되는 마찰 계수를 도시한 것이다. 위의 그림을 살펴보면 0 을 기준으로 정현파의 형상을 띤다. 그것은 불균형 질량이 회전하면서 y 축 방향과 일치하게 되면 순간적으로 x 축 방향의 합력이 0 이 되는데, 그 때에 요구되는 마찰 계수는 0 이 된다. 그리고 불균형 질량이 회전하면서 x 축 방향과 일치하면 필요 마찰 계수는 최대가 된다. 또한 마찰 계수가 음수와 양수를 반복하는 것은 회전하면서 가해지는 힘의 방향이 변하기 때문이다.

Fig. 13 과 14 는 식 (17),(20)로부터 유도된 병진 슬립과 회전 슬립을 방지 할 수 있는 마찰 계수의 필요값을 과도상태에서 도시한 것이다. 그림을 통해 병진 마찰 보다 회전 마찰이 훨씬 더 큰 마찰 계수를 필요로 한다는 것을 알 수 있다. 또한 이 현상은 세탁기 전체의 질량 중심이 전달계의 중심과 일치 한다면 병진 슬립 만이 일어나므로, 워킹 현상을 방지하는데 도움이 된다는 것을 의미한다.

Table 1 은 각 RPM 별로 워킹 현상을 방지할 수 있는 마찰 계수를 정리 한 값이다. 다리의 패드가 만약  $\mu = 0.3$  이라면 16.5 초 후 즉 220rpm 부터 병진 슬립이 일어난다. 하지만 세탁기는

회전하지는 않을 것이다.

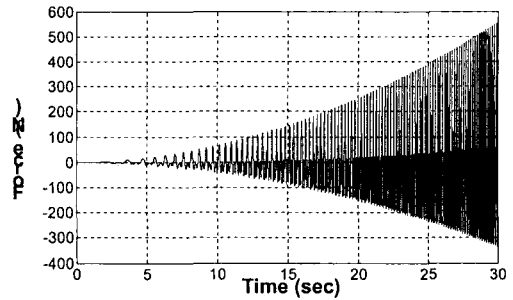


Fig. 11 The resultant force of exerted the cabinet as x-direction

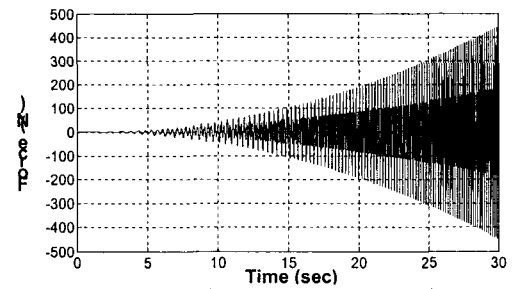


Fig. 12 The resultant force of exerted the cabinet as y-direction

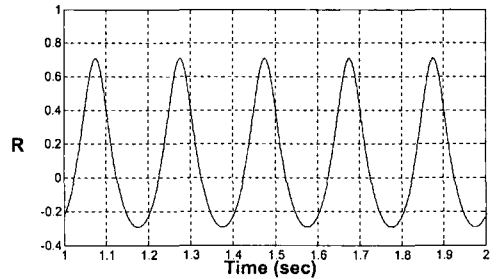


Fig. 13 Friction coefficient to avoid slip in steady state (300rpm)

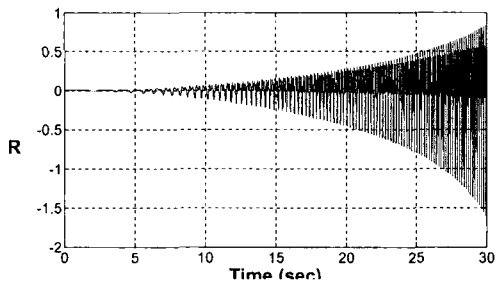


Fig. 14 Friction coefficient to avoid translational slip in the transient state

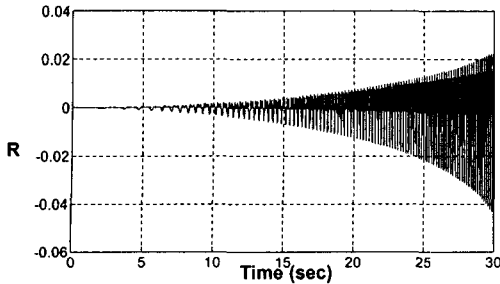


Fig. 15 Friction coefficient to avoid rotational slip in the transient state

Table 1 The friction coefficient for RPM between translational slip and rotational slip

	Translational slip	Rotational slip
0 rpm	0	0
66.7rpm	0.02	0.0006
133.3rpm	0.12	0.003
200 rpm	0.24	0.007
266.7rpm	0.475	0.012
333.3 rpm	0.82	0.02
400 rpm	1.6	0.043

#### 4. 결론

드럼 세탁기 시스템을 단순화된 4 자유도계 시스템으로 모델링하고 이를 힘의 방정식으로 도식한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 불균형 질량의 회전에 의해 발생하는 힘에 의해 발생하는 세탁기 드럼의 병진 및 회전 운동에 대한 예측 변위 값을 제시 하였다.

(2) 워킹 현상을 일으키는 드럼의 회전 속도와 이를 방지하기 위한 세탁기 다리 패드의 마찰 계수를 제시하고, 회전 슬립과 병진 슬립간의 관계를 정립하였다. 또한 정상 상태와 과도 상태에 따라 슬립 현상과 이를 방지하기 위해 요구되는 마찰 계수와 의 관계를 도식함으로써 슬립 현상이 일어나는 원리에 대해 설명하였다. 마지막으로 회전 마찰은 세탁기의 무게 중심을 변경함으로써 방지할 수 있음을 증명하였다

- (1) Ferdinand P. beer and E. Russell Johnston , 1996, Vector Mechanics for Engineers Dynamics, McGraw-Hill.
- (2) 이주형 1992, “ 편심회전체의 동력학적 모델링에 관한 연구”, 한양대학교 대학원.
- (3) O.S.TURKAY, “Formulation and implementation of parametric optimization of a washing machine suspension system” , Mechanical systems and signal processing (1995) 9(4),359-377
- (4) D.C.Conrad and W. soedel, “On the problem of oscillatory walk of automatic washing machine”, Journal of sound and vibration (1995) 188(3),301-314
- (5) 이준영, 조성오, 김태식, 박윤서, “볼 자동균형장치를 채용한 드럼 세탁기의 모델링 및 동적 거동 해석”, 한국소음진동공학회지 제 8 권 제 4 호, pp.670~682,1998
- (6) N. Jaksic, M, “ Dynamic behaviour of the planar non-linear mechanical system - part I : theoretical modeling”, Journal of sound and vibration (1999) 226(5),923-940
- (7) Evangelos Papadopoulos and Iakovos Papadimitrou, “Modeling, Design and Control of a Portable Washing machine during the spinning Cycle”, 2001 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings 8-12 July 2001 Como, Italy