

# 현가장치의 비선형 설계변수 추정

## Nonlinear Parameter Estimation of Suspension System

박 주 표\*·최 연 선\*\*

Ju-pyo Park, Yeon-Sun Choi

**Key Words** : Suspension(현가장치), Nonlinear Spring(비선형 스프링), Nonlinear Damper(비선형 댐퍼), System Identification(시스템 규명), EF-Sonata(EF 소나타).

### ABSTRACT

A Suspension system of a car is composed of dampers and springs. The dampers and springs usually have nonlinear characteristics. However, the nonlinear characteristics of the springs and dampers through analytical model cannot agree with the experimental results. Therefore, the nonlinearity of the spring and damper should be known from the experimental results. In this study, the methods of system identification for nonlinear dynamic system in time domain are discussed and the nonlinear parameter estimation for experimental data of an EF-SONATA car was done. The results show that a cubic and a coupled term should be considered to model the suspension system.

### 1. 서 론

현가장치는 노면으로부터 차체에 전달되는 진동과 소음을 억제하며 차륜과 노면사이에서 발생하는 구동력, 제동력, 횡력을 차체에 전달하는 장치로 차량의 NVH성능 및 운전성을 결정하는 중요한 요소이다. 따라서 설계단계에서 현가장치를 정확히 표현할 수 있는 해석모델이 요구된다. 그러나 기존의 현가장치 모델은 스프링과 댐퍼에 존재하는 비선형성을 무시함으로써 정확한 동특성을 예측하는데 한계가 있었다.

이와 관련된 연구로 Reybrouck<sup>(1)</sup>은 댐퍼의 비선형 운동방정식을 유도하여 실험결과와 비선형 모델의 응답을 비교하였다. Ravindra<sup>(2)</sup>는 댐퍼에 viscous, orifice, quadratic, cubic감쇠와 같은 비선형성이 있음을 설명하였고 선형 댐퍼 모델과 비선형 댐퍼 모델을 비교하였다.

Wu<sup>(3)</sup>는 스프링 비와 선간 접촉에 의한 감쇠를 고려하여 비선형 스프링의 운동방정식을 유도하였다. 김광준<sup>(4)</sup>은

NARMAX법을 이용하여 고차 강성이 존재하는 비선형 시스템을 규명하였다.

이와 같은 기존의 연구들은 대부분 이론적으로 존재하는 비선형 시스템을 규명한 것이다. 본 연구에서는 뉴 EF 소나타 승용차의 현가장치에 비선형 시스템 규명법(nonlinear system identification)을 적용하여 실제 주행실험 데이터로부터 댐퍼와 스프링의 비선형 특성을 고려한 비선형 현가장치 해석모델을 만들고자 하였다. 또한 추정된 비선형 현가장치 모델을 실험결과와 비교하여 비선형 현가장치 모델의 타당성을 검증하였다.

### 2. 비선형 시스템 규명

시스템 규명이란 실제 측정된 시스템의 입력과 출력 데이터를 이용하여 시스템을 수학적으로 모델링하는 기법이다. 비선형 시스템 규명법으로는 NARMAX법과 Volterra 급수, 신경회로망(neural network)을 이용한 방법이 있다<sup>(5)</sup>. NARMAX법은 현재의 출력은 과거의 입출력의 컨볼루션(convolution)으로 나타낼 수 있다는 가정으로부터 만들어진 다항식 형태의 모델로서 시스템의 응답을 예측하는데 우수하나 물리적 의미를 부여하기가 어렵고 계산시간이 길어지

\*\* 책임저자, 정희원, 성균관대학교 기계공학과 교수  
E-mail : yschoi@yurim.skku.ac.kr

Tel : (031) 290-7440, Fax : (031) 290-5849

\* 성균관대학교 기계공학과, 대학원

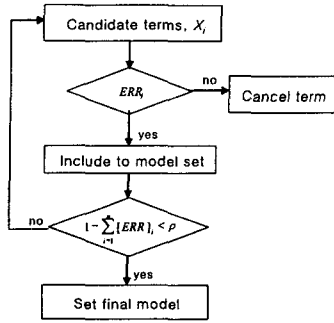


Fig. 1 Model selection flow

는 단점이 있다. Volterra 급수는 시스템의 응답을 Volterra kernel과 입력의 컨벌루션 형태로 나타내는 방법으로 각 항에 대해 물리적 의미를 부여하기 어려운 비선형항이 발생하고 계산시간이 길다. 신경회로망은 시스템의 수학적 모델을 구하기 어려운 경우에 사용하는 방법으로 응답을 예측하는데 우수하나 비선형 동특성을 규명하기에는 한계가 있다. 이와 같이 기존의 비선형 시스템 규명방법들은 입출력 간의 비선형 관계를 나타낼 수는 있으나 각 항의 물리적 의미까지 부여하기에는 한계가 있다.

본 연구에서는 비선형 시스템의 입출력 관계를 규명하고, 또한 물리적 의미부여가 가능한 시스템 규명방법을 사용하고자 하였다. 먼저 시스템에서 발생할 가능성이 있는 항들로 구성된 초기모델을 만든다. 이 때 모델항이 많으면 좀 더 다양한 동적 거동을 표현할 수 있으나 계산시간이 길어지고 물리적 의미도 찾기 어렵게 되므로 너무 많은 모델항을 만들지 않도록 한다. 초기모델이 완성되면 모델조합에서 중요한 항과 중요하지 않은 항을 판별하여 최적의 모델조합을 만든다<sup>(6)</sup>. 이 때 각 항의 중요도는 모델링 오차 감소에 대한 중요도를 기준으로 판별한다.

$$[ERR]_i = \frac{(X_i)^2}{y^2} \quad 1 \leq i \leq n \quad (1)$$

첫 번째 항부터 차례로 오차감소율(error reduction ratio)<sup>(7)</sup>을 계산하여 임의의 기준으로 설정한 오차감소율보다 작은 항은 모델조합에서 삭제하고 오차감소율이 큰 항은 모델조합에 포함한다. 오차 감소율은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있으며 여기서  $y$ 는 시스템의 응답,  $n$ 은 후보항의 갯수이다. 즉 오차감소율은 전체 응답에 대한 각 후보항의 비율을 의미한다. 모델조합이 만들어지고 난 후, 1에서 각 항의 오차감소율 합을 뺀 값이 목표로 설정한 오차보다 작다면 최적의 모델조합이 만들어졌다고 할 수 있다. 그러나 기준오차보다 크다면 다른 후보항에 대하여 다시 오차감소율을 계산하여 모델조합에 포함시킬 것인가를 판단하고, 모델조합

전체의 오차감소율 합이 기준오차를 만족시키는가를 확인하는 과정을 반복함으로써 최적의 모델조합을 만들 수 있다. Fig. 1은 이와 같은 모델선택 과정을 블록다이어그램으로 나타낸 것이다. 최종모델이 확정된 후에는 최소자승법을 사용하여 각 항의 파라미터를 구할 수 있다. 시스템 규명의 마지막 단계는 추정된 모델에 대한 검증 과정으로 시스템 규명에 사용되지 않은 입력에 대하여 시스템의 응답과 모델의 응답을 비교함으로써 추정된 모델의 타당성을 확인하여야 한다.

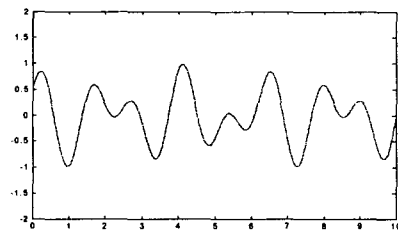
### 3. 비선형 시스템 규명의 예

다음과 같은 비선형 운동방정식을 Runge Kutta 4차 방법을 사용하여 수치적분하였다.

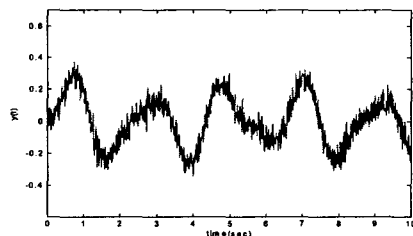
$$\ddot{y} = a_1 \dot{y} + a_2 y^3 + a_3 \dot{y}^3 + a_4 y + a_5 u \quad (2)$$

Fig. 2의 (a)와 (b)는 시스템에 가해진 입력,  $u$ 와 응답,  $y$ 를 나타낸 것이다. 실험에는 항상 노이즈가 있으므로 이와 같은 상황을 재현하기 위해 MATLAB/SIMULINK를 이용하여 응답을 분산이 0.007인 랜덤신호로 오염시켰다. 수치적분 결과 중 과도응답을 제거한 후 1000개의 시간응답이 시스템 규명을 위해 사용되었다.

응답에서 노이즈를 제거하고 이로부터 시스템 규명에 필요한 응답의 고차 도함수를 계산하기 위해 저역통과 FIR 필터<sup>(8)</sup>를 사용하였다.



(a) Input data, u



(b) Noisy output data (variance=0.007), y

Fig. 2 Sample data

Table 1 ERR of each term

Term	ERR	Term	ERR
$y$	0.10000	$y^2 \dot{y}$	0.00277
$y^2$	0.00130	$y^2 \dot{y}^2$	0.00029
$y^3$	0.00100	$y^2 \dot{y}^3$	0.00522
$\dot{y}$	0.37760	$y^3 \dot{y}$	0.04858
$\dot{y}^2$	0.00120	$y^3 \dot{y}^2$	0.02130
$\dot{y}^3$	0.00040	$y^3 \dot{y}^3$	0.00004
$y \dot{y}$	0.00090	$u$	0.44555
$y \dot{y}^2$	0.00472	$u^2$	0.00178
$y \dot{y}^3$	0.00005	$u^3$	0.00468

필터 설계를 위해 MATLAB의 filter design tool을 이용하였다. 시스템의 응답을 주파수 분석한 결과 2 Hz이상의 성분은 노이즈로 판단되어 필터의 통과대역주파수는 2 Hz로 하였고, 필터 차수는 30차로 하였으며 필터계수 추정방법은 최소자승법으로 하였다. 필터의 주파수 응답특성은 Fig. 3과 같다. 시스템 규명을 위해 식 (3)에서  $L=3$ 으로 놓고 초기모형을 만든 후, 각 항의 오차감소율을 계산하여 Table 1에 나타내었다. Fig. 1과 같은 모델선택 과정을  $1 - \sum_1^n [ERR]_i \leq 0.02$  가 만족될 때까지 반복하였으며 오차감소율이 0.02보다 큰 항만을 최종모델에 포함하였다.

최종적으로 식 (4)와 같은 모델이 만들어졌으며 각 항의 파라미터는 최소자승법을 이용하여 구하였다. Table 2에 시스템 파라미터와 식 (4)의 파라미터를 비교하였다. Fig. 4는 추정된 모델의 응답과 시스템의 응답을 비교한 것이다. 모델검증을 위해 Fig. 5와 같은 테스트 입력에 대한 시스템과 모델의 응답을 Fig. 6에서 비교하였다. Fig. 4와 Fig. 6에서 보듯이 추정된 모델의 응답은 시스템의 응답과는 잘 일치 하였으나 식 (2)과 식 (4)의 모델구조는 일치하지 않음을 알 수 있다. 그 이유는 시스템에서 발생할 가능성이 있는 항들로 초기모델 조합을 만들 때 식 (2)의 세 번째 항을 예상할 수 없었기 때문이다. 그러나 세 번째 항의 중요도는 식 (2)과 식 (4)에서 거의 같게 나타나기 때문에 응답은 잘 일치하였다.

$$\dot{y} = \sum_{n=1}^L a_n y^n + \sum_{n=1}^L b_n \dot{y}^n + \sum_{n=1}^L \sum_{m=1}^L c_{nm} y^n \dot{y}^m \quad (3)$$

$$+ \sum_{n=1}^L d_n u$$

$$\ddot{y} = a_1 \dot{y} + a_2 y^3 \dot{y} + a_3 y^3 \dot{y}^2 + a_4 y + a_5 u \quad (4)$$

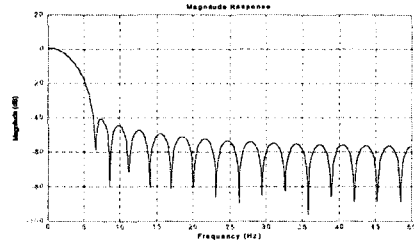


Fig. 3 Frequency response of FIR filter

Table 2 Estimated parameter

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
system	-4.0	-2.5	1.5	-3.0	4.0
identified	-3.3	-2.5	30.0	-4.0	3.5

여기서 시스템의 물리적 의미를 찾기 위해서는 초기모델의 선택이 중요함을 알 수 있다. 즉 시스템의 특성을 알고 그에 맞는 초기모델을 만드는 것이 중요하다.

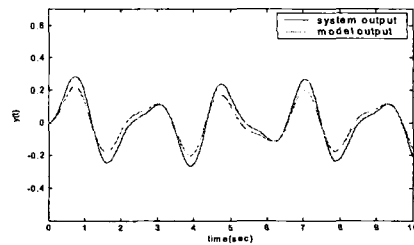


Fig. 4 Simulation result using input signal

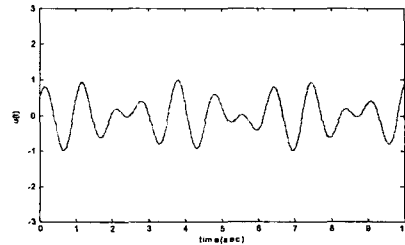


Fig. 5 Test input for validation

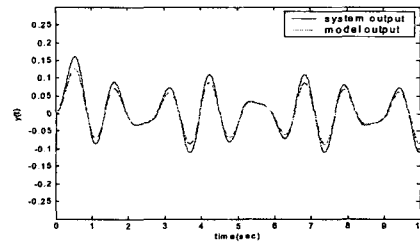


Fig. 6 Simulation result using test input

#### 4. 뉴 EF 소나타의 비선형 진동모델

2 절에서 설명한 비선형 시스템 규명법을 사용하여 뉴 EF 소나타 현가장치의 비선형 동특성을 규명하고자 하였다. 현가장치의 응답을 측정하기 위해 센서의 위치는 Fig. 7과 같다. 속업소버 마운트에서 차체의 상하방향 가속도를 측정하였고, 6-axis wheel force transducer[Michican Scientific Co.]를 타이어에 설치하여 x, y, z방향의 주행에 따른 wheel force 와 moment의 변화를 측정하였다. wheel force transducer는 최대 27 kN의 wheel force와 8.1 kNm의 moment가 측정 가능하다.

현가장치의 비선형 시스템 규명을 위해 먼저 Fig. 8과 같이 Belgian road를 20 km/h로 주행하면서 측정된 실험데이터가 사용되었다. 비선형 시스템 규명을 위해서는 가속도 응답 뿐 아니라 속도와 변위도 함께 알아야 한다. 속도와 변위는 가속도를 수치적분하여 구할 수 있다. 만일 평균이 0이고 연속적인 신호로 차량이 가진된다면 응답의 평균 역시 0이라는 가정으로부터 가속도를 적분하여 구한 속도의 평균값이 0이 되도록 초기값을 설정하였고, 변위는 직선성분을 제거함으로써 구할 수 있다<sup>9)</sup>.

초기모델의 구조는 기존의 연구에 의해 제안된 비선형 댐퍼 모델과 비선형 스프링 모델을 포함하여  $L=3$ 으로 놓고 식 (5)와 같은 모델로 만들었다.  $1 - \sum_{i=1}^n [ERR]_i \leq 0.02$  가 만족될 때까지 Fig. 1과 같은 모델선택 과정을 거쳐 식 (6)과 같은 모델이 추정되었다.

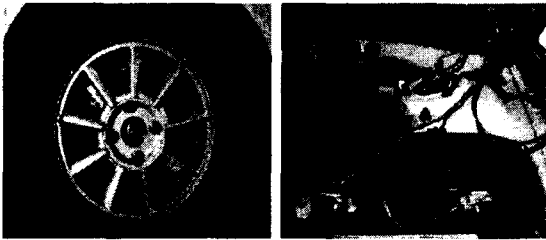
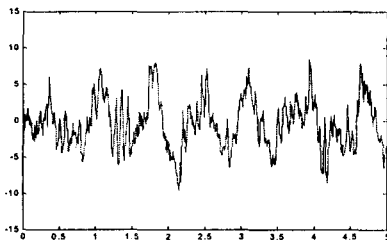
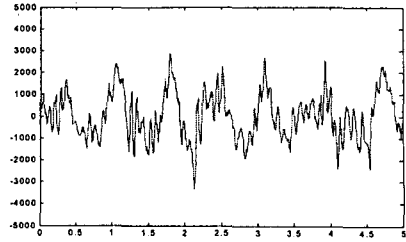


Fig. 7 Sensor location



(a) Acceleration



(b) Wheel force

Fig. 8 Measurement data (20km/h)

$$m\ddot{y} + \sum_{n=1}^L c_{1n}\dot{y} + \sum_{n=2}^L c_{2n}\dot{y}|y|^{n-1} + \sum_{n=1}^L k_{1n}y^n \quad (5)$$

$$+ \sum_{n=1}^L b_n \dot{y}^n y^n = f(t)$$

$$m\ddot{y} + c_1\dot{y} + c_2\dot{y}|y|^2 + k_1x + k_2x^3 = f(t) \quad (6)$$

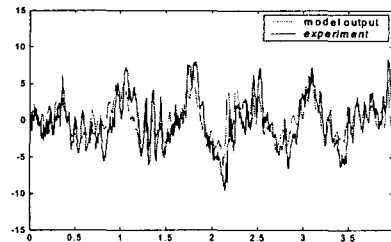


Fig. 9 Response of nonlinear model

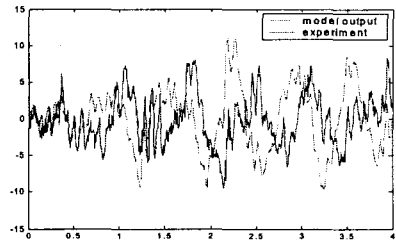


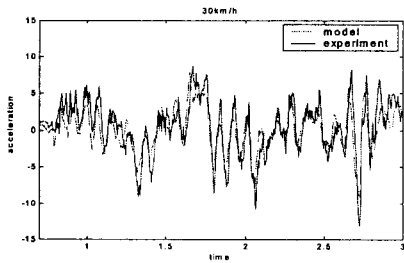
Fig. 10 Response of linear model

Table 3 System parameter

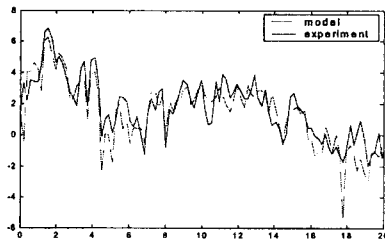
	m (kg)	c (Ns/m)	k (N/m)
linear model	434	2300	38000

식 (6)에서 차량의 질량에 해당하는  $m$ 은 wheel force transducer로부터 직접 구하였고, 나머지 파라미터는 최소자승법을 이용하여 추정하였다. 각 파라미터 값은  $m=440$  kg,  $c_1=1170$  Ns/m,  $c_2=1500$  (Ns/m<sup>3</sup>),  $k_1=4143$  N/m,  $k_2=2832190$  N/m<sup>3</sup>으로 추정되었다.

Fig. 9는 뉴 EF 소나타 현가장치 모델로 추정된 비선형 모델을 수치적분한 결과와 실험결과를 함께 나타낸 것으로 과도응답 구간을 제거한 후 비교하였다. Fig. 10에서는 선형 현가장치 모델에 Table 3과 같은 뉴 EF 소나타 현가장치의 스프링과 댐퍼를 단품 해석하여 얻은 파라미터를 대입한 후 수치적분한 결과를 실험결과와 비교하였다. 두 모델의 MSE(mean square error)를 계산한 결과 선형모델이 26.9m/s<sup>2</sup>, 비선형 모델이 5.7m/s<sup>2</sup>으로 선형모델이 두 배 정도 크게 나타났다. 따라서 비선형모델이 선형모델보다 실험과 더 잘 일치함을 알 수 있고 이것은 현가장치의 스프링과 댐퍼에 비선형 특성이 있음을 의미한다. 즉 식 (6)의 비선형 모델로부터 스프링에 Wu가 설명한 원추형 스프링의 고차 강성이 존재한다는 것을 알 수 있다. 실제 뉴 EF 소나타의 스프링 형상은 하부에서 지름이 작아지는 것을 볼 수 있는데 이는 원추형 스프링의 특성에 기인하는 것으로 파라미터 추정이 제대로 된 것임을 확인할 수 있다. Ravindra는 댐퍼의 특성을  $F_d=c_d|v|^{n-1}$ 와 같이 나타내었고  $n=1, 1.5, 2, 3$  일 경우 각각 viscous, orifice, quadratic, cubic 감쇠 특성을 의미한다고 하였다.

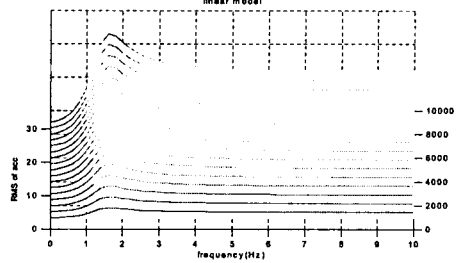


(a) Time domain

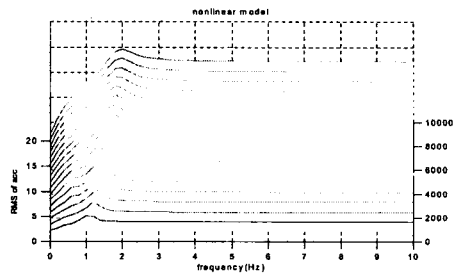


(b) Frequency domain

Fig. 11 Validation of nonlinear model(30km/h)



(a) Linear Model

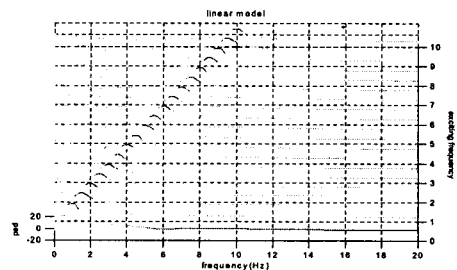


(b) Nonlinear model

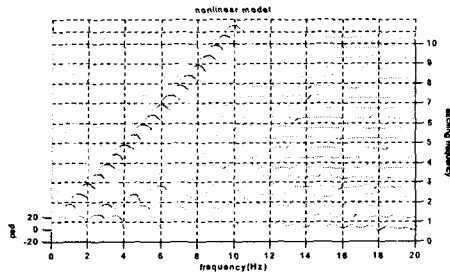
Fig. 12 RMS of nonlinear model

비선형 모델로부터 뉴 EF 소나타의 댐퍼에는 viscous, cubic 감쇠특성이 존재함을 알 수 있다. Fig. 11은 추정된 비선형 모델의 검증에 위해 Belgian road를 30km/h로 주행한 실험 결과와 모델의 응답을 시간영역과 주파수 영역에서 각각 비교한 것이다. 추정된 모델의 타당성을 확인할 수 있다.

추정된 비선형 모델의 주파수 응답특성을 예측하기 위해 가진력으로 정현파 함수를 사용하여 가진력의 크기와 가진 주파수에 따른 RMS를 구하였다. Fig. 12에서 보는 바와 같이 1 Hz이하의 저주파에서의 응답특성이 다르고, 선형 모델은 가진력의 크기에 상관없이 시스템의 고유진동수가 일정하나 비선형 모델은 가진력이 커짐에 따라 고유진동수가 1 Hz에서 2 Hz로 변함을 알 수 있다.



(a) Linear model



(b) Nonlinear model

Fig. 13 Waterfall of nonlinear model

Fig. 13은 선형 모델과 비선형 모델의 가진 주파수에 따른 응답을 waterfall diagram으로 나타낸 것이다. 비선형 모델은 스프링과 댐퍼의 비선형성으로 인해 저주파 영역에서 고유진동수 이외의 주파수 성분이 존재함을 알 수 있다. 따라서 차량의 승차감 해석이 이루어지는 저주파 영역에서는 시스템의 비선형성을 고려해야 보다 정확한 해석을 할 수 있을 것이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 비선형 시스템 규명법을 적용하여 뉴 EF 소나타 현가장치의 비선형 현가장치 모델을 추정하였다. 추정된 비선형 모델은 기존의 연구자들에 의해 제안된 비선형 감쇠항과 비선형 강성항을 포함하고 있으며 선형 모델보다 실험결과와 더 잘 일치하였다. 이것은 현가장치의 스프링과 댐퍼에 비선형성이 있음을 의미한다. 아울러 비선형 모델의 주파수 응답을 예측해본 결과 저주파 영역에서 고유진동수 이외의 주파수 성분이 존재함을 알 수 있었다. 따라서 정확한 차량의 승차감 해석을 위해서는 실험데이터를 바탕으로 비선형항까지 고려한 현가장치의 비선형 설계변수 추정이 이루어져야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 산업자원부가 지원하는 산업기술개발 사업(샤시 코너모듈 공통기반기술개발)으로 지원되어 수행 하였습니다

## 참 고 문 헌

- (1) K. Reybrouck, 1994, "A Non Linear Parametric Model of Automotive Shock Absorber," SAE 940869.
- (2) B. Ravindra and A. K. Mallik, 1994, "Performance of Non-Linear Vibration Isolation under Harmonic Excitation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 170, No. 3, pp. 325-337.
- (3) M. H. Wu and W. Y. Hsu, 1988, "Modeling the Static and Dynamic Behavior of a Conical Spring by Considering the Coil Close and Damping Effects," Journal of Sound and Vibration, Vol. 214, No. 1, pp. 17-28.
- (4) K.-J. Kim and H.-K. Jang, 1994, "Identification of Cubic Stiffness Nonlinearity by Linearity-Conserved NARMAX Modeling," KSME Journal, Vol. 8, No. 3, pp. 332-342.
- (5) 정길도, 1995, "비선형 시스템규명 ; 신경회로망과 기존 방법의 비교," 한국정밀공학회지, Vol. 12, No. 5.
- (6) S. A. Billings, 1999, "A Direct Approach to Identification of Nonlinear Differential Models From Discrete Data," Mechanical System and Signal Processing, Vol. 13, pp. 739-755.
- (7) S. Chen, S. A. Billings and W. Luo, 1989, "Extended model set, global data and threshold model identification of severely non-linear system," International Journal of Control, Vol. 50, pp. 1897-1923.
- (8) S. D. Stearns, R. A. David, 1996, Signal Processing Algorithms in MATLAB, Prentice Hall.
- (9) 주영호, 조광환, 이진명, 1997, "시스템 매개변수 직 접 추정법의 특성," 대한기계학회논문집(A), 제 21권, 제 9호, pp. 1480-1490.