

다구찌법을 이용한 복합적층판의 좌굴강도 개선에 관한 연구

구경민*, 홍도관, 김동영(동아대 대학원 기계공학과),
박일수(동명대학 건축설비과), 안찬우, 한근조(동아대 기계산업시스템공학부)

A Study on the Improvement Buckling Strength of Laminated Composite Plate by Taguchi Method

K. M. Gu* · D. K. Hong · D. Y. Kim(Mech. Eng. Dept., Dong-A Uni.), I. S. Park(Archi. Equip.
Design Eng., Tongmyong Col.), C. W. Ahn · G. J. Han(Mcch. & Ind. Syst. Eng. Div., Dong-A Uni.)

ABSTRACT

On this study, we improved the efficiency applying algorithm that is repeatedly using orthogonal array in discrete design space and filling a defect of gradient method in continuous design space. we showed optimal ply angle that maximized buckling strength of CFRP laminated composite plate without a hole and with a hole by each aspect ratio. In the case of CFRP laminated composite plate without a hole, we confirmed the reliance and efficiency of algorithm in comparison with the result of optimization achievement repeatedly using statistical orthogonal array of experimental design.

Key Words : Laminated Composite Plate(복합적층판), CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic : 탄소섬유강화 플라스틱), Buckling Strength(좌굴강도), Discrete Design Space(이산설계공간), Orthogonal Array(직교배열표), ANOM(Analysis Of Mean : 평균분석), ANOVA(Analysis of Variance : 분산분석)

1. 서론

현재까지 기계구조물의 기본요소로 사용되는 사각형판의 정적, 동적해석이 수행되어져 왔으나, 기계구조물의 형상이 점점 복잡화되고 경량이 요구됨에 따라 가장 단순한 경우의 해를 먼저 구하고, 그 후 실제적이고 복잡한 설계로 발전시키는 공학적 접근 방법이 필요하게 되었다. 실제 설계에서는 불연속부가 존재하는 구조물을 대상으로 하는 경우가 많으며 원공이 있는 평판은 환기구, 정비용 구멍 등의 기능적 요구와 연료선, 전기선 등이 통할 수 있는 용도로 자동차, 항공기, 우주선, 건축 구조물 및 토목 구조물 등에 구조적 요소로 광범위하게 사용되고 있으며 그에 대한 연구들도 활발하게 전개되어 왔다.

Chao 등⁽¹⁾은 설계변수를 적층각으로 하여 평면하중에서 좌굴과 강도에 관하여 각 경우의 최적설계를 수행하였으며 Tauchert와 Adibhatla⁽²⁾는 적층각 및 두께를 설계변수로 두고서 Rayleigh-Ritz의 방법을 사용한 횡하중을 받는 적층판을 해석하여 최소의 변형을 에너지를 갖도록 하였다. Palazotto⁽³⁾는 단순한 평판 뿐만 아니라 셀, 그리고 평판에 구멍이 존재하는 경

우에 대해서도 좌굴 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 원공이 없는 CFRP 복합적층판과 원공을 갖는 CFRP 복합적층판 구조물에 평판의 종횡비(Aspect ratio)에 따른 적층각을 인자(=설계변수)로 하고, CFRP 복합적층판의 좌굴강도를 목적함수로 최적설계를 수행하였다. 최적설계의 방법은 이산설계공간에서 실험계획법의 통계적인 방법으로 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하는 알고리즘을 사용하였으며, 먼저 인자와 수준수를 고려한 적절한 직교배열표를 선택하고 설계변수의 후보값들 중에서 초기 설계값을 기준으로 수준값을 선정하여 평균분석(ANOM)을 실시하였다. 그리고 분산분석(ANOVA)을 통해서 유의한 인자를 선정하고, 유의하지 않은 인자만을 연속설계공간에서의 경사도법을 이용하여 최적해를 찾았다.

2. 유한요소해석

2.1 유한요소모델

2.1.1 유한요소모델의 구성

본 연구에서 사용된 모델은 CFRP 복합적층판 구

조물이며, T300 탄소섬유 프리프레그(T300 carbon fiber prepreg)를 사용하였다. Fig. 1은 종횡비(b/a)가 1인 정방형 복합적층판과 적층구조를 나타내며, 물성치와 치수는 Table 1~2에 나타내었다.

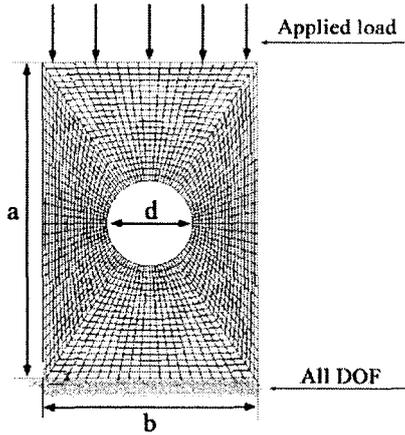


Fig. 1 Structure of plate

2.1.2 하중 및 경계조건

경계조건은 모델의 4변을 완전 고정하여 해석을 수행하였다. 모델링과 해석은 상용 유한요소 해석 프로그램인 Ansys 7.0을 사용하였다. 해석에 사용된 요소는 6자유도 8절점 요소를 사용하였으며, 요소의 수는 종횡비에 따라서 1,600~2,000개이고 절점의 수는 4,960~6,200개를 사용하였다. 총 적층판수는 6~10판을 사용하였다

Table 1 Mechanical properties of CFRP

Mechanical property	Description
	T300 carbon fiber prepreg
ρ [kg/mm ³]	1.480e-6
E_1 [MPa]	106,200
F_2 [MPa]	6,860
G_{12} [MPa]	3,570
ν_2	0.33

Table 2 Dimensions of structures

Item list	Description (mm)
Length of structure (b)	1,000~2,000
Width of structure (a)	1,000
Diameter of hole (d)	400
Thickness of plate	6~10

2.2 직교해석

2.3 직교배열표를 이용한 실험계획법

직교배열표는 재현성, 바람직한 최적조건 결정 및 안정성에 대한 평가와 함께 인자간에 교호작용을 기술적으로 생각하여 무시될 수 있는 것을 주효과와 교락(confounding)시켜 실험의 크기를 줄일 수 있는 방법이다.^(4, 5) 이산설계공간에서 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하고자 한다.⁽⁷⁾ 먼저 인자와 수준수를 고려한 직렬한 직교배열표를 선택하고 설계변수의 후보값들 중에서 초기 설계값을 기준으로 수준값을 선정하여 행렬실험을 실시한다. 평균분석을 통해서 최적해를 구하고 행렬실험의 각 행의 결과와 비교하여 우수한 해를 최적해로 선정한다. 최적수준을 선정하기 위해서는 기본적으로 S/N비와 다원배치에 의한 분산분석을 이용하여 설계인자가 설계값에 미치는 영향을 분석하였다. S/N비는 이차식으로 주어지는 품질손실함수(quality loss function)로부터 유도된 값으로서 성능의 평균과 산포를 동시에 고려하는 척도인데 본 연구에서 적용한 방법은 좌갈강도는 클수록 좋은 망대특성(larger-the-better type) 분석에 준하여 실행하고, S/N비는 다음과 같다.

$$S/N = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (1)$$

여기서 n 은 동일한 인자 수준조합에서의 반복 측정 회수이며, y_i 는 그 때의 각각의 해석값이다. Table 4의 초기 직교배열표에서와 같이 각각 4수준 인자인 3~5개의 적층판의 적층각을 Angle $\Lambda \sim E$ 라고 하고 각 수준의 값(-45°, 0°, 45°, 90°)을 결정한 후

$L_{32} (2^1 * 4^7)$ 를 이용하여 행렬실험을 수행하고 설계변수인 인자의 수준은 Table 3과 같이 설정하였으며, 직교배열표를 이용하여 최적수준을 찾은 다음

$L_{18} (2^1 * 3^7)$ 를 이용하여 앞에서 얻은 최적수준의 범위를 좁히면서 등간격으로 나누어서 해석을 반복적으로 수행하였다. 평균분석을 통해 최적해를 구하고, 다원배치법으로 분산분석을 통해서 유의한 인자와 유의하지 않은 인자를 95% 신뢰구간으로 선정하여 유의한 인자는 최적해로 선정하였다.

2.4 경사도법에 의한 최적설계

일반적인 연속설계공간에서 사용되는 Gradient based 방법은 초기과정에 의한 탐색공간의 정보에 따라 최적값의 신뢰성이 크게 떨어진다는 단점이 있다. 이산설계공간에서 직교배열표를 반복 사용과 다원배치에 의한 분산분석을 통해서 유의한 인자에 대해서 최적해로 두고, 보다 정확한 최적해를 얻기 위하여 유의하지 않은 인자에 대해서만 경사도법을 이용하여 최적해를 찾는다.

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f(x^k)}{\partial x_i} \right] = c^{(k)} \quad (2)$$

i : 설계변수의 수, k : 벡터의 계산 단계

3. 결과 및 고찰

3.1 직교배열표를 이용한 실험계획법

3.1.1 평균분석

직교배열표는 $L_{32}(2^1 * 4^7)$, $L_{18}(2^1 * 3^7)$ 을 이용하여 좌굴해석을 수행하였으며, 실험계획법에 의해 망대특성인 목적함수에 복합적층판의 적층각인 설계변수가 미치는 영향을 알아보기 위해 측정데이터로부터 각 설계변수의 식(1)에 S/N비를 계산하고 각 인자의 수준에 대한 실험치 영향을 파악하기 위하여 평균분석을 수행하였다.

Table 3은 S/N비를 이용하여 각 설계변수에 대한 수준의 효과를 구하는데, 그 결과의 일례인 원공이 없는 CFRP 복합적층판일 때 망대특성인 특성치 좌굴강도에 대한 인자들의 효과와 편차(deviation) 및 기여율(percentage contribution)을 나타낸 것이다.

인자 Angle A의 1수준 효과는 실험번호 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29에 해당되는 S/N비의 전체평균으로부터 그 인자 수준에 의한 결과의 편차로 평가된다. 같은 방법으로 모든 인자와 수준에 그 효과를 계산할 수 있다. 한편 수준차는 인자의 수준별 효과의 최대값과 최소값의 차이를 뜻하며 기여율은 전 수준차의 합에 대한 백분율로 나타낸다.⁽⁶⁾

Table 3 Factors affecting the buckling strength of laminated composite plate without a hole (b/a=1.5, 10 plies)

Factors	Effect				Deviation	PC (%)
	1	2	3	4		
Angle A	7.84	5.68	7.95	16.44*	10.76	44.7
Angle B	8.32	6.98	8.36	14.24*	7.26	30.2
Angle C	9.07	8.03	8.71	12.10*	4.07	16.9
Angle D	9.35	8.89	9.31	10.35*	1.46	6.1
Angle E	9.70	9.08	9.52	9.59*	0.51	2.1
Total					24.06	100.0

* : optimal level, PC : percentage contribution

Fig. 2는 좌굴강도에 대한 S/N비의 영향도 분석을 나타내며 통계프로그램인 Minitab R13을 사용하였다.⁽⁶⁾ 이때의 평균은 다른 네 변수들의 모든 수준에 대해서 균형화 된 것이다. 실험결과를 살펴보면 기여율이 가장 높은 것은 인자 Angle A임을 알 수 있다

3.1.2 다윈배치에 의한 분산분석

Table 4는 원공이 없는 CFRP 복합적층판의 적층

각을 인자로 한 다윈배치에 의한 분산분석의 결과를 나타낸 것으로 분산의 차이가 없다는 귀무가설과 차이가 있는 대립가설을 설정하여 분석 결과 Angle A, B, C의 수준의 P값이 0.00이고, D값은 0.003으로 0.05보다 작으므로 대립가설이 성립된다. 그러나, Angle E의 경우 P값이 0.064로써 대립가설이 성립되지 않는다.

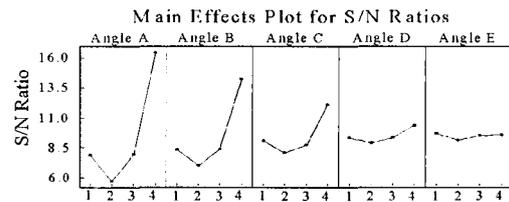


Fig. 2 Illustration of factor effect

Table 4 ANOVA using General Linear Model

Source	S	ϕ	V	F	P
Angle A	107.236	3	959.93	472.29	0.000
Angle B	37.793	3	384.54	166.45	0.000
Angle C	9.751	3	101.17	42.95	0.000
Angle D	1.639	3	11.95	7.22	0.003
Angle E	0.672	3	0.26	2.96	0.064
Error	1.211	16	5.76		
Total	158.302	31			

따라서 Angle A, B, C, D 적층각의 변화에 따른 분산의 차이가 나타나 좌굴강도에 미치는 영향이 아주 크며 수준간의 차이가 있음을 볼 수 있지만, Angle E는 좌굴강도에 미치는 영향이 아주 작으며 수준간의 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 재현성의 유무를 판단하기 위해 재현성 실험을 한 결과, 추정치와 확인실험 결과의 차이가 1% 이내로 재현성이 있다고 판단하였다. 즉, Angle A, B, C, D가 유의하며 지배적인 인자가 되며, 유의하지 않은 인자 Angle E는 임의의 값이라도 좌굴하중에는 큰 차이가 없다.

3.1.3 경사도법에 의한 최적설계

정확한 최적해를 찾기위하여 분산분석에서 유의하다고 판단된 인자는 최적해로 두고, 유의하지 않은 인자에 대해서 경사도법을 이용하여 최적해를 찾았다. Table 5는 원공이 없는 복합적층판의 최적 적층각을 나타내었으며 종횡비(b/a)가 1, 1.5, 2 일 때 모두 90°에서 최적의 값이 나타났다.

Table 6은 원공을 갖는 CFRP 복합적층판의 최적

적층각을 나타내었으며 적층수가 6판이고 중횡비 (b/a)가 1, 1.5, 2 일 때 모두 상부1판은 0°이며 나머지는 90°의 각도가 나타났다. 적층수가 8판인 경우는 중횡비(b/a)가 1.5와 2일 때 외에는 동일한 결과를 보여주고 있다. 또한 10판의 경우 중횡비(b/a)가 1, 1.5, 2일 때 모두 상부1판은 0°, 중간2판은 90°이며 하부2판은 다시 0°로서 약간은 복잡한 구조로 나타났다.

Table 5 Optimal ply angle of laminated composite plate without a hole

	Aspect ratio	No. of plies	Optimal ply angle
No hole	1	6	[90°/90°/90°] _s
		8	[90°/90°/90°/90°] _s
		10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s
	1.5	6	[90°/90°/90°] _s
		8	[90°/90°/90°/90°] _s
		10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s
	2	6	[90°/90°/90°] _s
		8	[90°/90°/90°/90°] _s
		10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s

Table 6 Optimal ply angle of laminated composite plate with a hole

	Aspect ratio	No. of plies	Optimal ply angle
Hole	1	6	[0°/90°/90°] _s
		8	[0°/90°/0°/90°] _s
		10	[0°/90°/90°/0°/0°] _s
	1.5	6	[0°/90°/90°] _s
		8	[0°/90°/90°/90°] _s
		10	[0°/90°/90°/0°/0°] _s
	2	6	[0°/90°/90°] _s
		8	[0°/90°/90°/90°] _s
		10	[0°/90°/90°/0°/0°] _s

4. 결론

본 연구에서는 실험계획법의 통계적인 방법으로 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하는 알고리즘을 사용하였으며 원공을 갖지 않는 CFRP 복합적층판과 원공을 갖는 CFRP 복합적층판에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 다구찌법에 의해서 설계변수에 대한 민감도 정보를 얻고, 그 정보로부터 분산분석을 통해서 유

의한 인자와 그렇지 않은 인자를 분석하여 유의한 인자는 최적값으로 두고, 유의하지 않은 인자에 대해서 적절한 탐색구간을 결정하여 경사도법을 이용하여 최적해를 찾는다. 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하는 알고리즘의 유의하지 않은 인자에 대한 최적해를 찾을 수 없다는 단점과 설계영역의 정보를 얻지 못하거나 국부적인 최적해에 빠질 가능성이 높은 경사도법 알고리즘에 대한 단점을 상호 보완하여 탐색시간을 줄이고 보다 정확한 최적해를 찾을 수 있었다.

3. 중횡비(b/a)와 적층수(6, 8, 10)에 따른 좌굴강도를 극대화하는 최적의 적층각을 제시하였으며, 원공이 있는 CFRP 복합적층판의 경우가 원공이 없는 경우보다 적층구조가 복잡하게 발생하였다.

참고 문헌

- Chao, C. C., Koh, S. L., and Sun, C. T., "Optimization of Buckling Yield Strength of Laminated Composites," AIAA Journal, Vol. 13, pp. 1131 ~ 1132, 1975.
- Tauchert, T.R. and Adibhatla, S., "Design of Laminated Plates for Maximum Stiffness", Journal of Composite Materials, Vol. 18, pp. 58 ~ 69, 1984
- Palazotto, A.N. and Tisler, T.W., "Considerations of cutouts in Composite Cylindrical panels," Computers and Structures, Vol. 29, No. 6, pp. 1101 ~ 1110, 1988.
- 김명업, 이부호, "다구찌 직교배열을 이용한 승용차의 실내소음 분석 및 개선," 한국소음진동공학회지, 제 9권, 제 5호, pp. 998 ~ 1004, 1999.
- 백남국, 김대은, "다구찌 방법을 이용한 레이저리소그라피 미세패턴 가공조건 최적화," 한국정밀공학회지, 제 19권, 제 7호, pp. 59 ~ 63, 2002.
- MINITAB User's Guide #2, 2000, "Data Analysis and Quality Tool," Minitab Inc, 2002.
- 이정욱, 박준성, 이권희, 박정진, "직교배열표를 이용한 이산공간에서의 최적화 알고리즘 개발," 대한기계학회지, 제 25권, 제 10호, pp. 1621 ~ 1626, 2001.
- 홍도관, 최석창, 안찬우, "다구찌법을 이용한 마그네트 천장크레인의 경량화를 위한 최적설계," 한국정밀공학회지, 제 20권, 제 3호, pp. 50 ~ 57, 2003.