

# 일부 전류분류 영역을 갖는 테이퍼 형상 전류도입선의 최적 형상에 대한 연구

허광수\* · 설승윤\*

전남대학교 기계시스템공학부 대학원

## The Optimum Shape of Taper HTS Current Lead Having Partial Current Sharing Region

Kwang Su Heo\* · Seoung Yun Seol\*

Chonnam National University Department of Mechanical Engineering

tornado3@hitel.net

**Abstract** - The purpose of this study is to obtain the optimal operating condition of conduction cooled taper shape high-temperature superconductor (HTS) current lead operated in current sharing mode. In our previous study, we discovered that the optimal operating condition of constant cross-section area HTS current lead is in the current sharing state, and in optimal condition, the temperature gradient at warm end is not zero. The analysis result of taper HTS current lead is quite similar to the constant area HTS current lead. The minimum dissipation of taper HTS current lead is not influenced by taper angle, however the optimal operation condition is varied with taper angle.

### 기호설명

$A$  cross-sectional area,  $m^2$   
 $g$  current sharing function, dimensionless  
 $J_c$  critical current density,  $Am^{-2}$   
 $k$  thermal conductivity,  $Wm^{-1}K^{-1}$   
 $L$  length of current lead,  $m$   
 $Q/I$  heat flow per unit current,  $mW/A$   
 $V$  heat flow per current,  $Q/I$ ,  $W/A$   
 $S$  safety factor, dimensionless  
 $\alpha$  dimensionless taper angle  
 $\lambda$  filling factor, dimensionless,  $A_s/A$   
 $\Psi$  dimensionless cross-sectional area  $A/A_H$   
 $\xi$  dimensionless length

### Subscripts

$H$  warm end of current lead  
 $L$  cold end of current lead  
 $CS$  current sharing state

$OPT$  optimum

### Superscript

$O$  zero temperature gradient at  $x=L$

## 1. 서론

초전도 기기의 운용비용의 대부분은 전류도입선을 통한 저온용기 내부로의 열전달에 기인한다. 때문에 고온초전도체 전류도입선을 이용하여 저온용기로의 열유입을 최소화 하려는 연구가 활발히 진행되었다(1)(2). 그러나 고온초전도체 전체를 초전도상태에서 동작하게 하는 경우 안정체의 과도한 전도 열전달계수로 인해 열손실이 커질 우려가 있다. 최근의 연구결과에의하면 고온초전도체 전류도입선의 일부를 전류분류 상태로 운전함으로써 저온부로의 열손실을 최소화 할 수 있음이 밝혀졌다(3). 고온초전도체 전류도입선의 하단은 저온초전도기기와 연결되므로 하부의 온도가 상단의 온도보다 낮아 하부의 안전율이 상단보다 크다. 때문에 안전율의 변화에 따라 도입선의 단면적을 변화시켜 전도 열유입을 감소시키는 방법 역시 활발히 연구 중이다.

본 연구에서는 단면적이 변화하는 고온초전도 전류도입선이 일부가 전류분류 상태로 동작하는 경우의 열전도방식을 유도하였다. 또한 테이퍼형상의 전류도입선의 열전도 방정식의 해를 구하여, 전류도입선의 형상에 따른 최적 상단 안전율을 구하였다.

## 2. 해석

### 2.1 해석대상

도입선 상단의 안전율이 1보다 낮다면( $S_H < 1$ ) 도입선의 일부에 전류분류 상태가 존재하여 전류분류 온도  $T_{cs}$ 보다 온도가 높은 부분에서 일부 전류가 안정체로 흐르며 Joule열이 발생한다. 때문에 저온용기로 유입되는 열손실은 전류분류영역의 Joule열 발생량과 전도에 의한 열유입량의 합이된다. Fig. 1은 이러한 테이퍼 전류도입선의 운전상태를 간략히 보여주고 있다.

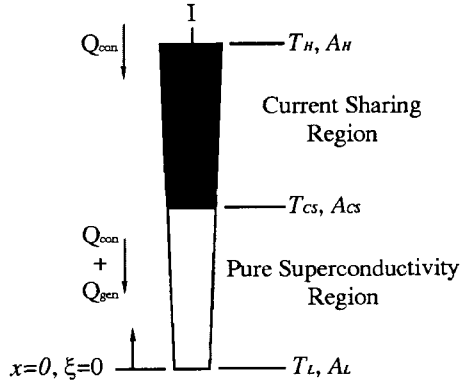


Fig. 1 Schematic diagram of the taper HTS current lead.

초전도 전류도입선의 안전율은 임계전류와 작동전류의 비로 다음과 같이 정의된다.

$$S(T) = \frac{J_c(T)\lambda A(x)}{I} \quad (1)$$

주어진 초전도체에서 점적율( $\lambda$ )이 일정하다면 안전율은 도입선의 단면적( $A$ )과 작동전류( $I$ )의 함수이다. 도입선의 단면적의 변화  $\Psi$ 를 상단 단면적과의 비로 다음과 같이 정의한다.

$$\phi(x) = \frac{A_H}{A(x)} \quad (2)$$

고온단온도  $T_H$ 에서의 상단안전율  $S_H$ 를 이용하여 안전율을 표현하면 다음과 같다.

$$S = S_H \frac{J_c(T_{CS})}{J_c(T_H)} \phi \quad (3)$$

전류분류 시작지점의 안전율은 1의 값을 가지므로, 전류분류 시작지점( $\Psi_{CS}$ )과 전류분류온도는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$S_H \frac{J_c(T_{CS})}{J_c(T_H)} \phi_{CS} = 1 \quad (4)$$

전도냉각만을 고려하고 전류분류 상태가 존재하는 경우 에너지 평형식은 다음과 같다[4].

$$\frac{d}{dx} \left( kA(x) \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\rho I^2}{A(x)(1-\lambda)} g(T) = 0 \quad (5)$$

식(5)에서 도입선 전체의 열전도도  $k$ 는 초전도체와 안정체의 부피에 따른 가중평균값을 사용한다. 함수  $g(T)$ 는 복합초전도체의 전류분류 상태 여부를 나타낸다.

$$g(T) = \begin{cases} 0 & 1 < S(T) \\ 1-S & 0 < S(T) \leq 1 \\ 1 & S(T) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

금속인 안정체는 Widemann-Franz의 법칙을 따르므로  $\rho k_N = BT$ 의 관계를 가진다. 세라믹 재질인 고온초전도체는 열전도도가 금속인 안정체에 비해 매우 낮으므로  $k \approx (1-\lambda)k_N$ 로 근사할 수 있다. 여기에 무차원 좌표  $\xi = x/L$ 를 정의하고 식(2)의 정의를 이용하여 식(5)를 정리하면 다음과 같다.

$$k \frac{d}{d\xi} \left( k\phi \frac{dT}{d\xi} \right) + \left( \frac{IL}{A_H} \right)^2 \frac{1}{\phi} BTg(T) = 0 \quad (7)$$

## 2.2 초전도 영역 ( $0 < \xi < \xi_{CS}$ )

도입선의 온도가 전류분류 온도( $T_{CS}$ )보다 작은 영역에서는 HTS 도입선은 초전도 상태에서 동작한다. 초전도 영역에서는 Joule 열 발생이 없으므로 식(7)에서  $g(T) = 0$ 이 된다. 초전도 영역의 온도 분포는 다음의 식(8)로 표현된다.

$$\int_{T_L}^T kdT \left| \int_{T_L}^{T_\alpha} kdT = \int_0^{\phi_\alpha} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi \right| \int_0^{\phi_\alpha} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi \quad (8)$$

전류분류 시작지점( $\Psi_{CS}$ )은 다음과 같다.

$$\int_{\phi_L}^{\phi_\alpha} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi = \frac{1}{\frac{Q_L}{I} \frac{IL}{A_H}} \int_{T_L}^{T_\alpha} kdT \quad (9)$$

## 2.3 전류분류 영역

전류분류영역에서는 Joule열 발생을 포함한 식(7)을 해석해야 한다. 작동 전류와 열유량의 비로 정의되는 새로운 변수  $V = Q/I$ 를 도입하여 식(7)을 정리하면 다음과 같다.

$$V = \frac{Q}{I} = \frac{1}{IL/A_H} k\phi \frac{dT}{d\xi} \quad (10)$$

$$V \frac{dV}{d\xi} + BTg(T) = 0 \quad (11)$$

도입선의 최고 온도가  $T_H$ 보다 높은 경우

도입선의 최고 온도가  $T_H$ 인 경우의 도입선 하단의 열유입은 식(7)을  $T_{CS}$ 부터  $T_H$ 까지 적분하여 다음과 같이 식(12)으로 얻어진다.

$$\frac{1}{IL/A_H} \int_{T_{CS}}^{T_H} \frac{kdT}{\left[ \left( \frac{Q_L}{I} \right)^2 - f(T) \right]^{1/2}} = \int_{\phi_\alpha}^{\phi_H} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi \quad (12)$$

식(12)의  $f(T)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$f(T) = 2B \int_{T_\alpha}^T Tg(T) dT \quad (13)$$

식(12)는  $Q_L/I$ 와  $T_{CS}$ ,  $\Psi_{CS}$ 의 세 개의 미지수를 갖는다. 때문에 도입선 상단온도가 도입선의 최고온도인 경우의 하부열유입량을 구하기 위해서는 식(12)과 식(4), 식(9)를 연립하여 풀어야 한

다. 이 영역의 온도분포는 이상의 과정을 통해 얻어진  $Q_L/I$ 와  $T_{CS}$ ,  $\Psi_{CS}$ 를 이용하여 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$\frac{1}{IL/A_H} \int_{T_{CS}}^T \frac{kdT}{\left[\left(\frac{Q_L}{I}\right)^2 - f(T)\right]^{1/2}} = \int_{\phi_{CS}}^{\phi} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi \quad (14)$$

도입선의 최고 온도가  $T_H$ 보다 높은 경우

도입선의 최고온도가 상단온도보다 높은 경우 온도구배의 부호에 따라 두개의 영역으로 나누어 취급하여야 한다. 도입선의 최고온도가 상단온도보다 높은  $T_{max}$ 의 값을 갖을 때 최고온도 발생지점의 온도구배는 제로이다. 때문에 하부 열유입량은 다음의 관계를 갖는다.

$$\frac{Q_L}{I} = f(T_{max})^{1/2} \quad (15)$$

식(15)을 이용하여, 식(12)를  $T_{CS}$ 부터  $T_H$ 까지 적분하면 도입선의 최고온도  $T_{max}$ 의 관계식이 얻어진다.

$$\frac{IL}{A_H} \int_{\phi_{CS}}^{\phi} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi = \int_{T_{CS}}^{T_{max}} \frac{kdT}{[f(T_{max}) - f(T)]^{1/2}} + \int_{T_H}^{T_{max}} \frac{kdT}{[f(T_{max}) - f(T)]^{1/2}} \quad (16)$$

온도 분포는  $\Psi_{CS} < \Psi < \Psi_{max}$ 인 영역과  $\Psi_{max} < \Psi < 1$ 인 영역으로 나누어 고려해야 하며 그 결과는 다음과 같다.

$$\Psi_{CS} < \Psi < \Psi_{max} \quad \frac{IL}{A_H} \int_{\phi_{CS}}^{\phi} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi = \int_{T_{CS}}^T \frac{kdT}{[f(T_{max}) - f(T)]^{1/2}} \quad (17)$$

$$\Psi_{max} < \Psi < 1 \quad \frac{IL}{A_H} \int_{\phi_{max}}^{\phi} \frac{1}{\phi} \frac{d\xi}{d\phi} d\phi = \int_T^{T_{max}} \frac{kdT}{[f(T_{max}) - f(T)]^{1/2}} \quad (18)$$

### 3. 테이퍼 형상의 도입선

전류도입선이 테이퍼형상을 가지는 경우  $\Psi$ 는 1차식으로 취급할 수 있다.

$$\phi \equiv a\xi + \beta \quad (19)$$

이에 따라  $\Psi_H = 1$ ,  $\Psi_L = 1 - a$ ,  $d\xi/d\Psi = 1/a$ 의 관계를 가진다. 식(19)의  $a$ 는 도입선의 단면적 감소율을 나타내는 무차원수이며, 이후 도입선의 테이퍼각으로 지칭하겠다. 식(19)를 식(4), (9), (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 도입선의 최고온도와 상단온도가 같은 경우의 열손실에 대한 식이 얻어진다.

$$\phi_{CS} = \frac{1}{S_H} \frac{J_c(T_H)}{J_c(T_{CS})} \quad (20)$$

$$\frac{1}{IL/A_H} \int_{T_{CS}}^{T_H} \frac{kdT}{\left[\left(\frac{Q_L}{I}\right)^2 - f(T)\right]^{1/2}} = -\frac{\ln(\phi_{CS})}{a} \quad (21)$$

$$\frac{1}{\frac{Q_L}{I} \frac{IL}{A_H}} \int_{T_L}^{T_{CS}} kdT = \frac{1}{a} [\ln(\phi_{CS}) - \ln(1 - a)] \quad (22)$$

### 4. 해석 결과

본 논문에서 유도된 해석방법을 Bi-2223와 Ag-10%Au 합금으로 이루어진 길이 1m의 HTS 테이프를 전류도입선으로 이용하는 경우에 적용하였다. Bi-2223의 임계전류밀도는 제로 필드에서 측정된 데이터를 커브피팅하여 사용하였다[5].

$$J_c(T) = 352.4 \times 10^6 (1 - T/107.1)^{1.58} \text{ (A/m}^2\text{)} \quad (23)$$

Ag-Au합금의 열전도도(W/m·K)는 다음의 식을 사용하였다.[6]

$$k = 0.00377 - 0.0186T + 0.000194T^2 + 0.000951T^3 \quad (24)$$

도입선 양단의 온도는 각각 액화헬륨과 액화 질소로 4.2K와 77K로 고정된다고 가정하였다. 또한 전류 도입선의 초전도 필라멘트 점적율( $\lambda$ )은 25%로 가정하였다.

식(21)의 경우 도입선 상단의 온도구배가 제로일 때 적분의 상부경계에서 특이점(singular point)이 발생하며 식(16)은 특이점에  $T_{max}$ 의 해가 존재한다. 위의 식들을 적분하기 위해 중앙점 공식(midpoint formula)을 사용하였다.[7]  $Q_L/I$ 와  $T_{max}$ 등의 근을 구하는 방법으로는 inverse quadratic interpolation 방법을 사용하였다.[7]

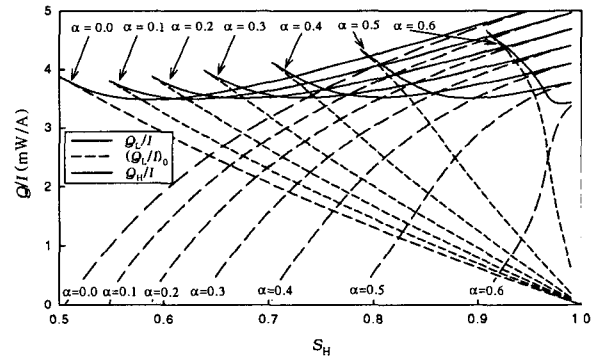


Fig. 2  $Q_L/I$ ,  $Q_L/I^0$ ,  $Q_H/I$  as a function of  $S_H$  and  $a$  for  $L=1\text{m}$ , and  $\lambda=0.25$

Fig. 2는 도입선의 테이퍼각과 상단안전율( $S_H$ )에 따른 도입선 하단의 실제 열유입량( $Q_L/I$ )과 도입선 상단의 온도구배를 제로로 가정한 경우의 열유입량( $Q_L/I^0$ ), 그리고 도입선 상단의 열유입량( $Q_H/I$ )을 보여준다.

도입선 상단의 온도구배를 제로로 가정한 경우, 하단 열유입량  $Q_L/I^0$ 는 전류분류에 의해 발생한 Joule열의 총합을 의미한다. 또한  $Q_H/I$ 는 도입선 상단의 온도구배에 의한 열유입 즉 전도 열유입량을 의미한다. 때문에 Fig. 2상의  $Q_L/I$ 와  $Q_L/I^0$ 가 만나는 지점들은 도입선 상단의 온도구

배가 제로가 되는 상단 안전율을 나타내며, 이때  $Q_H/I$ 는 제로가 된다.

선행 연구에 의해 단면적이 일정한 HTS 전류 도입선의 최적운전조건이 도입선 상단으로 열이 유입되는 전류분류상태에서 발생함이 알려졌다 [4]. 테이퍼 형상의 전류도입선 역시 단면적이 일정한 도입선과 유사하게 전류분류상태에서 최소의 하부열유입량을 갖는 최적 상태를 보인다. 테이퍼 형상 HTS 전류도입선의 최적상태는  $Q_H/I$ 가 양의 값을 가져 도입선 상부로 열이 유입되는 영역에서 발생한다.

상단안전율이 동일한 경우  $\alpha$ 가 증가함에 따라 도입선 상단의 열유입량  $Q_H/I$ 가 감소하는 반면,  $Q_L/I^0$ 는 증가한다.

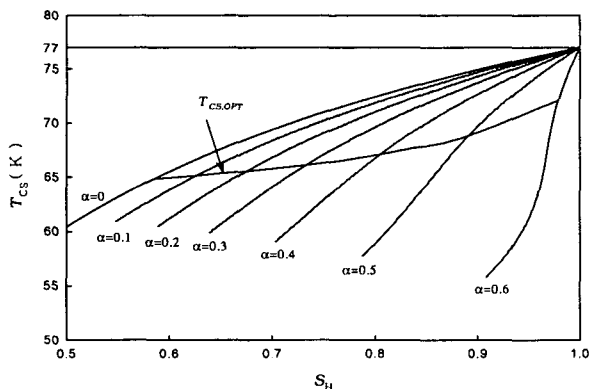
Table. 1은 도입선의 테이퍼각에 따른 최적상단 안전율과 전류분류온도 그리고 하부열유입량을 나타낸 것이다.

Table 1 Optimal operating condition of  $L=1\text{m}$ , and  $\lambda=0.25$  HTS current lead for  $\alpha=0.0\sim 0.5$ .

$\alpha$	$S_{H,OPT}$	$T_{CS,OPT}$ (K)	$Q_L/I_{,OPT}$ (mW/A)
0.0	0.585	64.8393	3.47674
0.1	0.626	65.1294	3.48990
0.2	0.675	65.5528	3.50319
0.3	0.733	66.1179	3.51503
0.4	0.805	67.1098	3.52023
0.5	0.891	68.8191	3.50343
0.6	0.979	72.1047	3.41208

Table. 1을 살펴보면, 테이퍼각이 증가함에 따라 최소 열유입이 일어나는 상단안전율과 전류분류온도가 증가한다. 도입선의 테이퍼각이 0에서 0.5로 증가할 때 최적상단안전율은 0.585에서 0.891로 증가하여 52%의 증가율을 보인다. 전류분류온도 역시 64.84K에서 68.81K로 증가한다. 반면에  $Q_L/I_{,OPT}$ 는  $\alpha=0$ 일때의 3.4768(mW/A)이며,  $\alpha=0.5$ 으로 증가했을 때 3.5034(mW/A)로 0.7%정도의 증가율을 보인다. 즉 도입선의 테이퍼각에 따라 최소열손실을 보이는 상단안전율은 변화하지만 각각의 최적조건에서의 하부열손실은 큰 변화를 보이지 않는다.

(a)



(b)

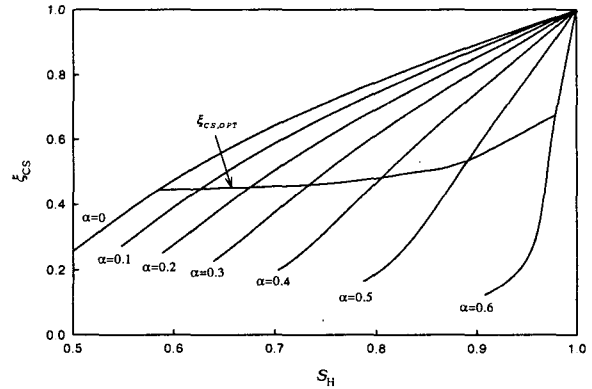


Fig. 3. (a) The variation of current sharing temperature TCS as a function of SH and  $\alpha$ . (b) The variation of current sharing starting point  $\xi_{CS}$  as a function of SH and  $\alpha$ .

Fig. 3의 (a)와 (b)는 각각 도입선의 테이퍼각에 따른 전류분류온도와 전류분류 시작지점의 변화를 나타낸다. Fig. 3 상의  $T_{CS,OPT}$ 와  $\xi_{CS,OPT}$ 는 최적운전조건에서의 전류분류온도와 전류분류시작지점을 나타낸다.

Fig. 3은 상단안전율이 1일 때 테이퍼각의 변화에도 불구하고 전류분류온도 및 전류분류시작지점이 각각 77K와 1의 값을 갖는 것을 보여준다. 이는 도입선 전체가 초전도 상태로 동작함을 의미한다. 테이퍼형상의 도입선의 경우 단면적 감소에 의한 안전율의 감소를 예측할 수 있다. 그러나 전류도입선은 하단의 온도가 낮은 환경에서 사용되므로 온도하강에 의한 안전율의 상승이 단면적감소의 효과를 상쇄한다. 이러한 이유로 상단안전율  $S_H$ 가 1인 경우 테이퍼각  $\alpha$ 가 0.144이상이면, 도입선의 전체영역이 초전도 상태로 동작한다.

도입선의 테이퍼각  $\alpha$ 가 증가함에 따라 최적상태를 보이는 상단안전율 및 전류분류온도, 전류분류 시작지점이 증가한다. 일정단면적 전류도입선( $\alpha=0$ )의 경우 최적상태일 때 도입선의 56%가 전류분류 상태로 동작하나,  $\alpha=0.6$ 의 경우 32%의 영역만이 전류분류 상태로 동작한다.

## 5. 결 론

테이퍼 형상의 HTS 전류도입선의 최적운전조건을 찾기위해 길이 1m, 점적율 0.25인 Bi-2223와 Ag-10%Au 합금으로 이루어진 HTS 테이프 전류도입선에 대해 행해진 이상의 연구의 결과는 다음과 같이 3가지 사항으로 정리할 수 있다.

1. 테이퍼 형상의 HTS 전류도입선의 최소 열손실은 단면적이 일정한 HTS 전류도입선의 경우와 같이 도입선 상단으로 전도에 의해 열이 유입되는 전류분류상태에서 발생하며, 이때 도입선 하부의 열유입량은 도입선의 테이퍼각에 무관하게 3.5(mW/A)정도의 일정한 값을 갖는다.

2. 도입선의 테이퍼각이 증가함에 따라 최소 열손실을 보이는 상단안전을 및 전류분류온도와 전류분류 시작지점은 증가한다.

(참 고 문 헌)

- [1] R.C.Niemann, Y.S.Cha, J.R.Hull, C.M.Rey, K.D.Dixon "Design of a High -Temperature Superconductor Current Lead for Electric Utility SMES" IEEE transaction on applied superconductivity, Vol 5, No. 2, 1995
- [2] Y.Iwasa, H.Lee "High-Temperature superconducting current lead incorporating operation in the current-sharing mode" Cryogenics, Vol 40, pp. 209-219, 2000
- [3] 설승윤, 허광수, "일부 전류분류영역을 가짐으로서 최소 열손실을 갖는 초전도 전류도입선", 대한기계학회, 2001
- [4] M.N.Wilson, "Superconducting Magnets" ,Chapter 11, Clarendon Press, Oxford, 1983
- [5] B.Zeimertz, H.K.Liu, and S.X.Dou "General design formula for taped, conduction cooled current lead utilizing high temperature superconducting tapes", Supercond. Sci. Tech., Vol. 12, pp. 181-183, 1999
- [6] T.Sasaoka, J.Sato, K.Fukushima, M.Okada, M. Endo, Y.yaegashi and M.Nagano "Design and testing of current lead made from Ag-Au sheathed Bi-2223 superconducting wires" Cryogenic. Vol 37, pp. 409-415, 1997
- [7] W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukol -sky, W.T.-Vetterling "Numerical Recipes in C" Cambridge University Press, 1988.