

# 미시역학을 고려한 복합재료의 유한요소해석 및 유효 물성치 평가

이승표\* · 정재연\*\* · 하성규\*\*\*

## Micromechanical Finite Element Analysis and Effective Material Property Evaluation of Composite Materials

Seung Pyo Lee, Jae Youn Jeong and Sung Kyu Ha

**Key Words :** Composite Structure(복합재료 구조물), Micromechanics(미시역학), FEM(유한요소법), Effective Material Property(유효 물성치).

### ABSTRACT

The methodology of micromechanical finite element method (MFEM) is proposed to calculate the micromechanical strains on fiber and matrix under mechanical and thermal loadings. For micromechanical analysis, composite structure is idealized the square and hexagonal unit cells. Boundary conditions are determined to calculate the effective material properties of composites and the strain magnification matrix. And they are verified by comparing with the results from multi cells, and the strain distributions of the unit cells are in accordance with those of the multi cells. Finally, the effective material properties of composite structure are obtained with respect to its fiber volume fraction and compared with results from rules-of-mixture.

### 기호설명

$\epsilon_{mech}$  : 역학적 변형률  
 $\bar{\epsilon}_{mech}$  : 역학적 유효 변형률  
 $\mathbf{M}^{(i)}$  : 역학적 변형률 집중 행렬  
 $\mathbf{A}^{(i)}$  : 열 변형률 집중 벡터  
 $\bar{\mathbf{C}}$  : 유효강성행렬  
 $E^f$  : 섬유 탄성계수  
 $E^m$  : 기지의 탄성계수  
 $G^m$  : 기지의 전단계수

### 1. 서론

자동차, 항공기와 같은 대형 구조물의 설계에 이용되는 복합재료는 일반적으로 섬유(fiber)와 기지(matrix)로 구성되어 있으며, 적층각도와 체적비 등의 물성치 변경을 통한 강성 설계가 용이하여 여러 산업 분야에 폭 넓게 적용되고 있다.

복합재료 구조물의 안정성 연구는 미시적인 접근법과 거시적인 접근법으로 구분될 수 있으며, 미시적 접근법은 두 재료가 혼합된 복합재료 물성치를 이용하는 거시적인 접근에 비해서 섬유와 기지의 파손이나 두 재료의 접합 면에서의 거동 등 좀더 정확한 정보를 얻을 수 있다. 이러한 장점으로 인해 미시역학적인 방법에 의해서 많은 연구가 진행되어 왔으며 최근들어 미시역학적인 해석에 단위 셀을 도입하여 유한요소해석을 시도한 연구가 진행 중이다<sup>(1) (2) (3)</sup>. 본 논문에서는 square, hexagonal 타입의 단위 셀에 대하여 유한요소해석을 수행하고, 이를 이용하여 유효 물성치를 평가

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과(Tel: +82-031-400-4066, Email: christ@ihanyang.ac.kr)

\*\* 한양대학교 기계공학부 BK21 사업단(Tel: +82-02-2290-1264, Email: roverjeong@email.hanyang.ac.kr)

\*\*\* 한양대학교 기계정보경영공학부(Tel: +82-031-400-5249, Email: sungha@hanyang.ac.kr)

하러 한다<sup>(4)(5)</sup>.

## 2. 연구 내용

### 2.1 미시역학 유한요소해석(MFEM)

#### 2.1.1 MFEM 에 의한 역학적 변형률

미시적인 관점에서 볼 때 복합재료 구조물은 Fig. 1 과 같이 섬유와 기지가 이상적으로 배열되어 있는 구조물로 가정할 수 있으며, 배열 방식에 따라 square 타입과 hexagonal 타입<sup>(6)</sup>으로 나눌 수 있다.

임의의 위치( $i$ )에서 전체적인 역학적 변형률은 국부적인 역학적 변형률과 온도변화에 의하여 발생하는 열 변형률로부터 각각 계산할 수 있으며, 이는 다음과 같이 중첩(superposition)하여 계산될 수 있다.

$$\epsilon_{mech}^{(i)} = \mathbf{M}^{(i)} \bar{\epsilon}_{mech} + \mathbf{A}^{(i)} \Delta T \quad (1)$$

#### 2.1.2 MFEM 에 의한 유효 강성행렬과 집중행렬

Fig. 2 는 square 타입과 hexagonal 타입 단위 셀의 형상을 나타낸다. 단위 셀의 유한 요소 해석을 통해 유효 강성 행렬(effective stiffness matrix,  $\bar{\mathbf{C}}$ )과 집중행렬,  $\mathbf{M}^{(i)}$  을 구할 수 있다.  $\bar{\mathbf{C}}$  와  $\mathbf{M}^{(i)}$  의 각 성분을 구하기 위하여 단위 변형률을 가하여 경계

(boundary)에서 구한 6 개의 응력 성분을 계산하고 지정된 위치에서의 변형률을 계산한다. 이때 계산된 응력은  $\bar{\mathbf{C}}$  의 열(column) 성분이 되며, 또한 6 개의 변형률은  $\mathbf{M}^{(i)}$  의 열 값이 된다. 이와 같은 방법으로 응력과 변형률을 계산하여  $\bar{\mathbf{C}}$  와  $\mathbf{M}^{(i)}$  의 모든 성분을 구할 수 있다.

#### 2.1.3 MFEM 에 의한 열팽창 계수와 집중벡터

앞서 설명한 2.1.2 와 같은 방법으로 열팽창계수,  $\bar{\alpha}$  와 집중벡터,  $\mathbf{A}^{(i)}$  를 구할 수 있다. 이때 변형률은 열 하중과 열팽창계수로 표현할 수 있고, 유한 요소 해석을 통해 단위 셀의 각각의 면에서 계산된 변위는 열팽창계수의 3 가지 성분이 되며, 지정된 위치,  $i$  에서의 6 개의 역학적 변형률은  $\mathbf{A}^{(i)}$  의 성분이 된다.

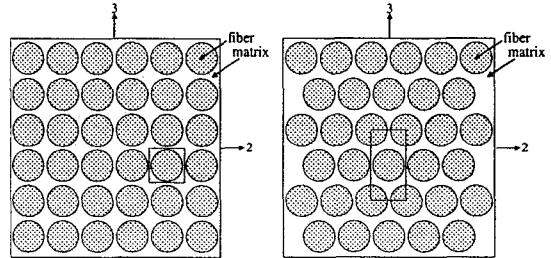


Fig. 1 Idealized array cells of unidirectional composites

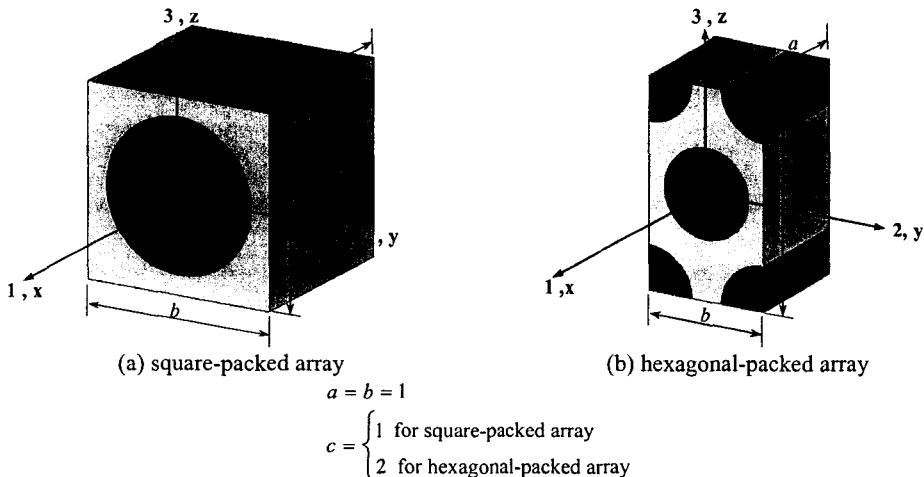


Fig. 2 Geometric models of square and hexagonal unit cells for unidirectional composites

## 2.2 복합재료 구조물의 유효 물성치

복합재료 구조물의 유효 물성치(effective material property)를 구하기 위해 2.1.2 에서 계산된 유효 강성 행렬의 역 행렬,  $\bar{S}$ 를 식(2)와 같이 구한다.

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2)$$

식(2)의 각 성분들로부터 복합재 구조물의 유효 물성치를 구할 수 있다<sup>7)</sup>.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \frac{1}{\bar{S}_{11}}, \bar{E}_2 = \frac{1}{\bar{S}_{22}} \\ \bar{G}_{12} &= \frac{1}{\bar{S}_{55}}, \bar{G}_{23} = \frac{1}{\bar{S}_{44}} \\ \bar{\nu}_{12} &= -\bar{S}_{12}\bar{E}_1, \bar{\nu}_{23} = -\bar{S}_{23}\bar{E}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

## 3. MFEM의 검증 및 결과

### 3.1 MFEM의 검증

단위 셀이 반복적으로 구성되어 있는 복합재 구조물에 MFEM의 적용 및 반복경계조건의 타당성을 검토하기 위해 단위 셀과 다중 셀의  $\bar{\epsilon}_{yz}$  결과를 비교하였다. 해석 결과, 단위 셀과 다중 셀의 결과는 잘 일치하며, 따라서 2 절에서 정의한 MFEM에서의 반복경계조건은 다중 셀의 거동을 표현하기에 타당한 경계조건임을 알 수 있다.

### 3.2 MFEM에 의한 유효 물성치

식(2),(3)에서 언급한 방법에 의하여 유효 물성치를 구하였고, 이를 혼합 법칙에 의한 물성치와 비교하였다. Square 타입과 hexagonal 타입에서 섬유 체적 비를 0.1 ~ 0.7 까지 0.1 씩 증가시켜 각 물성치 성분을 계산하였다. Fig. 3 에서 보듯이  $E_{11}$ 는 SRM의 결과와 일치하며,  $E_{22}, G_{12}$ 는 Hyer에 의해 제안된 MROM 결과<sup>6)</sup>와 잘 일치함을 볼 수

있다. Fig. 3의 그래프에서 x 축은 섬유의 체적 비를, y 축은 무차원화된 물성치를 나타낸다. Table 1은 유효 물성치를 구하기 위하여 사용한 IM7/K3B의 물성치를 나타낸다.

## 4. 결론

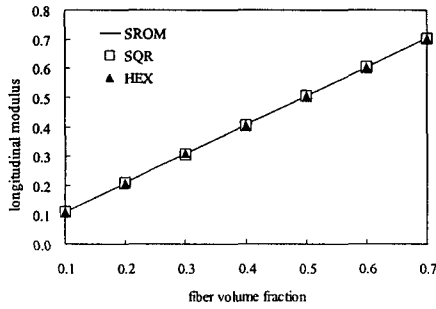
열 및 구조적 하중이 가해지는 경우에 복합재 구조물에 발생하는 거동을 고찰하기 위하여 미시 역학 관점의 역학적 변형률을 구하기 위한 MFEM 기법이 수립되었다. 또한 MFEM을 적용하기 위하여 square 타입과 hexagonal 타입의 단위 셀을 정의하였고, 각 단위 셀의 MFEM 적용을 위한 경계조건 및 하중 조건을 정의하였다. 정의된 경계조건과 하중조건의 검증을 위해 단위 셀과 다중 셀의 유한요소해석이 수행되었고 MFEM에서 계산된 유효 물성치와 혼합 법칙으로 계산된 물성치를 비교하였으며, 두 결과는 일치하였다.

## 후기

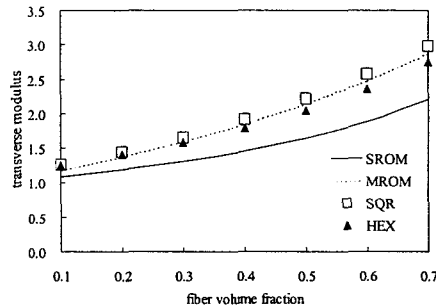
이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

Table 1 Material properties of IM7/K3B

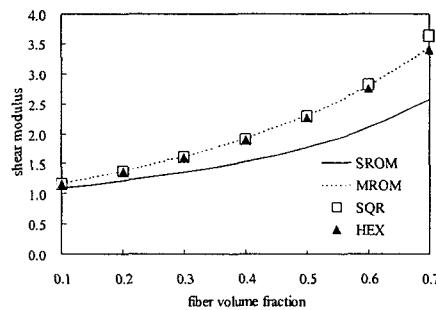
Material Property	Composites	Fiber (IM7)	Matrix (K3B)
$E_{11}$ (GPa)	183	303	3.31
$E_{22} = E_{33}$ (GPa)	8.53	15.2	3.31
$G_{12}$ (GPa)	3.44	9.65	1.23
$\nu_{12}$	0.26	0.2	0.35
$\nu_{23}$	0.33	0.2	0.35
$\alpha_1 (10^{-6}/^{\circ}C)$	0.49	0.0	57.6
$\alpha_2 = \alpha_3 (10^{-6}/^{\circ}C)$	33.8	8.28	57.6



(a) longitudinal elastic modulus ( $E_{11} / E_1^f$ )



(b) transverse elastic modulus ( $E_{22} / E^m$ )



(c) shear modulus ( $G_{12} / G^m$ )

Fig. 3 Comparison of the normalized effective material properties of graphite/epoxy (IM7/K3B) results from finite element analysis and rules-of-mixtures with respect to fiber volume fraction

### 참고문헌

- (1) T. G. Eason, O. O. Ochoa, 2001, "Material behavior of structural reaction injection molded composites under thermomechanical loading", *Journal of Composite Materials*, Vol. 34 No 05, pp. 411~432
- (2) Huiyu Sun, Shenglin Di, Nong Zhang, Changchun Wu, 2001, "Micromechanics of composite materials using multivariable finite element method and homogenization theory", *International Journal of Solids and Structures* 38, pp. 3007~3020
- (3) Y. W. Kwon, J. M. Berner, 1995, "Micromechanics

model for damage and failure analyses of laminated fibrous composites", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52 No. 2, pp. 231~242

- (4) L. C. Brinson, W. S. Lin, 1998, "Comparison of micromechanics methods for effective properties of multiphase viscoelastic composites", *Composite Structures* 41, pp. 353~367
- (5) A. A. Caiazzo, F. Costanzo, 2000, "On the effective elastic properties of composites with evolving microcracking", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 19 No. 02, pp. 152~163
- (6) M. W. Hyer, A. M. Waas, 1999, "Micromechanics of linear elastic continuous fiber composites", *WCB/McGraw-Hill, New York*, pp. 345~375
- (7) Stephen W. Tasi, H. Thomas Hahn, 1980, "Introduction to composite materials", *Technomic Publishing Co., Inc.*