

# 두꺼운 벽을 갖는 복합재료 튜브의 잔류응력 저감 연구

신의섭\* · 정성남\*

## Reduction of Residual Stresses in Thick-Walled Composite Tubes

Eui Sup Shin and Sung Nam Jung

**Key Words:** Thick-Walled Composite Tube, Residual Stress, Optimum Design

### ABSTRACT

This paper deals with the optimum design of thick-walled multi-layered composite tubes by minimizing the process-induced residual stresses under some constraints of structural stiffnesses. An analytic model based on quasi-static thermoelasticity is adopted for the calculation of the residual stresses in the multi-layered composite tubes. The numerical results of optimization show that, in the case of cross-ply CFRP tubes, the residual stresses can be reduced to a certain level by controlling ply thicknesses. However, the optimized tubes may be susceptible to cracking because the transverse residual stress is still large in a strength-based sense. To further suppress the residual stresses, the effects of stacking sequence, wall thickness and axial pre-tension on the optimum solutions are examined.

### 1. 서 론

복합재료를 적층하여 제작되는 두꺼운 벽(thick-walled)을 갖는 튜브는 축 방향으로 높은 압축력이 작용하는 구조용 부재로 적합하다. 비강성과 비강도 특성이 우수한 탄소섬유강화 플라스틱(CFRP)은 적층 튜브에 사용되고 있는 대표적인 복합재료이다. 그러나, 두꺼운 벽을 갖는 적층 복합재료 튜브를 성형·제작하는데 있어서 경화 및 냉각 과정에서 상당량의 잔류응력이 발생할 수 있음이 알려져 있다[1-4]. 이러한 잔류응력은 주로 폴리머 기지 재료의 경화 수축 또는 열 수축에 의해 발생하며, 잔류응력의 크기는 복합재료의 이방성과 적층 구성에 의해 크게 좌우된다. 또한, 성형 과정에서 발생하는 잔류응력이 큰 경우, 기지 재료의 균열

과 층간 분리 발생 및 진전을 야기할 가능성도 있다[5]. 따라서, 두꺼운 벽을 갖는 복합재료 적층 튜브를 설계하는 관점에서, 구조역학적 성능의 기본 조건을 만족하면서 잔류응력을 최소로 억제하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 열탄성 이론에 근거한 해석적인 기법을 이용하여 두꺼운 벽을 갖는 CFRP 튜브에서 발생하는 잔류응력의 기본적인 특성을 해석하였다. 또한, 직교 적층(cross-ply) 구성의 경우 각 층의 두께를 조절할 수 있는 파라미터를 설계 변수로 사용함으로써, 잔류응력 성분을 최소화하는 최적화 문제를 설정하고, 대표적인 계산 결과를 제시하였다. 마지막으로, 복합재료 강도 측면에서의 잔류응력을 더욱 저감하기 위하여, 적층 각도, 예인장(pre-tension) 등이 최적화 결과에 미치는 영향에 대해서 고찰하였다.

\* 전북대학교 기계항공시스템공학부

## 2. 잔류응력 해석

두꺼운 벽을 갖는 원통형의 적층 튜브는  $n$  층의 복합재료로 구성되며, Fig. 1 과 같이 각 층의 두께는  $t_1, t_2, \dots, t_n$  전체 두께는  $h$  이다. 원통 좌표계  $x, \theta, r$  은 튜브의 축, 원주, 반경 방향이며, 재료 좌표계 1, 2, 3 은 각 층에서의 섬유, 섬유 수직, 두께 방향을 나타낸다.  $x$  축과 섬유 방향 1 이 이루는 각도는  $\phi_i$  이다. 변위가  $x$  축을 따라 일정한 경우, 축 대칭 조건에 따라 변위는 다음과 같이 주어진다.

$$u_x^{(i)} = Cx, \quad u_\theta^{(i)} = Dxr, \quad u_r^{(i)} = u_r^{(i)}(r) \quad (1)$$

여기서,  $C, D$  는 상수이다. 이어서 변위-변형도 관계식과 직교 이방성에 관한 구성 방정식을 고려하면,  $i$  번째 층의 응력 성분은 탄성 계수와 반경 방향의 변위  $u_r$  로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(i)} &= \bar{Q}_{11}^{(i)} C + \bar{Q}_{12}^{(i)} \frac{u_r^{(i)}}{r} + \bar{Q}_{13}^{(i)} \frac{du_r^{(i)}}{dr} + \bar{Q}_{16}^{(i)} Dr - S_x^{(i)} + \sigma_0^{(i)} \\ \sigma_\theta^{(i)} &= \bar{Q}_{12}^{(i)} C + \bar{Q}_{22}^{(i)} \frac{u_r^{(i)}}{r} + \bar{Q}_{23}^{(i)} \frac{du_r^{(i)}}{dr} + \bar{Q}_{26}^{(i)} Dr - S_\theta^{(i)} \\ \sigma_r^{(i)} &= \bar{Q}_{13}^{(i)} C + \bar{Q}_{23}^{(i)} \frac{u_r^{(i)}}{r} + \bar{Q}_{33}^{(i)} \frac{du_r^{(i)}}{dr} + \bar{Q}_{36}^{(i)} Dr - S_r^{(i)} \\ \tau_{x\theta}^{(i)} &= \bar{Q}_{16}^{(i)} C + \bar{Q}_{26}^{(i)} \frac{u_r^{(i)}}{r} + \bar{Q}_{36}^{(i)} \frac{du_r^{(i)}}{dr} + \bar{Q}_{66}^{(i)} Dr - S_{x\theta}^{(i)} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\sigma_0 (= E_1 \epsilon_0)$  는  $0^\circ$  층에서  $x$  축 방향으로 부과하는 예인장이다. 또한,  $S$  는 폴리머의 경화 수축과 냉각 과정에서의 열 수축에 기인하는 응력 성분이다. 평형 방정식에 의하여 변위  $u_r$  의 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_r^{(i)}(r) = C_1^{(i)} r^{k^{(i)}} + C_2^{(i)} r^{-k^{(i)}} + (m^{(i)} C + f^{(i)}) r + l^{(i)} Dr^2 \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} k^{(i)} &= \sqrt{\frac{\bar{Q}_{22}^{(i)}}{\bar{Q}_{33}^{(i)}}}, \quad m^{(i)} = -\frac{\bar{Q}_{12}^{(i)} - \bar{Q}_{13}^{(i)}}{\bar{Q}_{22}^{(i)} - \bar{Q}_{33}^{(i)}}, \\ f^{(i)} &= \frac{S_r^{(i)} - S_\theta^{(i)}}{\bar{Q}_{22}^{(i)} - \bar{Q}_{33}^{(i)}}, \quad l^{(i)} = -\frac{\bar{Q}_{26}^{(i)} - 2\bar{Q}_{36}^{(i)}}{\bar{Q}_{22}^{(i)} - 4\bar{Q}_{33}^{(i)}} \end{aligned} \quad (4)$$

식(3)에는 총  $2n+2$  개의 임의 상수  $C, D, C_1^{(i)}, C_2^{(i)}$  가 존재하며, 이는 튜브 내·외면에서의 응력 경계 조건(2 개), 각 층 접합면에서의 응력과 변위 연속 조건( $2n-2$  개), 힘과 모멘트에 대한 자기 평형 조건(2 개)에서 결정된다.

다음으로 [0/90]<sub>5</sub> 적층 튜브에 대한 잔류응력의 분포를 Fig. 2 에 도시하였다. 수치 계산에는 피치계 탄소섬유와 에폭시 수지로 구성되는 CFRP 재료 상수를 사용하였다. 즉,  $25^\circ\text{C}$  에서  $E_1 = 248\text{GPa}$ ,  $E_2 = 8.32\text{GPa}$ ,  $\nu_{12} = 0.326$ ,  $\nu_{23} = 0.350$ ,  $G_{12} = 3.08\text{GPa}$  이다. 성형 과정에서의 초기 온도는  $150^\circ\text{C}$ , 최종 온도는  $25^\circ\text{C}$  이며, 이에 따라 발생하는 변형도 성분

은  $\epsilon_1^T = -2.52 \times 10^{-5}$ ,  $\epsilon_2^T = -8.43 \times 10^{-3}$  이다. 해석 결과,  $0^\circ$  층에 가하는 예인장이 커지면 각 응력 성분 값이 감소하는 경향을 보였다. 이는 성형 과정에서 발생하는 변형도 성분과 다른 축 방향의 잔류응력이 완화되기 때문이다.

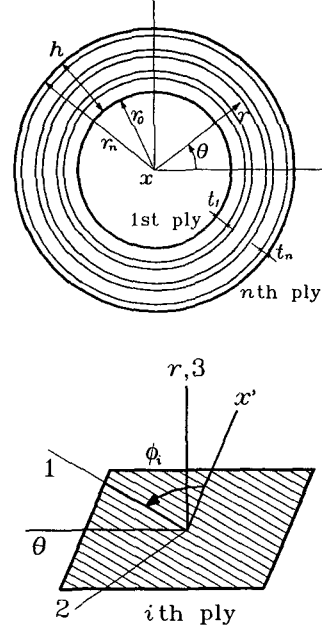


Fig. 1 Cross section of composite tube

## 3. 잔류응력 저감을 위한 최적화

### 3.1 직교 적층 구성에 대한 최적화

직교 적층 구성의 복합재료 튜브에서 발생하는 잔류응력을 저감하기 위하여 최적화 문제를 고려하였다. 즉, 잔류응력의 섬유, 섬유 수직, 두께 방향에 대한 각 성분의 최대치를 별도의 목적함수로 설정하였다.

$$\begin{aligned} F_1(X) &= \max_{r_0 \leq r \leq r_n} |\sigma_1^{(i)}(r; X)|, \quad F_2(X) = \max_{r_0 \leq r \leq r_n} |\sigma_2^{(i)}(r; X)|, \\ F_3(X) &= \max_{r_0 \leq r \leq r_n} \sigma_3^{(i)}(r; X) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 설계 변수는 직교 적층 구성의 층 두께인  $X = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  이다. 구속 조건으로 튜브의 굽힘 강성의 하한  $I_{Gmin} = 1.0\text{MN}\cdot\text{m}^2$ , 단면에서의 횡 압축에 관한 강성의 하한  $I_{Lmin} = 20\text{kN}\cdot\text{m}$  을 부과하였다. 또한, 층 두께의 하한은  $0.1\text{mm}$  이다.

최적화 알고리즘으로 확장된 라그랑지 승수법과 BFGS 가변 계량법(variable metric method)을 사용하였다. 다수의 국부 해가 존재할 수 있으므로,

충분한 개수의 초기치의 조합을 사용하여 신뢰성 높은 대역적인 최적 해를 구하였다.

적층 구성 [0/90]<sub>5</sub>에 대한 최적화 결과를 Fig. 3에 나타냈다. 적층 튜브의 외경  $r_n$ 은 75mm이며, 튜브 전체의 두께 변화가 최적화된 잔류응력의 성분에 미치는 영향을 알 수 있다. 튜브 두께와 외경의 비  $\eta$ 가 0.13 보다 작으면, 구속 조건을 만족하는 최적 해는 존재하지 않는다. 예를 들어, 목적함수  $F_2$ 를 최소화한 결과에서는  $\eta$ 가 0.3까지 증가하면  $F_2$ 의 값은 58.3MPa까지 서서히 감소하였다. 이 경우, 섬유 방향 성분의 최대값인  $F_1$ 은 1,440MPa까지 증가하였다.

다음으로 0°층에 부과하는 예인장  $\sigma_0$ 의 영향을 Fig. 4에 도시하였다. 예인장이 커질수록 각 응력 성분에 대한 목적함수  $F_1, F_2, F_3$ 의 최적화 결과가 감소하고 있음을 알 수 있다. 특히,  $F_2$  최적화 결과에서의 감소 경향이 두드러지며, 예인장 변형도  $\epsilon_0$ 가 0%에서 0.6%까지 증가하면  $F_2$ 의 최적화 결과는 61.8MPa에서 35.4MPa로 감소하였다.

### 3.2 복합재료의 강도를 고려한 최적화

잔류응력 저감을 위한 최적화 문제에 있어서 복합재료의 강도를 고려하기 위하여 다음과 같은 목적함수를 고려하였다.

$$F = \max(F_{1\max}, F_{2\max}, F_{3\max}) \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F_{1\max} &= \max_{r_o, S, r_n} F_1(r) = \max_{r_o, S, r_n} \frac{|\sigma_1(r)|}{\sigma_{s1}} \\ F_{2\max} &= \max_{r_o, S, r_n} F_2(r) \\ &= \max_{r_o, S, r_n} \sqrt{\left( \frac{\sigma_2(r) + \sigma_3(r)}{\sigma_{s2}} \right)^2 + \frac{\tau_{12}^2(r) - \sigma_2(r)\sigma_3(r)}{\sigma_{s6}^2}} \\ F_{3\max} &= \max_{r_o, S, r_n} F_3(r) = \max_{r_o, S, r_n} \frac{\sigma_3(r)}{\sigma_{s3}} \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서  $F_1, F_2, F_3$ 는 Hashin의 파손 이론[6]에 근거한 지수의 일종으로 각각 섬유 파단, 기지 균열, 층간 분리의 발생에 대한 위험도를 나타낸다. 또한,  $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \sigma_{s3}, \sigma_{s6}$ 는 복합재료의 강도에 관련된 물성치이며, 본 논문에서 사용한 CFRP의 경우  $\sigma_{s1} = 1,320\text{MPa}$ ,  $\sigma_{s2} = \sigma_{s3} = 56.1\text{MPa}$ ,  $\sigma_{s6} = 84.0\text{MPa}$ 의 값을 갖는다.

Table 1과 Fig. 5는 일반적인 적층(angle-ply) 구성에 대한 최적화 결과이다. 적층 각도  $\phi$ 에 따라

뒤틀림 강성이 변화하므로, 이에 대한 구속 조건  $I_{7\min} = 0.5\text{MN}\cdot\text{m}^2$ 를 추가하였다. 최적화 수행 결과, 파손 지수  $F_{2\max}$ 가 가장 큰 값을 가지며, 각 층에서 30° 내외의 적층 각도를 형성하였다.

## 4. 결론

두꺼운 적층 복합재료 튜브의 성형 과정에서 발생하는 잔류응력을 저감하기 위하여 층 두께를 설계 변수로 하는 최적화 문제를 해석하였다. 직교 적층 구성 등에 대한 최적화 계산을 수행한 결과, 잔류응력을 일정 수준 이하로 저감할 수 있음을 확인하였다. 특히, 0°층에 예인장을 부과하면, 잔류응력의 섬유에 수직인 성분을 더욱 효과적으로 억제할 수 있었다.

## 참고문헌

- (1) Padovan, J., "Thermoelasticity of Cylindrical Anisotropic Generally Laminated Cylinder", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 43, 1976, pp. 124-130.
- (2) Hyer, M.W., Cooper, D.E. and Cohen, D., "Stresses and Deformations in Cross-Ply Composite Tubes Subjected to a Uniform Temperature Change", *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 9, 1986, pp. 97-117.
- (3) Hyer, M.W. and Rousseau, C.Q., "Thermally Induced Stresses and Deformations in Angle-Ply Composite Tubes", *Journal of Composite Materials*, Vol. 21, 1987, pp. 454-480.
- (4) Tzeng, J.T. and Chien, L.S., "A Thermal/Mechanical Model of Axially Loaded Thick-Walled Composite Cylinders", *Composites Engineering*, Vol. 4, No. 2, 1994, pp. 219-232.
- (5) Adams, D.S., Bowles, D.E. and Herakovich, C.T., "Thermally induced transverse cracking in graphite-epoxy cross-ply laminates", *Journal of Reinforced Plastics & Composites*, Vol. 5, 1986, pp. 152-169.
- (6) Hashin, Z., "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, 1980, pp. 329-334.

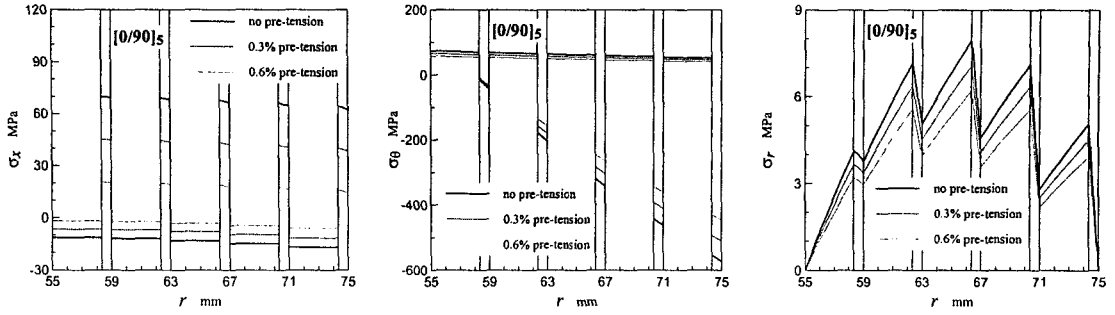


Fig. 2 Distributions of residual stresses in  $[0/90]_5$  tube ( $r_n = 75$  mm,  $h = 20$  mm)

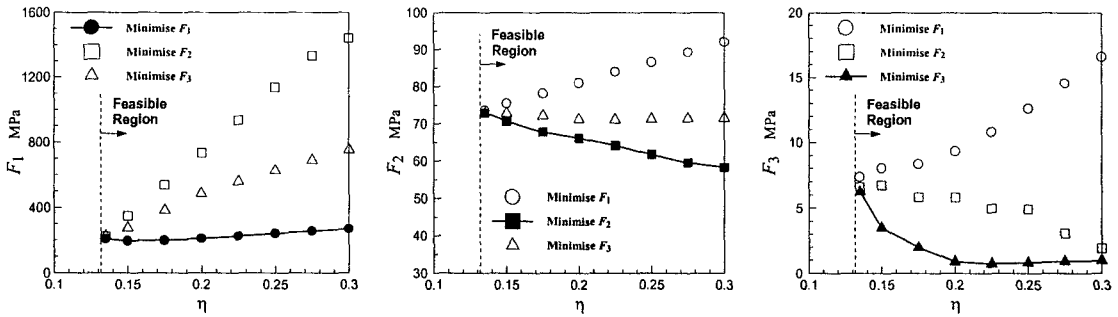


Fig. 3 Results of optimization for  $[0/90]_5$  tubes: effect of wall thickness ( $r_n = 75$  mm)

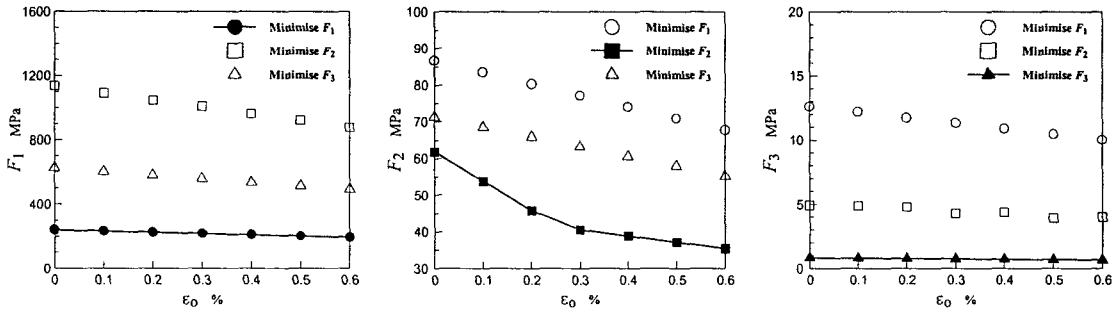


Fig. 4 Results of optimization for  $[0/90]_5$  tubes: effect of pre-tension ( $r_n = 75$  mm,  $\eta = 0.25$ )

Table 1 Results of optimization for angle-ply tubes ( $r_n = 75$  mm,  $\eta = 0.25$ )

Angle-Ply	Minimize $F$		Angle-Ply	Minimize $F$	
<b>A1</b>	$F_{1\max}$	0.210	<b>A2</b>	$F_{1\max}$	0.254
$[\phi_1/-\phi_1/\dots/\phi_3/-\phi_3]$	$F_{2\max}$	<b>0.961</b>	$[\phi_1/-\phi_1/\dots/\phi_5/-\phi_5]$	$F_{2\max}$	<b>0.952</b>
$(t_1/t_1/\dots/t_3/t_3)$	$F_{3\max}$	0.068	$(t_1/t_1/\dots/t_5/t_5)$	$F_{3\max}$	0.068
constraint: $I_G, I_L, I_T$	$I_L$ active		constraint: $I_G, I_L, I_T$	$I_L$ active	

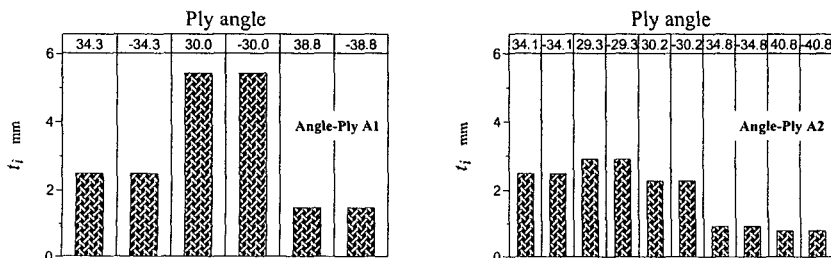


Fig. 5 Ply angles and thicknesses of optimized angle-ply tubes ( $r_n = 75$  mm,  $\eta = 0.25$ )