

복합재료 링크의 해석 및 최적화

김수현* · 강지호* · 김천곤** · 홍창선**

Analysis and Optimization of Composite Links

S. H. Kim*, J. H. Kang*, C. G. Kim** and C. S. Hong**

Key Words : composite links, stress analysis and optimization, effective modulus, genetic algorithm

ABSTRACT

The objective of this thesis is to develop the optimal design of composite links containing complicated cross-section. To accomplish this objective, a composite links structural analysis program was developed. The method of calculating effective modulus of composite beam containing complicated cross-section is proposed. Genetic algorithm was implemented for the optimization method to manipulate the discrete ply angles as the design variables and to utilize its high reliability to find the global optimum. The design variables were the number of plies, the fiber orientations and the stacking sequence. The optimal design of composite links was performed by genetic algorithm to minimize the weight of the structure and to constrain ply failure

1. 서 론

섬유 강화 복합재료는 기존의 금속 재료에 비하여 비강도와 비강성이 높고, 우수한 감쇠 특성과 열적 특성, 피로 특성을 가지고 있어 경량화 및 높은 강성이 요구되는 구조분야에 널리 응용되고 있다. 특히 복합재료로 만들어진 보 구조물은 기존 금속 재료에 비해 높은 강성 및 낮은 무게, 그리고 좋은 동역학적 특성을 지녀 링크 구조와 같이 복합적인 하중 및 운동을 수반하는 기계구조에 많이 사용되고 있는 추세이다. 링크 구조는 다양한 운동을 전달 혹은 구속하여 장치의 운동을 제어하는 기계구조로서, 길이방향 인장 및 압축, 굽힘, 비틀림 하중을 주로 받게 된다. 따라서 이런 복합적인 하중을 효율적으로 전달 수 있도록, 링크 구조를 구성하는 복합재료 보의 형상 최적화에

대한 연구가 필요하다. 그러나 복잡한 단면을 지니는 보에 대한 연구나 복합재료 링크 구조의 해석 및 최적화에 대한 연구는 현재까지 많이 이루어지지 않은 실정이다.

강지호 등[1]은 복합재료를 사용하여 일반인용 초경량 접이형 의자차 차체를 개발 및 구조해석하는 연구를 수행하면서, 외부에 테이핑 보강된 복합재료 링크 구조를 제작하였다. 본 연구에서는 위에서와 같은 복잡한 단면 형상을 지니는 복합재료 링크 구조를 해석 및 최적화의 모델로 삼아 연구를 진행하였다.

복잡한 형태의 단면을 지닌 링크 구조를 해석하기 위해선 우선 그 형상에 따른 복합재료 보의 유효물성(effective modulus) 값을 구하는 것이 우선 과제이다. 이를 위해 연속 섬유 강화 복합재의 유효물성을 구하는 방법[2]을 응용하였다. Hopkins와 Chamis[3]의 연구에서는 복합재료의 횡 방향, 전단 물성치를 측정하기 위한 엄밀한 모델을 제시했다. 위 모델은 섬유와 기지의 형상에 따라 RVE (representative volume element)을 몇 개의 부영역으

* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주전공 박사과정
** 한국과학기술원 기계공학과 항공우주전공 교수

로 나누어, 각 부영역에서의 물성값을 구하고, elementary mechanics of material 접근방법을 이용해 RVE 전체의 물성을 구하였다. 본 연구에서는 Hopkins 의 방법을 복합재료 보 구조에 응용하여 복합재료 보의 유효물성을 구하였다.

그리고 링크 구조의 최적 설계를 위해 여러 기법 중에서 실제적인 설계를 위한 이산화된 설계변수를 이용할 수 있고 신뢰성과 범용성이 뛰어난 유전자 알고리즘을 사용하였다. [4,5]

이와 같은 과정을 통해 본 연구에서는 복합재료 보 링크 구조의 해석 방법을 정립하고, 무게나 형상 등의 설계 요구 조건에 맞는 링크 구조의 최적 설계 방법을 제시하고자 한다.

2. 복합재료 링크 구조 해석

2.1.3 차원 링크 구조 모델링

구조 해석 및 최적화의 모델로 삼기로 한 크로스브레이스 링크는 길이방향으로 적층된 복합재료 외부에 길이 직교방향으로 프리프레그를 테이핑(taping)한 보로 이루어졌다. 해석 및 방정식 수립의 편의를 위해 위의 크로스브레이스 구조를 그림 1 과 같은 간단한 3 차원 링크 구조로 모델링 할 수 있다. 그리고 그림에서와 같이 주어진 12 개의 절점과 16 개의 보 요소로 하중·변위 행렬 방정식을 구성할 수 있다. 링크 구조의 전체 구조의 강성 행렬은 식 (1)에서처럼 각 보 요소의 강성행렬의 합으로서 구성되어진다.

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = [k^{(1)} + k^{(2)} + \dots + k^{(16)}] \begin{Bmatrix} d \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (1)$$

실제 링크구조는 각 절점에서 요소들의 자유회전이 가능한 회전 조인트로 연결되어 있다. 이를 표현하기 위해 연결된 두 절점들의 면위 자유도만 서로 같도록 잡아주고 회전변위는 그대로 유지하도록 행렬방정식을 수정하였다.

2.2 복합재료 보의 유효물성 계산

링크 구조의 행렬 방정식을 풀기 위해서는 각 요소의 기계적 물성치를 알아야 한다. 특히 그 형상이 복잡하고, 복합재료로 적층된 보의 경우에는 그에 맞는 유효물성을 구하는 것이 요구된다.

앞에서 예로 삼은 테이핑 보강된 복합재료 보의 단면 형상은 그림 2 와 같다. 이를 앞에서 설명한 elementary mechanics of material 방법에서와 같이 5 부분의 부영역으로 나뉜 RVE로 볼 수 있다.

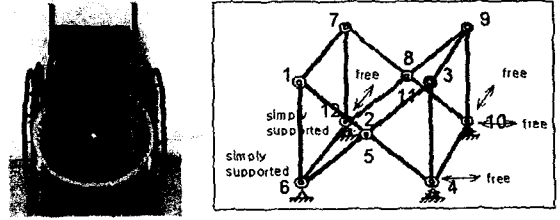


그림 1. Composite wheelchair and the 3D link structure model

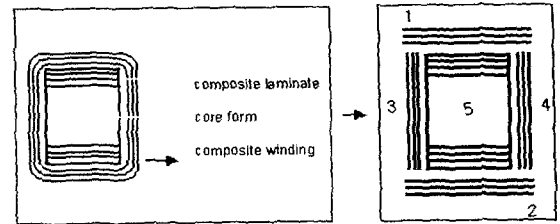


그림 2. Cross-sectional shape and RVE of beam model.

보의 축 방향 물성치는 각 부영역의 축 방향 물성치를 면적비에 따라 단순히 더해주면 된다.

$$E = \sum_{n=1}^5 (E_x)_n \nu_n \quad (2)$$

그리고 Effective flexural modulus 의 경우는 다음과 같이 구해진다.

$$E_f = \frac{E_{w2} \left(\frac{(b+2t)t^3}{6} + \frac{(b+2t)kt^2}{2} + \frac{tk^3}{6} \right) + E_{c1}I_c}{I_{yy}} \quad (3)$$

(3)식을 살펴보면, $E_f I_{yy}$ 값은 5 부영역에 해당하는 보 core 부분과 보 둘레의 taping 부분인 1~4 부영역에서의 $(EI)_n$ 값을 구해 모두 더해준 것과 같다는 것을 알 수 있다. Effective torsional stiffness 의 계산 역시, 각 부분의 강성을 따로 구해준 후 더하여 전체 Effective torsional stiffness 를 구한다.

$$GJ_{eff} = c_2 b h^3 G_c + G_i \frac{(a+b)}{2a^2 b^2 t} \quad (4)$$

위에서 수행한 계산을 보다 쉽게 빠르게 계산하기 위해, 입력된 기본 물성치 및 적층 순서, 보 형상에 대해 굽힘 및 비틀림 유효물성 값을 계산해주는 유효물성 계산 프로그램을 개발하였다. 기본적인 복합재료의 물성은 고전 적층판 이론을 사용하였고, 그 후의 계산 방법은 모두 위에서 다룬 이론을 사용하였다.

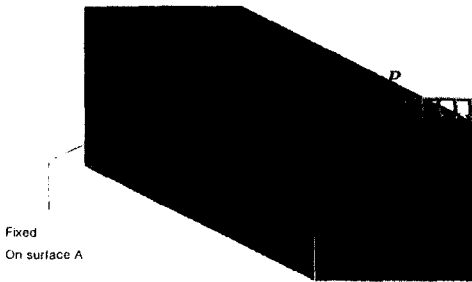


그림 3. FEM model for effective modulus verification.

표 1 Comparison of δ_{max} calculated by beam theory and FEM

FEM (mm)	Beam theory (mm)	Error (%)
4.01×10^{-1}	4.23×10^{-1}	5.46

표 2 Comparison of ϕ calculated by beam theory and FEM

FEM (rad)	Beam theory (rad)	Error (%)
1.219×10^{-3}	1.217×10^{-3}	0.16

2.3 유효물성 계산 검증

앞에서 계산한 유효물성 값의 타당성을 검증하기 위하여, 굽힘 하중 및 뒤틀림 하중이 가해진 복합재료 보에 대한 유한 요소 해석을 수행하였다. 검증에 사용된 보 모델은 그림 3에 나타내었다. 먼저 굽힘하중에 의한 effective flextural modulus 값을 검증하기 위해, 외팔보 끝단에 수직하중을 가하여 고전 보 변형 이론식에 의해 계산 결과와, 변형 현상을 유한 요소 해석 결과와 비교하였다. 표 1에서 보 끝단에서의 변형량 δ_{max} 를 비교한 결과를 나타내었다. 비틀림 하중에 대해서도 마찬가지로, 고전 보 변형 이론식과 요소 해석과의 결과를 비교하여 표 2에 나타내었다. 두 값의 오차는 0.16%로 앞의 결과와 마찬가지로 매우 잘 맞음을 알 수 있다.

3. 복합재료 링크 구조의 최적설계

4.1 복합재료 링크 구조 해석 프로그램

앞에서 구성한 링크 구조 방정식을 풀고 각 요소에서의 응력을 계산하여 최적화 프로그램에 연계하기 위한 복합재료 링크 구조 해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 대략적인 구성은 다음과 같다. 우선 앞에서 개발한 유효물성 계산 프로그램을 사용하여 각 보 요소의 물성 값을 입력 받고, 각 절점의 정보 및 하중, 경계조건등도 입력 받는

다. 이러한 입력값을 통해 전체 행렬 방정식을 구성하여 각 요소에 가해지는 요소별 하중 및 변위를 구하고, 보의 taping 및 core face의 복합재료 각층에 걸리는 응력값을 계산할 수 있다.

링크 구조 해석 프로그램의 검증 작업을 위해 동일한 모델에 대하여 링크 구조 해석 프로그램과 상용 유한 요소 해석 프로그램을 사용하여 해석을 수행하고, 그 변형 형상을 비교하였다. 유한 요소 해석에는 ABAQUS를 사용하였고, 3차원 오일러 보 요소를 사용하였다. 보 요소의 물성은 등방성 물질로 가정하여 위에 주어진 물성치와 적층 순서를 가지고 유효물성 계산 프로그램으로 계산하여 얻어진 값을 대입하였다. ABAQUS로 해석한 변형 현상 결과는 아래 그림과 같다. 앞, 뒤 절점에 균일한 대칭 하중을 가하였기 때문에 앞, 뒤의 변형 현상이 같음을 알 수 있다. 앞쪽 5개 절점에서의 변위를 표 3에 나타내었다. 같은 형상의 모델에 대해 링크 구조 해석 프로그램을 사용하여 각 절점의 변위를 구하였다. 위에서와 같은 절점에서의 변위량은 표 4와 같다.

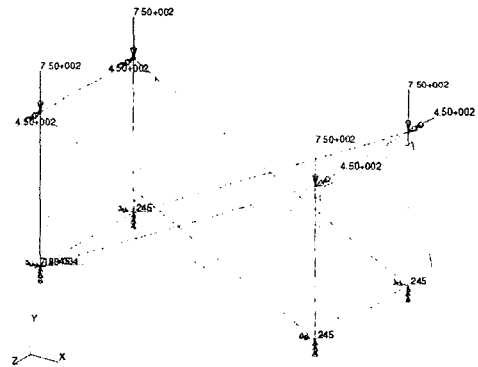


그림 4. Deformation shape of composite link model.

표 3 Nodal displacements of ABAQUS model

Node ID	X 방향	Y 방향	Z 방향
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.059111	-0.108299	0.000000
3	0.108221	-0.000000	0.000000
4	0.017340	-0.034836	0.000000
5	0.090882	-0.034836	0.000000

표 4 Nodal displacements of composite link analysis model

Node ID	X 방향	Y 방향	Z 방향
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.04243	-0.09533	-2.113e-008
3	0.09521	-0.000000	-5.368e-008
4	0.01749	-0.03648	5.373e-008
5	0.07698	-0.03660	-6.427e-008

각 방향별로 최대 변위가 발생한 절점에 대해 오차를 계산하면, 링크 구조 해석 프로그램으로 계산된 값이 유한 요소 해석 계산 값에 비해 x 방향, y 방향 모두 11.9% 정도 작게 나타남을 알 수 있다. 이렇게 전체적인 변형 현상은 비슷하나 절대 변형이 작게 일어난 이유는 유한 요소 해석의 보 요소가 단순히 등방성 재료의 단면 형상과 E 값만 대입받기 때문에, 실제 강성행렬에서 계산되는 EI 및 GJ 값이 더 작게 계산되었기 때문이다.

4.2 복합재료 링크 구조의 최적 설계

본 연구의 최종 목적인 복합재료 링크 구조의 최적 설계를 유전자 알고리즘을 이용하여 수행하였다. 유전자 알고리즘의 적합성 계산 부분에 앞서 개발된 링크 구조 해석 프로그램이 연계되었다. 이 최적 설계의 목적은 주어진 링크 구조에서 링크를 이루는 모든 보 요소에서의 파손지수 (failure index) I_f 값이 1을 넘지 않으면서 무게를 최소로 하는 설계점을 찾아내어, 보의 단면 형상과 각 부분의 적층각 및 적층수를 찾는 것이다. 파손지수는 각 적층의 파손여부를 가리키는 값으로서, 가해지는 응력과 그 응력에 해당하는 강도의 비와 safety factor S_f 의 곱으로 계산되어진다. i 번째 플라이에 대한 I_f 는 다음과 같이 표현된다.

$$[I_f]_i = \frac{[Stress]_i}{[Strength]_i} \cdot S_f \quad (5)$$

4.3 최적 설계 결과

최적 설계에서는 앞서 링크 구조 해석 프로그램의 검증 작업에서와 같은 형상을 사용하였다. 하중 상황에 따라 각 요소에 걸리는 응력값이 달라지고, 최적화 결과가 달라지므로, 다음과 같은 여러 하중 상황에 대해 최적화를 수행하였다.

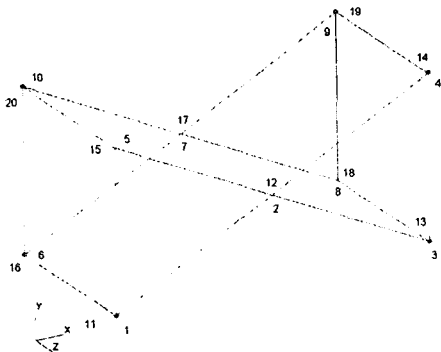


그림 5. Shape of composite link model.

표 5 Load case for composite link optimization

Load case	Node	Load (N, Nm)	
1	4	Fx = -3000	Mz = 450
2	4	Fy = -3000	Mx = 450
3	4	Fz = -3000	My = 450
4	4 5 9 10	Fy = -750	My=Mz = 150

본 최적 설계 문제를 난수 발생 인수(random number seed)를 변화시켜 초기 설계점들의 분포를 바꿔가며 각 문제 당 10 번씩 수행해 보았다. 그 중 가장 좋은 결과를 보여 주는 최적해들을 표 6에 나타내었다.

표 6 Optimal design results

Load case	h	B	Taping stacking sequence	Core face stacking sequence	I_f
1	8	8	[45 ₂] _T	[0 ₆] _T	0.889
2	8	7	[45/-45] _T	[0 ₆] _T	0.902
3	8	8	[45/-45] _T	[0 ₄] _T	0.945
4	7	7	[90 ₂] _T	[0 ₄] _T	0.923

1 번 하중 상황에 대해서는 보 단면의 가로, 세로 길이가 모두 8mm 로 나왔으며, 테이핑 적층 순서는 [45₂]_T, 코어 적층 순서는 [0₆]_T로 나왔다. 보의 외곽에 적층된 테이핑 부분이 비틀림 하중을 주로 지탱하며, 내부의 코어 부분은 굽힘 하중을 주로 지탱하므로, 각각 비틀림 하중과 굽힘 하중에 강한 45° 및 0° 적층 결과가 나온 것이라고 여겨진다. 2 번 하중 상황에 대해서는 보의 단면의 가로,세로 길이는 7mm, 8mm 로 나왔으며, 테이핑 적층 순서는 [45/-45]_T, 코어 적층 순서는 [0₆]_T로 나왔다. 3 번 역시 비슷한 결과를 나타내었다. 4 번 하중 상황은 균등하게 걸리는 하중으로 인해 하중의 집중이 적어, 상대적으로 작은 값의 단면 가로, 세로 길이가 최적해로 도출되었다고 여겨진다.

실제 모델인 복합재료 의자차 크로스브레이스 보는 단면 가로,세로 길이가 각각 12mm, 16mm 이고, 테이핑 부분에 fabric 을 [45₈]_T 순서로 적층하고, 코어부분은 [0₃₂]_T의 순서로 적층하여 제작되었으며, 보 요소 하나의 무게는 0.109g 이다. 표 6의 결과로부터 가장 큰 하중을 견딜 수 있는 8mm 의 단면 가로,세로 길이와 [45₂]_T 과 [0₆]_T의 테이핑 및 코어 적층 순서를 최적해로 삼으면, 그 형상 및 적층 순서에 따라 제작할 시에 보 하나의 무게는 0.020g 으로 계산된다. 이와 같이 링크 구조 최적화 프로그램을 통해 그 형상 및 적층수를 최적화 하여 링크 구조의 무게를 최소화 할 수 있

을 것으로 예상된다.

4. 결 론

본 연구는 복잡한 단면 형상을 지니는 복합재료 링크에 대한 구조 설계 최적화를 수행함을 목적으로 한다. 먼저 복합재료 링크 구조의 해석 프로그램을 개발하였으며, 이를 위해 단면의 물성을 계산하기 위한 복합재료 보의 유효물성 계산 프로그램을 개발하였다. 상용 유한 요소 프로그램의 해석 결과와의 비교 검증 작업을 수행하였다.

개발된 복합재료 링크 해석 프로그램을 유전자 알고리즘을 이용한 최적화 프로그램과 연계하여 링크 구조 최적화 프로그램을 완성하였고, 3 차원 복합재료 링크의 최적 설계를 수행하였다.

참고문헌

- (1) 강지호, 김수현, 김천곤, “초경량 복합재 의자 차 차체 개발,” 한국복합재료학회 2002 년도 춘계학술발표대회논문집, 2002, pp. 215-218
- (2) Pagano, N. J. and Yuan, F. G., “The significance of effective modulus theory (homogenization) in composite laminate mechanics.” *Composite Science and Technology*, Vol. 60, 2000, pp. 2471-2488
- (3) Hopkins, D. A. and Chamis, C. C., “A unique set of micromechanics Equations for High Temperature Metal matrix Composites,” *Testing Technology of Metal Matrix Composites*, ASTM STP 964, 1988, pp. 159-176
- (4) Goto, A. and Yokohama, A. “Assessment of optimum design methodology of laminated composites by genetic algorithm,” *Proc. 5th Japan International SAMPE Symposium*, Oct. 28-31, 1997, pp.161-164
- (5) Mallot, B., “Use of genetic algorithms for optimum design of laminated composite sandwich panels with bending-twisting coupling,” *AIAA paper, presented at the AIAA/ASME//ASCE/AHS 36th structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 1996, pp.1874-1881.