타원형 단면형상을 갖는 복합재료 박판 블레이드의 단면상수 계산

박일주* · 이주영* · 정성남** · 신의섭**

Cross-sectional Constants of Thin-walled Composite Blades with Elliptical Profiles

Il Ju Park, Ju Young Lee, Sung Nam Jung, and Eui Sup Shin

Key Words: cross-sectional constant, thin-walled composite blade, semi-complementary energy functional.

Abstract

In this work, a closed-form analysis is performed to obtain the stiffness coefficients of thin-walled composites beams with elliptical profiles. The analytical model includes the effects of elastic couplings, shell wall thickness, torsion warping and constrained warping. Reissner's semi-complementary energy functional is used to derive the beam force-displacement relations. The theory is validated against MSC/NASTRAN results for coupled composites beams with single-cell elliptical sections. Very good correlation has been noticed for the test cases considered.

1. 서 론

헬리콥터 블레이드와 같은 구조물을 해석 하는 경우 단면의 폭에 비해 길이가 긴 특징을 이용하여 1차원으로 해석하는 것이 일반적이다. 이 경우 본질적으로 3차원적인 보의 특성을 1차원 보의 해석에 효과적으로 일관되게 기술하는 것이 중요하다. 더욱이 보가 이방성의 재료로 이루어져 있을 경우에는 비고전적 보의 특징을 정확히 기술해야만 한다. 이러한 복합재료 블레이드의 비고전적 특징을 효율적으로 고려하는 보이론에 대한 연구가 지난 90년대 이후 활발히 수행되어 왔으며, 최근에는 임의의 단면형상을 갖는 복합재료 보에 대한 모델링 및 해석결과가 관련 학계에 보고되고 있다.

* 전북대학교 대학원 항공우주공학과
** 전북대학교 기계항공시스템공학부

Chandra 등[1]은 Vlasov 이론을 사용하여 복합재료 보의 변위거동 등의 구조적인 특징에 대한 해석적 연구를 수행하고 자체 제작한 블레이드 시험장비를 통한 정적 실험결과와 비교연구를 수행하였다. Volovoi 등[2]은 변분 근사법(Variational Asymptotic Method)을 이용하여 다중세포 단면을 갖는 복합재료 보에 대한 엄밀해를 구하는 연구를 수행하였다. Jung 등[3,4]은 혼합법을 사용하여 임의의 단면 형상의 복합재료 보에 적용이 가능한 해석모델을 개발하고 이를 이용하여 정적[3] 및 동적[4] 구조해석을 수행하였다. 이러한 연구들은 본질적으로 임의의 단면 형상에 대한 해석이 가능하다고 하나 아직 타원형 단면 형상에 대한 해석결과는 없는 실정이다. 참고로 타원형 단면 형상은 항공우주연구원의 주도하에 개발예정인 스마트무인기의 블레이드 단면으로 채택될 예정으로 있다[5].

본 연구에서는 Jung 등[3]의 혼합보 이론을 이용하여 타원형 단면을 갖는 블레이드의 단면특성 해석을 수행한다. 해석 결과는 MSC/NASTRAN을

이용한 2차원 정밀 유한요소해석 결과와 비교하여 그 타당성을 입증하고자 하였다.

2. 이론

복합재료 보에 하중이 작용할 경우 재료의 이방성으로 인하여 인장-굽힘-비틀림 연성이 나타난다. Fig. 1은 길이가 l 인 타원형 단면보의 좌표계 및 변위 성분들을 보여주고 있다. 보의 변형은 탄성축 x 와 여기에 수직인 y, z 좌표축을 따라 각각 인장방향 변위(U), 수평방향 변위(V), 수직방향 변위(W), 그리고 비틀림 변형 ϕ 로 구분한다.

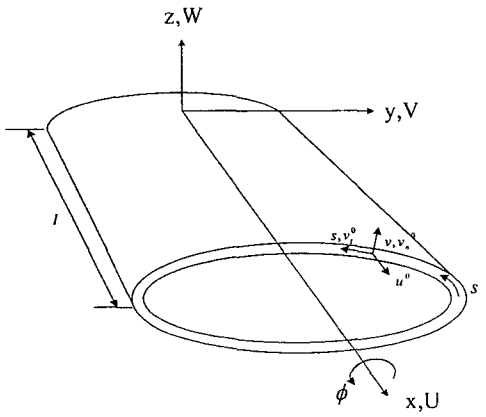

Fig. 1. Geometry and coordinate systems of an elliptical section beam.

단면 벽(wall)은 2차원 각(shell)요소로 표시하며, 두께 방향의 중심선을 나타내는 s-축과 수직인 n-축을 따라 변형 성분 v_t와 v_n을 정의한다. 벽면의 임의의 지점에서의 국부 변형을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= u^0 + n\psi_x \\ v_t &= v_t^0 + n\psi_s \\ v_n &= v_n^0 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 ψ_x, ψ_s는 각의 x 및 s 방향 회전 성분이다. 임의의 지점에서 곡률-변위 관계식과 변형률-변위 관계식은 식(2)와 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{xs} \\ \gamma_{xn} \\ \gamma_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^0_{,x} \\ v^0_{t,s} \\ u^0_{,s} + v^0_{t,x} \\ v^0_{n,x} + \psi_x \\ v^0_{n,s} + \psi_s \end{Bmatrix} \tag{2-1}$$

$$\begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{ss} \\ \kappa_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_{x,x} \\ \psi_{s,s} \\ \psi_{x,s} + \psi_{s,x} \end{Bmatrix} \tag{2-2}$$

여기에서 $(\,)_{,s}$ 와 $(\,)_{,x}$는 각각 s와 x에 대한 편미분을 나타낸다.

2차원 변형 성분들은 기하학적인 고찰에 의하여 다음과 같이 1차원 보의 변형성분들로 기술할 수 있다. 이 때, r과 q는 단면내 임의의 지점에 대한 s, n 좌표상의 이동거리를 나타낸다.

$$\begin{aligned} v_t^0 &= Vy_{,s} + Wz_{,s} + \gamma\phi \\ v_n^0 &= Vz_{,s} + Wy_{,s} - q\phi \\ \psi_s &= \phi \\ \psi_x &= \gamma_{xn} - v^0_{nx} \end{aligned} \tag{3}$$

축방향 인장 변위성분 u^0 는 전단변형률의 정의로부터 다음과 같이 유도된다.

$$u^0 = U_{,x} + y\beta_z + z\beta_y - \overline{\omega}\phi_{,x} \tag{4}$$

여기에서 β_y 및 β_z 는 y와 z축에 대한 단면의 회전각 성분을 나타내며, $\overline{\omega}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{\omega} = \int_0^s r\,ds \tag{5}$$

식(4)와 (5)를 이용하여 변형율-변위 관계식을 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= U_{,x} + z\beta_{y,x} + y\beta_{z,x} - \overline{\omega}\phi_{,xx} \\ \gamma_{xs} &= u^0_{,s} + V_{,x}y_{,s} + W_{,x}z_{,s} + \gamma\phi_{,x} \\ \kappa_{xx} &= \beta_{z,x}z_{,s} - \beta_{y,x}y_{,s} + q\phi_{,xx} \\ \kappa_{xs} &= 2\phi_{,x} \\ \gamma_{xn} &= u^0_{,n} + V_{,x}z_{,s} - W_{,x}y_{,s} - q\phi_{,x} \end{aligned} \tag{6}$$

2차원 각 요소에 대한 힘-변형률 관계를 행렬 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{ss} \\ N_{xs} \\ M_{xx} \\ M_{ss} \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{xs} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{ss} \\ \kappa_{xs} \end{Bmatrix} \tag{7}$$

윗 식에서 $N_{ss}=0$이라 가정 한 뒤 역변환 형태로 고쳐 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \\ \gamma_{xs} \\ \kappa_{ss} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n\varepsilon} & A_{n\kappa} & A_{n\phi} & A_{n\gamma} & A_{n\tau} \\ A_{n\kappa} & A_{m\kappa} & A_{n\phi} & A_{m\gamma} & A_{m\tau} \\ A_{n\phi} & A_{m\phi} & A_{\phi\phi} & A_{\phi\gamma} & A_{\phi\tau} \\ -A_{n\gamma} & -A_{m\gamma} & -A_{\phi\gamma} & A_{\gamma\gamma} & A_{\gamma\tau} \\ -A_{n\tau} & -A_{m\tau} & -A_{\phi\tau} & A_{\gamma\tau} & A_{\tau\tau} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{xs} \\ N_{xs} \\ M_{ss} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

식(8)과 같이 역 변환 형태로 표현된 구성방정

식을 고려하기 위하여 Reissner[7]가 제안한 반 보족 에너지 함수를 사용한다. 구성방정식을 반 보족 에너지 함수 형태로 표현하고 이를 변분식의 형태로 기술하면 다음과 같다.

$$\delta\int_L\oint[\Phi_R+\gamma_{xs}N_{xs}+\kappa_{ss}M_{ss}+\frac{1}{2}\gamma_{xn}N_{xn}+\frac{1}{2}N_{xs}(\gamma_{xs}-u_{,s}-v_{t,s})]dsdx=0 \quad (9)$$

이 식으로부터 각요소의 평형 방정식과 구속조건을 구할 수 있다. 구해진 각요소의 평형방정식과 구속 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&N_{xx,x}+N_{xs,x}=0\\&N_{xs,x}=0\\&M_{xx,x}+M_{xs,x}-N_{xn}=0\\&N_{xn,x}=0\\&\gamma_{xs}-u^0_{,s}-v_{t,x}=0\\&\kappa_{ss}-\phi_{s,s}=0\end{aligned} \quad (10)$$

식(10)과 벽면 변위의 연속 조건을 이용하여 미지수인 N_{xs} 와 M_{ss}를 구할 수 있다[8].

각요소의 힘평형을 고려하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}N&=\oint N_{xx}\,ds\\M_y&=\oint(N_{xx}z-M_{xx}y_{,s})ds\\M_z&=\oint(N_{xx}y-M_{xx}z_{,s})ds\\M_w&=\oint(-N_{xx}\bar{\omega}+M_{xx}q)ds\\T_s&=\oint(2M_{xs})ds\end{aligned} \quad (11)$$

이 식에 변형률-변위식 (6)과 구성방정식 (8)을 대입하면 아래와 같은 복합재료 보의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix}N\\M_y\\M_z\\T_s\\M_\omega\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{11}&K_{12}&K_{13}&K_{14}&K_{15}\\&K_{22}&K_{23}&K_{24}&K_{25}\\&&K_{33}&K_{34}&K_{35}\\&&&K_{44}&K_{45}\\s&y&m&&K_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}U_{,x}\\\beta_{y,x}\\\beta_{z,x}\\\phi_{,x}\\\phi_{,xx}\end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기에서 N 은 인장력, T_s는 St. Venant 토오크, M_y와 M_z는 각각 플랩 및 래그방향 굽힘모멘트, 그리고 M_ω는 Vlasov 워핑 모멘트 이다.

3. 해석결과

스마트 무인기의 날개 단면 형상은 박판(thin-walled) 타원형으로 구성되며 다중 세포(multi-cell)형 구조를 갖게 될 예정이다. 본 연구에서는 먼저 단일 세포형 타원형 단면 복합재료 보에 대한 해석을 수행하였다. 해석에 이용된 보의 형상은 Fig. 2와 같으며, 이는 스마트 무인기의 주익을 간략화 시킨 것으로서 해석상의 간단을 기하기 위해 길이방향 테이퍼 효과는 무시하였다.

재료의 기계적 물성 값은 Table 1에 나타냈다. 블레이드 단면 벽은 $[\theta_3/-\theta_3]$로 적층하며, 이 경우 인장-굽힘 연성이 존재하게 된다. 여기서 θ는 보의 기준 축에 대한 임의의 적층각을 나타낸다.

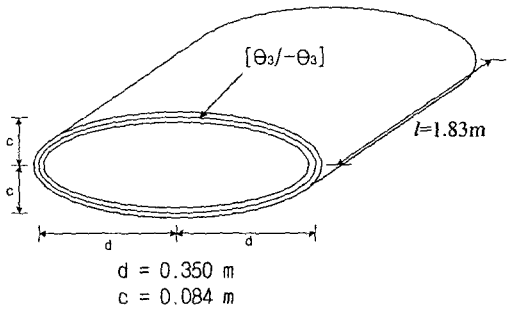

Fig. 2. Geometry of elliptical section beam.

본 연구의 1차원 보 해석결과와의 비교연구를 위하여 MSC/NASTRAN을 이용한 2차원 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3은 NASTRAN에서 이용된 2차원 판요소의 형상을 도시하여 나타낸 것이다. NASTRAN 해석에는 총 800개의 CQUAD4 2차원 요소가 사용되었다. 하중이 작용하는 타원형 단면 복합재료 보의 자유단은 다중점 구속(Multi Point Constraint) 조건을 사용하여 실제상황을 모사하도록 고려하였다.

Table 1. Material Properties of AS4/3501-6 Graphite/Epoxy lamina.

Properties	Values
E_{11}	141.9 GPa
E_{22}	9.78 GPa
G_{12}	6.13 GPa
ν_{12}	0.42
t	0.127 mm

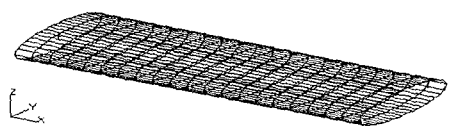

Fig. 3. FE mesh for 2D NASTRAN analysis.

Fig. 4와 Fig. 5는 적층각을 변화시키면서 축강성 계수와 비틀림 강성 계수를 NASTRAN의 2차원 정밀 유한요소 해석 결과와 비교한 것으로서 혼합보 이론을 이용한 본 연구의 해석 결과가 NASTRAN 결과와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

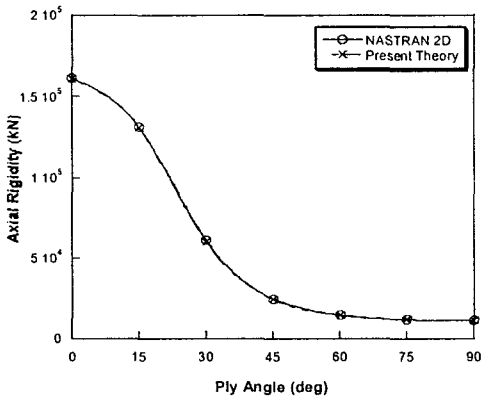

Fig. 4. Comparison of axial rigidities with ply angle changes.

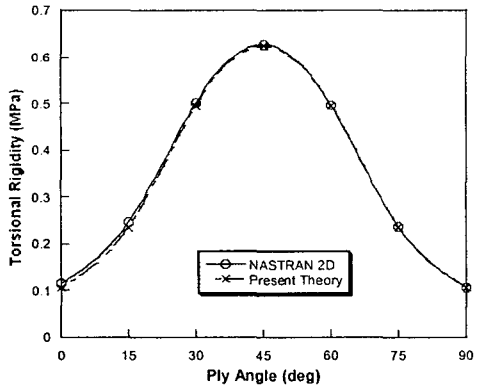

Fig. 5. Comparison of torsional rigidities with ply angle changes.

4. 결 론

본 연구에서는 혼합보 이론을 이용하여 타원형 단면형상을 갖는 박판 복합재료 보에 대한 구조해석을 수행하였다. 보 해석 모델은 복합재료의 연계 특성, 벽면 두께, 워핑 및 워핑구속효과등 비고전적 보의 특성을 고려하고 있다. 혼합보 이론을 적용하여 인장-비틀림 연성을 갖는 타원형 단면 복합재료 블레이드의 인장 및 비틀림 강성계수를 계산하고 이를 MSC/NASTRAN의 2차원 유한요소 해석 결과와 비교하여 해석 결과의 타당성을 보였다. 본 해석 모델은 차후 다중세포형 단면과 비균일 단면 보로 확장할 예정이다.

후 기

이 논문은 과학기술부 지원으로 수행하는 21세기 프론티어 연구사업(스마트무인기 기술개발)의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Chandra,, R., and Chopra, I., "Structural Response of Composite Beams and Blades with Elastic Couplings," *Composites Engineering*, Vol. 2, Nos. 5-7, 1992, pp. 347-374.

(2) Voloboi, V. V., and Hodges, D. H., "Single- and Double-Celled Composite Thin-Walled Beams," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 5, may 2002. pp. 960-996.

(3) 정성남, "임의의 단면형상을 갖는 복합재료 보의 첨단 구조해석 모델 개발에 관한 연구," 한국항공우주학회, 제28권, 제1호, 2000, pp. 65-72.

(4) Jung, S. N., Nagaraj, V.T., and Chopra, I, "A Refined Structural Dynamics Model for Composite Rotor Blades," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 2, 2001, pp. 339-348.

(5) http://www.sudc.re.kr/page_1.jsp

(6) Volovoi, V., et al., "Asymptotic Theory for Static Behavior of Elastic Anisotropic I-beams," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 36, 1999, pp. 1017-1043.

(7) Ressiner, E., "On a Certain Mixed Variational Theorem and a Proposed Application," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.20, pp. 1366-1368.

(8) Jung, S. N., Nagaraj, V. T., and Chopra, I. "A Refined Structural Model for Thin- and Thick-Walled Composite Blades with Elastic Couplings," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 1, Jan. 2002, pp. 105-116.