셀 방법을 이용한 3 차원 원형 브레이드 유리 섬유 강화 복합 재료의 구성방정식

이원오*. 정관수*

Constitutive Equations for Three Dimensional Circular Braided Glass Fiber Reinforced Composites Using Cell Modeling Method

Wonoh Lee and Kwansoo Chung

Key Words: constitutive equations, 3D circular braided glass fiber reinforced composites, cell modeling method, homogenization, multi-level meshing

ABSTRACT

The cell modeling homogenization method to derive the constitutive equation considering the microstructures of the fiber reinforced composites has been previously developed for composites with simple microstructures such as 2D plane composites and 3D rectangular shaped composites. Here, the method has been further extended for 3D circular braided composites, utilizing B-spline curves to properly describe the more complex geometry of 3D braided composites. For verification purposes, the method has been applied for orthotropic elastic properties of the 3D circular braided glass fiber reinforced composite, in particular for the tensile property. Prepregs of the specimen have been fabricated using the 3D braiding machine through RTM (resin transfer molding) with epoxy as a matrix. Experimentally measured uniaxial tensile properties agreed well with predicted values obtained for two volume fractions.

1. 서 론

최근 들어 자동차 산업, 항공 우주 산업 및 건축 토목 산업 분야 등에서 다축 섬유구조 복합재료의 연구개발 및 응용에 대한 수요가 증가하고 있으며, 이에 따른 연구가 선진국을 중심으로 활발히 진행되고 있다.

그러나 복합재료의 구조가 매우 복잡하기 때문에 빔이나 직각 평판과 같은 단순한 형태의 재료에만 연구가 국한되어온 실정이다[1-3]. 본 연구에서는 3 차원 원형 브레이드 유리 섬유 강화 복합재료의 구조를 모사하기 위한 기하학적 모델링과 더불어 균질화 기법(homogenization technique) 중의 하나인 셀 방법(cell modeling method)을 이용하여 구성방정식을 유도하였다[4,5]. 또한 복합 재료 시편을 제작하여 축 방향과 가로 방향에 대한 인장 실험을 통해 얻은 실험치와 구성방정식에 의한 예측치를 각각 비교하여 보았다.

* 서울대학교 재료공학부

2. 기하학적 모델링

복합재료의 구조는 복합재료의 물성을 대표할 수 있는 반복적인 unit cell 들로 구성된다. Fig. 1 은 3D 원형 브레이드 유리 섬유 강화 복합재료의 unit cell 을 보여준다.

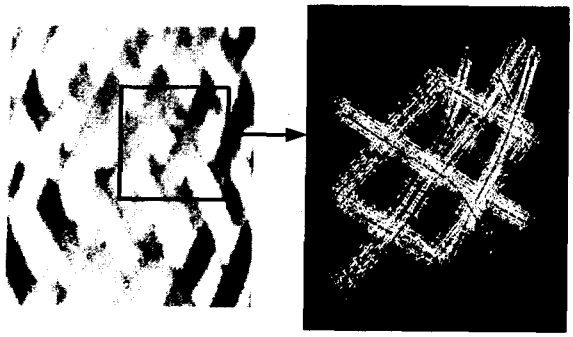


Figure 1.A schematic view of the unit cell

3D 원형 브레이드 유리 섬유 강화 복합재료의 unit cell 의 구조는 unit cell 내로 지나가는 yarn 의 경로에 따라 달라지는데 yarn 이 지나간 경로 이외의 나머지 부분은 resin 으로 채워지고 yarn 의 단면은 타원형으로 이루어져 있다고 가정하였다. 또한 yarn 의 경로를 따르는 좌표계는 Fig. 2 에서처럼 yarn 단면에서의 세 개의 벡터: tangent vector **t**, normal vector **n**, binormal vector **b** 를 이용하여 설정할 수 있다.

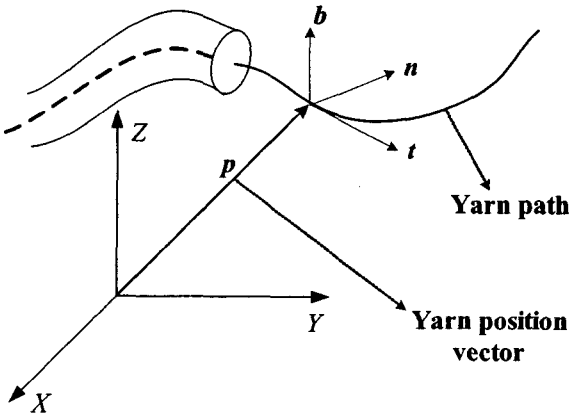


Figure 2.The local coordinate system with the orthogonal vectors defined on the yarn

공간 상의 yarn path 를 구하기 위해 10 개의 control point 를 갖고 3 차 order knot 의 함수인 B-spline curve 를 이용하였다. Fig. 3 은 10 개의 control point 와 B-spline 함수에 의해 얻어진 yarn 의 경로를 보여준다. 또한 두 개의 yarn 이 서로 만날 때 이루는 각이 항상 90° 가 아니기 때문에 이 부분에서 yarn 의 단면이 뒤틀리게 된다. 이러한 점을 고려하여 yarn 의 단면이 경로에 따라 향하게 되는 모양을 얻어보면 Fig. 4 와 같이 되고 이러한 것을 모두 고려하여 전체 unit cell 의 구조를 그려보면 Fig. 5 와 같이 된다.

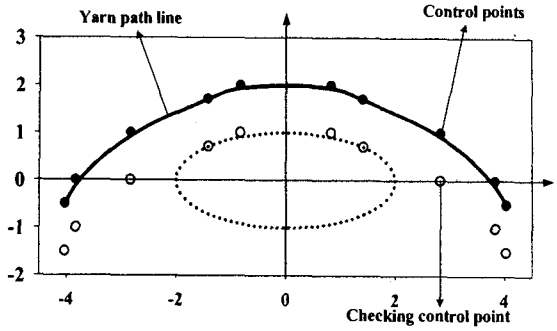


Figure 3.The B-spline yarn path

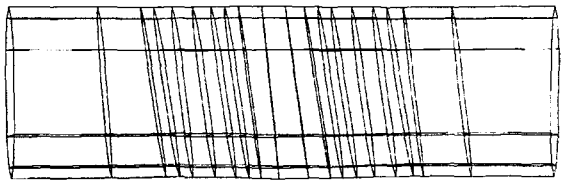


Figure 4.Twisted yarn cross section along the yarn path

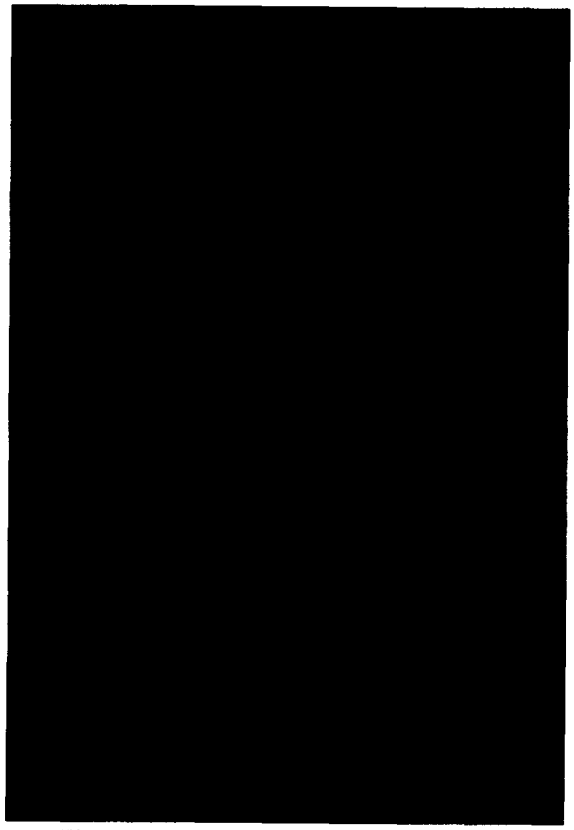


Figure 5.The unit cell of the 3D circular braided composite

3. 역학적 모델링

섬유 강화 복합재료의 구성방정식은 unit cell 의 기하학적인 구조를 바탕으로 셀 방법에 의해 구할 수 있다. 셀 방법은 multi-level meshing 을 이용한 homogenization 의 한 방법으로, unit cell 을 여러 개의 sub-cell 로 나누고 각각의 sub-cell 간의 평형방정식과 변형율의 연속성이라는 두 가지 조건을 이용하여 unit cell 의 stiffness matrix 를 구하는 방법이다.

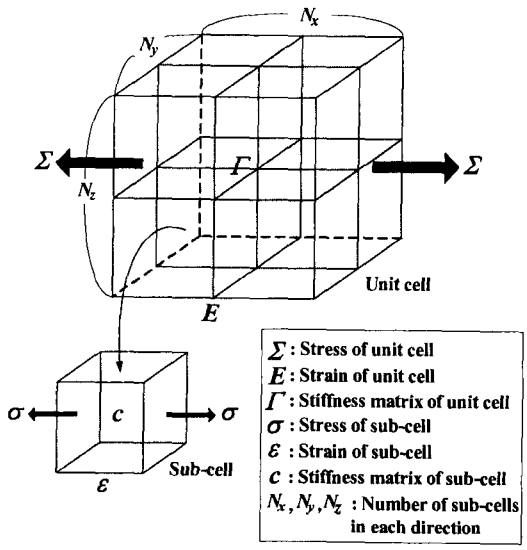


Figure 6. The unit cell subdivided into $N_xN_yN_z$ sub-cells

Fig. 6 과 같이 unit cell 을 $N_xN_yN_z$ 개의 sub-cell 로 나누고 unit cell 과 sub-cell 의 구성방정식을 고려하면

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Gamma E} \quad \text{and} \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{c\epsilon} \tag{1}$$

이 되고, 각각의 sub-cell 간의 평형방정식과 변형율 연속성에 의해 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[L][\bar{\epsilon}] = [M][E]$$

$$where \quad [\bar{\epsilon}] = \begin{bmatrix} [\epsilon]^{1,1,1} \\ \vdots \\ [\epsilon]^{i,j,k} \\ \vdots \\ [\epsilon]^{N_x,N_y,N_z} \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서, $[\epsilon]^{i,j,k}$ 과 $[E]$ 는 6×1 행렬이고 $[\bar{\epsilon}]$ 는 $6N_xN_yN_z\times1$ 이다. 또한, $[M]$ 은 $6N_xN_yN_z\times6$ 행렬이고 $[L]$ 은 $6N_xN_yN_z\times6N_xN_yN_z$ 행렬이 된다. $[\bar{\epsilon}]$ 을 구해보면

$$[\bar{\epsilon}] = [L]^{-1}[M][E] = [\bar{K}][E]$$

$$where \quad [\bar{K}] = \begin{bmatrix} [K]^{1,1,1} \\ \vdots \\ [K]^{i,j,k} \\ \vdots \\ [K]^{N_x,N_y,N_z} \end{bmatrix} \tag{3}$$

이 되고, 여기서 $[\bar{K}]$ 는 $6N_xN_yN_z\times6$ 행렬이고, $[K]^{i,j,k}$ 는 6×6 행렬이다. 식 (3)에서 (i,j,k) sub-cell 만을 고려하면

$$[\epsilon]^{i,j,k} = [K]^{i,j,k}[E] \tag{4}$$

가 되고, $\boldsymbol{\Sigma}$ 가 각 sub-cell stress $\boldsymbol{\sigma}$ 의 평균이 된다고 가정하면

$$[\Sigma] = \frac{\sum_{i,j,k}^{N_x,N_y,N_z} [\sigma]^{i,j,k}}{N_xN_yN_z} \tag{5}$$

이 되고, 식 (4)를 식 (5)에 대입하여 unit cell 의 stiffness matrix 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$[\Gamma] = \frac{\sum_{i,j,k}^{N_x,N_y,N_z} [c]^{i,j,k}[K]^{i,j,k}}{N_xN_yN_z} \tag{6}$$

4. 실험 및 결과

3D 원형 브레이드 유리 섬유 강화 복합재료의 preform 을 2014 개의 캐리어와 104 개의 피스톤을 가진 3D braiding machine 으로 제작하였다. Fig. 7 과 같이 완성된 preform 을 가지고 RTM 공정을 통해 epoxy resin 을 입힌 뒤, 이를 130℃에서 90 분 동안 경화시켰다. 또한 복합재료의 부피비를 재기 위해 600℃에서 3 시간 동안 resin 을 연소하였다.

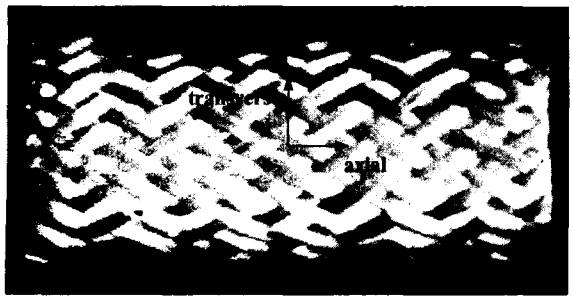
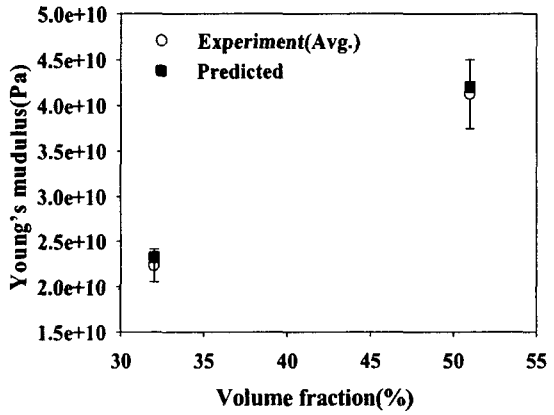
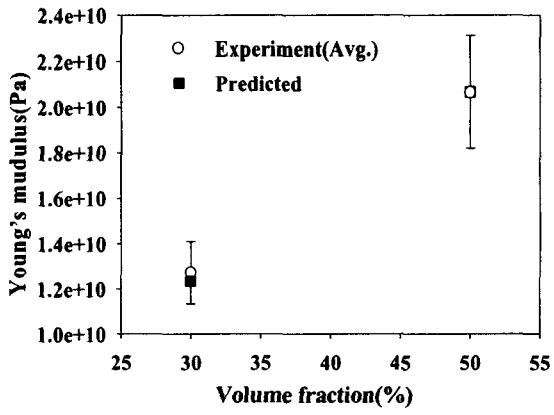


Figure 7.The 3D circular braided composite preform

기하학적 모델링과 셀 방법에 근거한 역학적 모델링에 의해 유도한 3D 원형 섬유 강화 복합재료의 구성방정식의 검증을 위해 복합재료의 축 방향과 가로 방향에서의 인장 물성을 비교하였다. 결과를 Fig. 8 에 나타내었고, 두 가지의 부피비와 각각의 방향에 대해서 예측치와 실험치가 잘 맞는다는 것을 알 수 있었다.



(a)



(b)

Figure 8.Comparison of Young's moduli (a) in the axial direction and (b) in the transverse direction for the uniaxial tensile test

5. 결론 및 요약

본 연구에서는 multi-level meshing 을 통한 homogenization technique 의 일종인 셀 방법을 이용하여 3D 원형 유리 섬유 강화 복합재료의 구성방정식을 유도하였다. 또한 unit cell 의 기하학적 모델링을 위해 B-spline curve 를 사용하여 복잡한 구조인 3D 원형 구조를 모사할 수 있었다. 유도된 구성방정식의 검증을 위해 3D braiding machine 을 통해 preform 을 제작하고 이를 RTM 을 통해 섬유 강화 복합재료의 시편을 얻은 뒤 이를 가지고 인장 실험을 하여 두 개의 부피비에 대한 축 방향과 가로 방향의 탄성 계수를 측정하였다. 그 결과 실험치와 유도된 구성방정식에 의한 예측치가 잘 일치한다는 것을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학기술부 지정 국가지정연구실 사업을 통하여 지원되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

(1) C. L. Ma, J. M. Yang and T. W. Chou, "Elastic stiffness of three-dimensional braided textile structural composites", *ASTM STP 893*, 1986, pp.405-421

(2) G. W. Du and F. K. Ko, "Unit Cell Geometry of 3-D Braided Structure", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.12, No.7, 1993, pp.752-768

(3) M. Hammad, M. El Messery and A. El Shiekh, "Structural mechanics of 3-D braided performs for composites, Part 4: The 4-step tubular braiding", *SAMPE Quart.*, 1991, pp.114-123

(4) D. Bigaud and P. Hamelin, "From geometrical description to mechanical prediction – Application to woven fabric composites", *Science and Engineering of Composite Materials*, Vol.7, No 4, 1998, pp.291-298

(5) D. Bigaud and P. Hamelin, "Modeling of 2D and 3D textile-reinforced composites by means of imbricate-type elements approach", *Computational Techniques for Materials*, 2000, pp.73-81