

# 적분기를 포함한 시간지연 시스템에 대한 제어구조 설계

양 승 현, \*박 중 식, 이 석 원  
호서대학교 정보제어공학과, \*MEMC Korea  
전화 : 041-540-5429 / 핸드폰 : 011-9824-0317

## Design of Controller for the System with Time-Delay

Seung-Hyun Yang, \*Jong-Sik Park, Suk-Won Lee  
Dept. of Information & Control, Hoseo University  
E-mail : korearobot@lycos.co.kr

### Abstract

In this paper considers the design of the effective controllers for the plant with an integrator and a long dead time. The structure of the new DTC (Dead Time Compensator) that has an additive filter is proposed. Our DTC shows the improved performance in set-point response and disturbance rejection. Especially the bad effect of the long dead time in the disturbance rejection is fairly reduced by using the additive filter. Illustrative examples are provided to show the availability of the proposed controller.

### I. 서론

대부분의 플랜트에는 시간지연이 존재하는데 이러한 시간지연은 페루프 시스템의 안정도에 영향을 주어 제어기를 해석하고 설계하는 것을 어렵게 한다. 이런 문제를 해결하기 위해 Smith는 고전적인 제어기를 포함하고 페루프에 플랜트와 같은 수학적인 모델을 사용하여 시간 지연의 영향을 받지 않고 제어기를 설계할 수 있는 구조를 제안했다.[1] 하지만, 이 구조에서는 모델의 매개변수가 실제 시스템과 완전히 일치해야 한다는 조건이 따른다.[1][2][3] 또한, 시스템에 적분기가 존재

하는 경우에는 부하외란에 대한 정상 상태 오차가 항상 발생하게 된다.[1][2] 이러한 점을 보완하기 위해 다양한 방법으로 새로운 구조가 많이 제안되었으며, 이러한 시간지연 보상기(Dead Time Compensator)들은 고전적인 PID 제어기보다 결정해야할 파라미터의 수가 늘어나 실제의 산업공정에서 DTC를 응용하는데 장애가 되며, 또한 적분기를 가지는 플랜트에 대해서는 여전히 정상상태 오차가 발생한다. Watanabe는 처음으로 SP(Smith Predictor)가 적분기를 가지는 플랜트에 적용될 경우 정상상태 오차가 항상 발생함을 보이고 정상상태 오차를 제거하는 방법을 제안하였으며, Astrom등은 SP에 적분기가 존재할 경우에 대해서 발생하는 정상상태 오차를 완전히 제거하는 변형된 구조를 제안하였다. 하지만 이러한 구조들은 응답속도가 느리며, 시간지연 값이 큰 경우에는 적용하기가 곤란할 뿐만 아니라, 또한, 결정해야할 매개변수가 많다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 적분기가 존재하는 플랜트에 대하여 변형된 구조를 갖는 시간지연 시스템의 제어 구조를 제안하여 시간지연이 큰 플랜트에 대해서 기존 입력에 대한 정상상태 오차가 제거되는 성질을 유지하면서 부하 외란에 대한 응답특성이 더욱 개선됨을 보인다. 또한 결정해야할 매개변수의 수를 줄이므로 실제 적용에 있어 용이함을 보인다.

## II. 시간지연 제어기 설계

### 2.1 SP(Smith Predictor) 구조

제어기를 설계하는데 있어서 많은 경우에 시스템에 존재하는 시간지연이 무시 못 할 정도로 큰 경우가 빈번하게 나타난다. 이런 시간지연이 시스템에 존재할 때 효과적인 제어방법으로 초기에는 SP가 제안되었다. SP를 이용한 제어 방법에서 사용된 제어기는 PI나 PID제어기이다.

아래 그림은 SP의 제어 구조를 나타내고 있다.

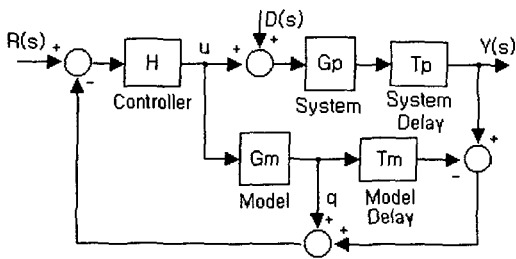


그림 1. Smith Predictor의 구조.

그림1에서 기준입력과 부하의란에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_1(s) = \frac{G_p T_p H}{1 + G_m H - G_m T_m H + G_p T_p H} \quad (1)$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = G_2(s) = \frac{G_p T_p (1 + G_m H - G_m T_m H)}{1 + G_m H - G_m T_m H + G_p T_p H} \quad (2)$$

여기서  $G_1(s)$ 은 기준 입력에 대한 응답,  $G_2(s)$ 은 부하의란에 대한 응답이며,  $R(s)$ 는 기준입력이고,  $D(s)$ 는 부하의란이며,  $Y(s)$ 는 플랜트의 출력이다. 그리고  $G_p$ 는 제어하고자 하는 시스템이고,  $G_m$ 은 시스템과 일치하는 모델이다. 또한,  $T_p$ 는 시스템의 시간 지연 요소를 나타내며,  $T_m$ 는 모델의 시간 지연 요소이다. 그리고,  $H$ 는 제어기를 나타낸다.

모델과 시스템의 관계가 다음 식을 만족할 경우에는

$$G_m T_m = G_p T_p \quad (3)$$

식(1)과 식(2)는 각각 식(4)와 식(5)로 간단히 표현된다.

$$G_1(s) = \frac{G_p H}{1 + G_m H} T_p \quad (4)$$

$$G_2(s) = \frac{[1 + G_m H(1 - T_m)] G_p T_p}{1 + G_m H} \quad (5)$$

여기서 식(1), 식(2)와 비교해보면 특성방정식에서 시간 지연의 요소들이 제거됨을 알 수 있다. 결국 SP는 시간 지연이 존재하는 시스템을 시간 지연이 없는 시스템에서 처럼 제어기 설계할 수 있도록 했다. 그러나 이 제안된 구조는 적분기가 있는 시스템에 대해서는 부하의란에 대한 정상 상태 오차를 항상 제거하지 못한다는 단점이 있다. 그래서, Watanabe 등은 그림1의 신호  $q$ 를 식(6)과 같이 제안하여 적분기가 존재하는 시스템에서 부하의란에 의한 정상상태 오차를 제거할 수 있도록 했다[2].

$$q = \frac{1}{1 + s\theta_m} \quad (6)$$

여기서  $\theta_m$ 은 모델의 시간지연 값이다. 하지만, 시스템의 시간지연과 모델의 시간지연이 일치하지 않으면 정상상태에서 약간의 오차가 발생하고, 기준입력에 대한 응답속도가 늦어지며, 또한 시간지연이 큰 값에서는 기준입력과 부하의란에 대한 응답이 심하게 진동하는 단점이 있다[2]. 그 후에 기준입력과 부하의란에 대한 응답을 분리시켜 응답속도를 개선시키는 제어기를 제안하는 구조가 다양하게 제안 되었다.

### 2.2 제안된 DTC(DeadTimeCompensator)구조

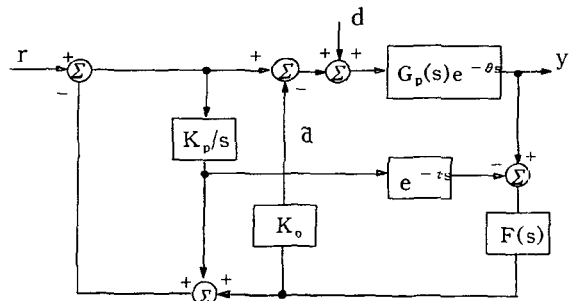


그림2. 제안된 DTC 구조

그림2는 적분기와 긴 시간지연을 가지는 플랜트에 대해 제안된 DTC의 구조를 보여준다. 여기서  $G_p(s)$ 는 플랜트,  $\theta$ 는 플랜트의 시간지연 크기,  $K_p/s$ 는 플랜트의 모델,  $\tau$ 는 모델의 시간지연 크기이고,  $K_o$ 는 이득상수,  $r$ 은 기준입력,  $d$ 는 외란을 말한다. 만약  $F(s)$ 가 1이고,  $K_o$ 가 영이면 SP와 같은 구조가 된다. 여기서 필터는 다음과 같다.

$$F(s) = \frac{\beta s + 1}{\alpha s + 1} \quad (7)$$

기준입력과 부하외란에 대한 응답은 아래와 같다.

$$Y(s) = H_r(s)R(s) + H_d(s)D(s) \quad (8)$$

여기서, 기준입력에 대한 전달함수는

$$H_r(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{s + K_p} \quad (9)$$

이고, 부하외란에 대한 전달함수는 다음과 같다.

$$H_d(s) = \frac{K_p e^{-\theta s} [s + K_p (1 - e^{-\alpha s}) F(s)]}{[(s + K_p)(s + K_o K_p e^{-\theta s} F(s))]} \quad (10)$$

식(9),(10)를 보면 추가된 F(s)는 기준입력에 대한 응답과는 무관하며 외란에 대한 응답에만 작용함을 알 수 있다. 또한, 제안된 DTC에서도 식(9)과(10)로부터 다음과 같은 성질이 유지되어 부하외란에 대한 영향이 제거된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{d}(t) = d \quad (11)$$

플랜트를 다음과 같이 가정한다.

$$G_p = \frac{K_p}{S}, \quad \tau = \theta \quad (12)$$

시간지연 항에 대해 아래와 같은 근사식을 이용하면,

$$e^{-\theta s} = e^{-\alpha s} \approx (1 - \frac{\tau}{2}s) / (1 + \frac{\tau}{2}s) \quad (13)$$

식(10)은 아래와 같이 된다.

$$H_d(s) = \frac{K_p e^{-\theta s} [s + K_p (1 - \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) F(s)]}{[(s + K_p)(s + K_o K_p (\frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s})) F(s)]} \quad (14)$$

윗 식에 필터F(s)를 대입해서 다시 표현하면 다음과 같다.

$$H_d(s) = \frac{K_p e^{-\theta s} [s + K_p (1 - \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) \frac{1 + \beta s}{1 + \alpha s}]}{[(s + K_p)(s + K_o K_p (\frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}) \frac{1 + \beta s}{1 + \alpha s})]} \quad (15)$$

여기서,  $\alpha, \beta$  값을 다음 식과 같이 선택하여

$$\alpha = 1, \quad \beta = \frac{\tau}{2} \quad (15)$$

근사화된 시간지연항의 극점과 필터의 영점이 제거되어 결국 부하외란에 대한 전달함수는 식을 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\frac{K_p e^{-\theta s}}{(s + K_p)} \cdot \frac{s(s + 1 + K_p(1 + \frac{\tau}{2}))}{s^2 + (1 + K_o K_p \frac{\tau}{2})s + K_o K_p} \quad (16)$$

Matausek등이 제안한 구조[4]에서는 시간지연항의 근사화된 모델이 부하외란에 대한 전달함수의 특성방정식에 존재하게 되어 시간지연이 클 경우에 우새근이 되어, 외란에 대한 응답속도에 영향을 주지만, 식(16)에서는 근사화된 시간지연항의 극점이 특성방정식에서 제거됨으로써  $\tau$ 가 d에 더 빨리 수렴하게 되고 그 결과 외란에 대한 응답속도가 더 커짐을 기대할 수 있다. 이득상수  $K_o$ 는 식(10)의 특성방정식을 이용하여 안정한 값을 다음과 같은 절차로 구할 수 있다. 특성방정식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$(s + K_p)(s + K_o K_p e^{-\theta s} F(s)) = 0 \quad (17)$$

여기서 안정도를 해석하기 위해 특성방정식의 두 번째 항만을 고려하면 된다. 특성방정식을 다음과 같은 형태로 표현한다.

$$1 + W(s) = 0 \quad (18)$$

여기서

$$W(s) = K_o K_p \cdot \frac{1 + \beta s}{s(1 + \alpha s)} \cdot e^{-\tau s} \quad (19)$$

이다. 위상 여유는

$$\phi_{pm} = \pi + \arg[W(j\omega_1)] \quad (20)$$

$$|W(j\omega_1)| = 1 \quad (21)$$

여기서 식(21)은 다음과 같다.

$$K_o K_p \frac{\sqrt{(\beta\omega_1)^2 + 1}}{\omega_1} = 1 \quad (22)$$

식(20)으로부터  $\omega_1$ 은 다음과 같고

$$\omega_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - \phi_{pm}}{\tau - \beta}$$

식(21)에 의해서 구해지는  $\omega_1$ 은 아래와 같다.

$$\omega_1 = \frac{K_o K_p}{\sqrt{1 - (\beta K_o K_p)^2}} \quad (23)$$

식(18)과 식(19)의 두 식에 의해서  $K_o$ 는 다음과 같이

제안된다.

$$K_o = \frac{\frac{\pi}{2} - \phi_{pm}}{K_p \sqrt{(\tau - \beta)^2 + (\frac{\pi}{2} - \phi_{pm})^2 \beta^2}} \quad (24)$$

결과적으로 항상  $\beta K_o K_p < 1$ 이 되어 식(19)의 조건을 만족시킨다. 플랜트와 모델이 불일치 할 경우 다음과 같은 근사관계를 도입하면 아래와 같다.

$$G_p(s)e^{-\theta s} \approx \frac{K_p}{s} e^{-\tau s}$$

마찬가지로 제안된 DTC 구조에서 외란의 제거효과가 더 커지게 됨을 기대할 수 있다. 여기서  $\tau$ 는  $\theta + T_e$ 이고,  $T_e$ 는 플랜트의 등가 시상수(equivalent time constant)이다. 하지만, 근사 관계식에 의한 해석결과이므로 더 좋은 제어효과를 기대하기 위해서는 피드백 이득상수  $K_o$ , 뿐만 아니라 필터의 계수  $\alpha$ 를 적절하게 선정해 주어야 한다. 미분특성을 고려하여  $\alpha \approx \beta/2$ 가 적절하다.

### III. 모의실험

#### 3.1 플랜트와 모델이 일치할 경우.

$G_p = \frac{1}{s} e^{-20s}$  와 같은 플랜트일 경우, 기준입력은 단위스텝이며, 외란은 70초 후에 단위스텝 -0.1크기로 나타난다. 필터는  $\alpha = 1, \beta = 10$ 이 된다.

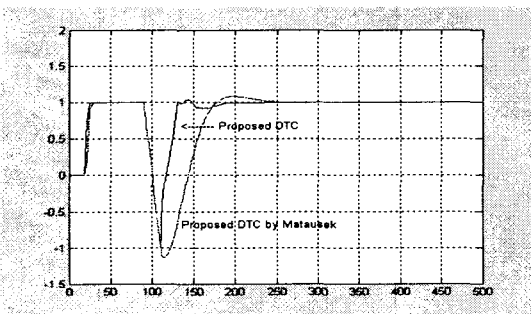


그림3. 플랜트와 모델이 일치할 경우 모의실험

#### 3.2 플랜트와 모델이 불일치할 경우.

다음과 같은 플랜트식과 시간지연이 주어졌을 경우에

$$G_p = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)} e^{-30s}$$

모델은 다음과 같이 설계되어진다.

$$G_m = \frac{K_p}{s} e^{-(30 + T_e)s}$$

이때 기준입력은 단위 스텝이며, 외란은 70초 후에 단위스텝 -0.1크기로 나타나며,  $T_e = 1.8, K_o = 0.022$ 이 되고, 필터는  $\alpha = 7, \beta = 15$ 이 된다.

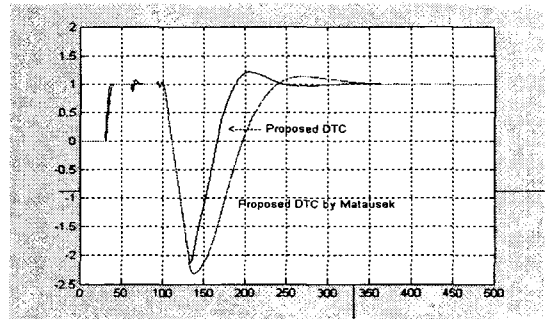


그림3. 플랜트와 모델이 불일치할 경우 모의실험

### IV. 결론

본 논문에서는 플랜트가 적분기와 큰 시간지연을 가지는 경우 미분특성의 필터를 추가한 DTC(Dead Time Compensator)를 구조를 제안하여, 기존 제어 구조들이 가지는 기준입력의 좋은 응답을 유지하면서 마홉했던 외란에 대한 응답특성인 정상상태 오차를 완전히 제거하고 응답속도 또한 기존제어기에 비해 많은 개선을 보였다.

### 참고문헌

- [1] O. J. Smith, "A Controllerto overcome dead time,"ISA J.,vol. 6, no.2, pp.22-33,Feb.1959.
- [2] Keiji Watanabe and Masami Ito, "A Process - Model Control for Linear Systems with Delay", *IEEE Trans. Automt. Contr.*, vol. ac-26, no. 6, pp. 1261-1269, Dec. 1981.
- [3] K. J. Astrom, C. C. Hang, and B. C. Lim, "A New Smith Predictor for Controlling a Proces with an Integator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automt. Contr.*, vol. 39, no. 2, pp. 343-345, 1994.
- [4] M. R. Matausek and A. D. Micic, "A Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, 1996.
- [5] Keiji Watanabe Ito, "A New Modified Smith Predictor Control for Time-Delay System with an Integrator", *ACC*, vol III-127 July 1997