

## 다중 가설 추적 알고리즘의 추적 성능에측

정 영 헌

경운대학교 디지털전자공학부

전화 : 054-479-1214 / 핸드폰 : 019-9171-2810

### Performance Prediction of Multiple Hypothesis Tracking Algorithm

Young-Hun Jung

School of Digital Electronic Engineering, Kyungwoon University

E-mail : vjung@ikw.ac.kr

#### Abstract

In this paper, we predict tracking performance of the multiple hypothesis tracking (MHT) algorithm. The MHT algorithm is known to be an optimal Bayesian approach and is superior to any other tracking filters because it takes into account the events that the measurements can be originated from new targets and false alarms as well as interesting targets. In the MHT algorithm, a number of candidate hypotheses are generated and evaluated later as more data are received. The probability of each candidate hypotheses is approximately evaluated by using the hybrid conditional average approach (HYCA). We performed numerical experiments to show the validity of our performance prediction.

#### I. 서론

고도로 자동화된 공장이나, 교통 통제 시스템에서는 감시카메라를 이용하여 여러 물체들을 감시, 추적하는 상황이 발생하게 된다[1]. 그리고 레이더 또는 쏘나 시스템에서도 잡음이 섞인 측정신호를 사용하여 다중 표적(multiple-target)을 추적하여야 한다[2,3]. 이와 같은 표적 추적문제는 측정 잡음에 의한 측정의 부정확성뿐만 아니라 측정 근원(origin)의 부정확성에 기인할 수 있다. 측정 근원의 부정확성이란 표적 추적 알고리

즘에 사용될 측정이 실제 추적하고자 하는 표적에서 기인한 것이 아니라, 랜덤 클러터(clutter)에서 발생할 수도 있다는 것이다. 이러한 데이터 연관(data correlation)문제를 해결하기 위한 방법으로 여러 추적 알고리즘이 개발되었다[1-4]. MHT 알고리즘은 모든 측정치들이 표적들과 연관될 수 있는 가설들을 생성하는 측정 지향적 방법으로 새로운 표적의 초기화(initialization) 등을 고려한 최적의 알고리즘으로 알려져 있다[3,4].

표적 추적 문제뿐만 아니라 추적 성능 해석에 관한 문제 또한 많은 저자들에 의해 연구되고 있다. Cox등 [1]은 카메라의 영상을 이용한 추적 상황에서의 효과적인 MHT 알고리즘을 제안하고 그 성능을 평가하였다. 참고문헌[4]-[6]에서는 매우 단순한 표적/센서 모델에 대해 MHT 알고리즘에 관한 성능 분석을 수행하였다. 최근, Li와 Bar-Shalom 등은 시뮬레이션 방식을 탈피한 hybrid 시스템의 성능평가에 적합한 HYCA 방법을 제안하였다[7]. 그들은 HYCA 방법을 기초로, PDA 필터, IMM 알고리즘등의 추적성능을 예측하고, 추적성능을 최적화하는 입력 매개변수를 구하였다. 그러나, 아직 MHT 알고리즘의 추적성능은 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 제한된 경우에 대해 제시되어 있을 뿐이다.

따라서, 이 논문에서는 지금까지 성능 분석에 사용되어온 Monte Carlo 시뮬레이션 방식에 의존하지 않고, HYCA방법을 기반으로, MHT 알고리즘의 추적 성능의 정량화를 위한 수식을 유도하도록 한다. 수치실험을 통하여 이 논문에서 제시한 MHT 알고리즘의 성능 예측이 타당함을 보인다.

## II. MHT 알고리즘의 구조

다중 가설 추적 알고리즘[2,3,4]의 전반적인 구조는 그림 1과 같다.

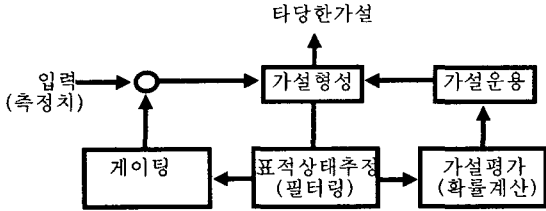


그림 1. 다중 가설 추적 알고리즘의 전체적인 구조

측정치가 수신될 때마다 측정의 근원을 근거로 여러 가설들이 형성된다. 이들 가설들은 항적(track)들로 이루어져 있는데, 가설에 포함되어 있는 모든 항적들에 대하여 칼만필터를 이용한 상태 추정의 과정이 수행된다. 칼만필터의 출력을 통한 각 가설들의 확률들이 계산되어지며, 유지시켜 나가는 가설의 수를 제한하기 위해 가설 평가와 가설 운용 과정이 수행된다.

### 2.1 칼만필터

먼저, 다음과 같은 표적 운동과 측정에 대한 모델을 가정하자.

$$x(k+1) = F(k)x(k) + v(k) \quad (1)$$

$$z(k) = Hx(k) + w(k) \quad (2)$$

여기서  $x(k)$ 는 시간  $k$ 에서 표적의 상태 벡터이며,  $z(k)$ 는 측정 벡터이다.  $v(k)$ 와  $w(k)$ 는 각각 표적운동의 불확정성을 나타내는 과정잡음과 측정잡음벡터로서, 평균은 0이고 공분산행렬은 각각  $Q(k)$ ,  $R(k)$ 를 가진다. 칼만 필터의 상태 예측치와 그 공분산행렬은

$$\hat{x}(k|k-1) = F(k-1)\hat{x}(k-1|k-1) \quad (3)$$

$$P(k|k-1) = F(k-1)P(k-1|k-1)F(k-1)^T + Q(k-1) \quad (4)$$

와 같다. 여기서  $\hat{x}(i|j)$ 는  $j$ 시간까지의 측정을 이용하여  $i$ 시간의 표적 상태의 예측치를 말하며,  $T$ 는 전치행렬을 뜻한다. 그리고 표적 상태의 추정치와 추정공분산행렬은

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + W(k)\nu(k) \quad (5)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - W(k)S(k)^{-1}W(k)^T \quad (6)$$

이다. 여기서 이노베이션(innovation)  $\nu(k) = z(k) - H\hat{x}(k|k-1)$ 이고,  $S(k)$ 와  $W(k)$ 는 각각 (7), (8)식과 같은 이노베이션의 공분산행렬과 칼만이득행렬이다.

$$S(k) = HP(k|k-1)H^T + R(k) \quad (7)$$

$$W(k) = P(k|k-1)H^T S(k)^{-1} \quad (8)$$

### 2.2 가설형성

모든 측정은 기존에 추적중인 표적뿐만 아니라, 클러터(clutter)에 의한 거짓 측정과 새로이 발생한 표적에 의해서도 발생할 수 있다. 그림 2는 가설 나무를 형성하는 예를 보여준다. 이 예는 시간 1과 2에서 측정치를  $z_1(1), z_1(2)$  각각 한 개씩 측정한 경우에 대한 것이다.  $FT$ 는 가짜표적으로 간주된 측정치를 가리키고,  $NT1$ 은 새로운 표적이어서 항적을 시작해야 하는 측정치를 가리키며 항적 번호 1을 가진다.  $T1$ 은 기존의 항적 1과 연계되는 측정치를 가리킨다. 시간 1에서는 2개의 가설이 형성되었고, 시간 2에서는 시간 1에서 발생된 가설을 기반으로 5개의 가설이 형성된다.

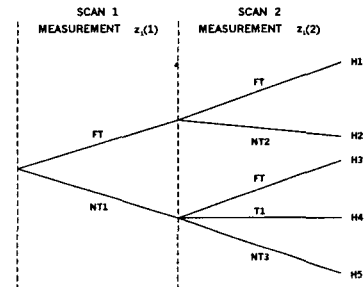


그림 2. 가설나무의 예

### 2.3 가설확률의 계산

먼저, 시간  $k$ 에서 유효 게이트 내의 모든 측정을  $z_i(k), i = 1, \dots, m_k$ 로 표시한다. 여기서  $m_k$ 는 센서의 탐지영역(surveillance region) 안에 있는 측정치들의 총수이다. 시간  $k$ 에서의 측정 집합을  $Z(k) \triangleq \{z_i(k)\}_{i=1}^{m_k}$ 로 표시하며, 시간  $k$ 까지의 측정들의 누적 집합은  $Z^k \triangleq \{Z(i)\}_{i=1}^k$ 로 표현한다. 그리고, 시간  $k$ 에서 형성된 모든 가설의 집합을  $\Omega^k \triangleq \{\Omega_n^k, n = 1, 2, \dots, I_k\}$ 로 표현한다. 여기서  $\Omega_n^k$ 는 시간  $k$ 에서  $n$ 번째 가설을,  $I_k$ 는 가설의 총숫자를 나타낸다.

$n$ 번째 가설  $\Omega_n^k$ 의 시간  $k$ 까지의 측정치에 대한 조건부 확률을  $P_n^k$ 로 정의한다.

$$P_n^k \triangleq P(\Omega_n^k | Z^k) \quad (9)$$

여기서  $\Omega_n^k$ 는 이전시간의 가설  $\Omega_n^{k-1}$ 와 현재 시간  $k$ 에서의 측정들에 대한 연계 가설  $\psi_n^k$ 로 형성된 결합 가설이라고 볼 수 있다. 시간  $k$ 에서  $n$ 번째 가설  $\Omega_n^k$ 은 이전의 가설  $\Omega_n^{k-1}$ 에서 이미 알려진  $N_{TGT}$ 개의 표

적수중  $N_{DT}$ 개가 탐지되고, 거짓 표적들과 연계되는 측정치들의 수  $N_{FT}$ , 새로운 표적들과 연계되는 측정치들의 수  $N_{NT}$ 일 가설이라고 가정하면, 최종적인 가설 확률  $P_n^k$ 을 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$P_n^k = P(\Omega_n^k | Z^k) = \frac{1}{c} P_D^{N_{DT}} (1 - P_D)^{(N_{TOT} - N_{DT})} \times \beta_{FT}^{N_{FT}} \beta_{NT}^{N_{NT}} \prod_{j=1}^{N_{DT}} \Lambda_j(k) P_g^{k-1} \quad (10)$$

여기서  $\Lambda_j(k) = N(\nu_j(k); 0, S_j(k))$ 로서 공산함수라고 부르며,  $P_D$ 는 표적탐지확률,  $V$ 는 센서 탐지영역의 체적 또는 면적이다. 위의 조건부확률은 다중 가설 추적 알고리즘에서 제안하는 가장 주요한 핵심이다.

### III. 하이브리드 근사화

성능 예측을 위한 자연스런 생각은 통계적인 성능 척도를 그것의 기대값 구함으로써 결정적인 값으로 바꾸는 것이다[6-8]. HYCA 방법에서는 연속적인 랜덤변수와 불연속적인 랜덤변수를 포함한 hybrid 시스템에서 불연속적인 랜덤변수를 조건부로 하여 연속적인 랜덤변수에 대해서만 기대치를 취하게 된다.

앞 절에서 정리한 가설 확률의 식 (10)에서 알 수 있듯이 가설의 확률은 시간  $k$ 에서의 불연속적인 랜덤변수인 데이터 연관사건  $\psi_k$ 와 연속적인 랜덤변수 측정치  $(z_j(k), j=1, \dots, m_k)$ 에 의존한다. 따라서, (10)식의 가설확률의 기대치를 얻기 위해, 불연속적인 랜덤변수  $\psi_k$ 를 조건부로 연속적인 랜덤변수  $(z_j(k), j=1, \dots, m_k)$ 에 대한 기대치를 구한다. 아래 4가지의 착안점과 2가지 가정을 바탕으로, 다중 가설 추적 알고리즘의 오프라인 반복식을 얻도록 한다.

착안 1:  $\Psi_k^* = \{\psi_i^*, i=1, \dots, k\}$ 는 시간  $k$ 까지 실제 측정과 표적간의 연관사건을 나타내며, 성능 예측을 위한 실제 시나리오를 구성한다.

착안 2: 실제 시나리오  $\Psi_k^*$ 를 포함한 참 가설은 모든 가설들의 집합에 속한다.

착안 3: 오프라인 반복식에서 사용된 양들은 overbar로 표시한다. 이 양들은 실제 시나리오  $\Psi_k^*$ 와  $Z^{k-1}$ 의 함수이다.

착안 4: 측정 공간은  $\Gamma$ 로 표시한다. 먼저,  $Z^{k-1}$ 와 실제 시나리오  $\Psi_k^*$ 를 안다고 가정하자.  $\Psi_k^*$ 와  $Z^{k-1}$ 를 조건부로 하는 one-step 기대치를 이용해 얻고자 하는 양을 구한다. 예를 들어, 칼만필터의 출력인 이노베이션  $\nu_j(k)$ 와 공산함수(likelihood func-

tion)  $\Lambda_j(k)$  들은 각각  $\bar{\nu}_j(k)$ 와  $\bar{\Lambda}_j(k)$ 로 오프라인 반복식을 얻기 위해 대치된다.

가정 1:  $i$  번째 실제 표적과 연계되는 측정치  $z_i(k)$ 의 확률밀도함수는 아래와 같은 정규분포를 갖는다고 가정한다. ( $N_{DT}^*$ 는 실제 표적의 수)

$$p(z_i(k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}) = N(z_i(k); \hat{z}_i(k|k-1), S_i(k)), \\ = N(\nu_i(k); 0, S_i(k)), \quad i=1, \dots, N_{DT}^* \quad (11)$$

가정 2: 거짓 측정과 새로운 표적으로부터 발생한 측정치  $z_j(k)$ 의 확률밀도함수는 아래와 같은 uniform 분포를 갖는다고 가정한다.

$$p(z_j(k) | T^k, Z^{k-1}) = \frac{1}{V} \quad (12)$$

MHT 알고리즘의 하이브리드 근사화를 위해 실제 시나리오  $\Psi_k^*$ 와  $Z^{k-1}$ 를 조건부로 측정에 관한 one-step-ahead 기대치를 구한다. 식 (10)의 가설확률에 대한 기대치는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$E[P(\Omega_n^k | Z^k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}] \\ \triangleq f(P_D, \beta_{FT}, \beta_{NT}) E\left[\prod_{j=1}^{N_{DT}} \Lambda_j(k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}\right] \times P_g^{k-1} \quad (13)$$

여기서 측정치와 관련없는 나머지 항으로서

$$f(P_D, \beta_{FT}, \beta_{NT}) = \frac{1}{c} P_D^{N_{DT}} (1 - P_D)^{(N_{TOT} - N_{DT})} \beta_{FT}^{N_{FT}} \beta_{NT}^{N_{NT}} \quad (14)$$

이다. 측정치들  $z_j(k), j=1, \dots, N_{DT}$ 의 분포는 서로 독립적이기 때문에, 식 (13)에 있는 공산함수 곱의 기대치는 각 공산함수 기대치의 곱으로 쓸 수 있다. 따라서, 가정 1과 2로부터 각 공산함수의 기대치는

$$E[\Lambda_j(k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}] \\ = \begin{cases} \int_{\Gamma} \Lambda_j(k) N(\nu_i(k); 0, S_i(k)) dz_j(k), \\ \quad z_j(k) \text{가 } i\text{번째 실제 표적에서 발생한 경우} \\ \frac{1}{V}, \quad z_j(k) \text{가 거짓 또는 새로운 표적에서 발생} \end{cases} \quad (15)$$

이다. 식 (13)과 (15)에서 알 수 있듯이 가설확률의 기대치는 측정  $z_j(k)$ 가 실제표적에서 발생한 경우의 공산함수 기대치를 구하면 결정되어지는 값이다.

보조 정리 1: 상태의 운동방정식 및 측정방정식이 식 (1)-(2)와 같이 표현된다는 가정하에서, 측정  $z_j(k)$ 가  $i$  번째 실제 표적에서 발생되었다면 이노베이션의 기대치는 아래와 같다.

$$\bar{\nu}_j(k) \triangleq E[\nu_j(k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}] \\ = E[z_j(k) - \hat{z}_j(k|k-1) | \Psi_k^*, Z^{k-1}]$$

$$\begin{aligned}
 &= HF(k-1)\hat{x}_i(k-1|k-1)HF(k-1)\hat{x}_i(k-1|k-1) \\
 &= HF(k-1)\hat{x}_{i,j}(k-1|k-1) \quad (16)
 \end{aligned}$$

보조 정리 2: 식 (15)의 공산함수의 기대치는 아래와 같다[7].

$$\begin{aligned}
 \overline{A}_j(k) &= E[A_j(k) | \Psi_k^*, Z^{k-1}] \\
 &= \frac{|S_j^{-1}(k) + S_{i_j}^{-1}(k)|^{-1/2}}{|2\pi S_j(k) S_{i_j}(k)|^{1/2}} \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{1}{2}(\nu_j^*(k))^T [S_j^{-1}(k) + S_{i_j}^{-1}(k)]^{-1} \nu_j^*(k)\right) \quad (17)
 \end{aligned}$$

만일 가설  $\Omega_k^*$ 에서 측정  $z_j(k)$ 가 정확히 데이터 연계 되었다면  $\overline{\nu}_j(k)$ 는 영이다.

#### IV. 수치실험

2차원 공간에서 단일표적을 추적하는 상황에서, 표적의 운동 모델을 등속 운동으로 가정하고, 위치만 측정되는 경우에 대해 고려해 한다. 샘플링 주기  $T=1$ ,  $\sigma_v^2 = \sigma_r^2 = 0.02$ , 센서의 탐지영역  $V=10$ , 표적탐지 확률  $P_D=0.9$ ,  $\beta_{FT}=0.1$ ,  $\beta_{NT}=0$ 로, 가설확률이 0.05 보다 작은 가설은 제거하였다. 성능예측기의 성능예측이 정확한지 알아보기 위해 10000번의 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하여 성능예측기의 결과와 비교하였다. 표 2에서는 참 가설확률, 표 3에서는 누적항적분실 확률, 표 4에서는 전체가설 수의 기대치를 비교하였다. 전체적으로 시뮬레이션 결과와 성능예측기의 결과가 비슷하므로 성능예측기가 타당한 것을 알 수 있다. 이 논문에서 제시한 추적 성능 예측방법은 보다 효과적으로 MHT 알고리즘의 추적 성능을 최적화하는 추적 매개변수를 찾는 최적화에 적용될 수 있을 것이다.

표 1. 참 가설확률의 기대치

	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
시뮬레이션	0.8414	0.8197	0.7906	0.7580	0.7269
성능예측기	0.9322	0.8652	0.8038	0.7469	0.6940

표 2. 누적항적분실확률의 기대치

	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
시뮬레이션	0.0206	0.0401	0.0588	0.0775	0.0938
성능예측기	0	0.0063	0.0168	0.0496	0.0732

표 3. 전체 가설 수의 기대치

	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
시뮬레이션	1.5377	1.5244	1.5254	1.5654	1.5938
성능예측기	1.0806	1.2243	1.3705	1.5079	1.6358

#### V. 결론

이 논문에서는 HYCA 방법을 이용하여 다중 가설 추적(MHT) 알고리즘의 추적 성능을 예측하였다. 연속

적인 랜덤변수와 불연속적인 랜덤변수를 포함하는 MHT 알고리즘의 추적 성능을 예측하기 위해서 HYCA 방법을 이용하여 MHT 알고리즘에서 발생하는 모든 가설확률의 기대값을 구하였다. 수치실험을 통하여 MHT 알고리즘의 성능예측기가 타당함을 보였다. 이 논문에서 제시한 추적 성능 예측을 통해 많은 시간과 비용을 요구하는 Monte Carlo 시뮬레이션을 사용하지 않고, MHT 알고리즘의 최적의 추적 매개변수를 효과적으로 구할 수 있을 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

- [1] I. J. Cox, and S. L. Hingorani, "An efficient implementation of Reid's multiple hypothesis tracking algorithm and its evaluation for the purpose of visual tracking," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 18, no. 2, February 1996.
- [2] S. S. Blackman (Ed.), *Multi-Target Tracking with Radar Application*, Norwood, MA: Artech House, 1986.
- [3] Y. Bar-Shalom and T. E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Orlando, FL: Academic Press, 1988.
- [4] D. B. Reid, "An algorithm for tracking multiple Targets," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-24, no. 6 pp. 843-854, Dec., 1979.
- [5] K. C. Chang, S. Mori and C. Y. Chong, "Evaluating a multiple-hypothesis multitarget tracking Algorithm," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-30, no. 2, pp. 578-590, April 1994.
- [6] T. E. Fortmann, Y. Bar-Shalom, M. Scheffe, and S. Gelfand, "Detection thresholds for tracking in clutter-A connection between estimation and signal processing," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-30, pp. 221-229, March 1985.
- [7] X. Rong Li and Y. Bar-Shalom, "Performance prediction of the interacting multiple model algorithm," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 3, July 1993.
- [8] Y. H. Jung and S. M. Hong, "Modelling and parameter optimization of agile beam radar tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-39, no. 1, pp. 13-33, January 2003.