

점성유체 속에서 움직이는 로봇팔의 동적 조작도 해석

전 봉 환, *이 지 홍, 이 판 목

한국해양연구원, *충남대학교 메카트로닉스공학과

전화 : 042-868-7531 / 핸드폰 : 011-436-6984

Dynamic Manipulability Analysis of Limb Moving in Viscous Fluid

Bong-Hwan Jeon, *Jihong Lee, Pan-Mook Lee

Korea Ocean Research and Development Institute, *Chungnam National University

E-mail : bhjeon@kriso.re.kr

Abstract

This paper presents a dynamic manipulability analysis method of the limb moving in viscous fluid. The key idea of the presented method is that the boundary of joint velocity can be converted to the velocity-dependant dynamic manipulability polytope through the coriolis, centrifugal and drag terms in dynamic equation. The velocity-dependant dynamic manipulability polytope is added to the inertial and restoring force manipulability polytope to get overall manipulability polytope of the limb moving in the fluid. Each of the torque and velocity bounds are considered in the infinite norm sense in joint space, and the drag force of a limb moving in fluid viscous is modeled as a quadratic form. An analysis example with proposed analysis scheme is presented to validate the method.

I. 서론

1984년 요시가와[1]에 의해 로봇팔의 조작성 지수와 조작도 타원에 의한 조작도 해석방법이 제시되었다. 로봇팔의 조작도 해석은 주어진 로봇의 자세에서 각 관절의 능력의 한계를 로봇팔 끝이 낼 수 있는 능력의 범위로 변환하여 로봇의 기능성의 척도로 사용되며, 로봇팔 제어에서 특이점 회피, 최적제어 등에 응용되고 있다. 로봇의 동적 조작도 해석은 주어진 로봇의 관절의 토크 한계로부터 로봇의 팔끝이 낼 수 있는 가속도 또는 힘의 한계를 얻어내는 것으로, 요시가와에 의해 정의된 후 협동로봇팔의 조작도 해석으로 확장되었다. 대부분의 동적 조작도 해석에서 속도항은 단순한 바이

이스 항으로 분류되어 해석의 과정에서 중요시하지 않고 있다[1,2,4]. 점성유체속에서 움직이는 로봇의 경우, 점성 유체에 의한 외력으로 부가질량에 의한 힘, 유체저항과 양력 그리고 부력에 의한 힘 등이 작용하게 된다. 이중, 부가질량과 부력에 의한 영향은 공기중 로봇의 조작도 해석 방법으로 어렵지 않게 다루어질 수 있으나 로봇 속도의 제곱에 비례하여 나타나는 유체저항력의 영향은 로봇의 형상과 자세 그리고 속도의 함수로 수중로봇의 경우에는 보다 깊이 있게 다루어질 필요가 있다.

본 논문에서는 유체속에서 움직이는 로봇팔의 조작도 해석 방법으로 로봇팔의 관절토크의 범위 이외에 관절속도의 범위를 이용하여 동적 조작도를 해석하는 방법을 제안한다. 로봇의 조작도는 관성 및 중력 관련 조작도와 속도 관련 조작도로 각각 나누어져서 구해지고 이들의 조합으로 유체속에서 움직이는 로봇의 조작성을 해석한다.

II. 로봇팔 운동의 기술

2.1 유체속 로봇팔의 운동방정식

공기중에서 움직이는 로봇팔의 운동은 q 를 관절변수로 하여 (1)식과 같이 기술된다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + J^T F = \tau \quad (1)$$

여기서, M 은 로봇팔의 관성행렬, C 는 전항력 및 원심력, G 는 중력항이고, J 와 F 는 각각 로봇팔의 자코비안 행렬과, 팔 끝에 작용하는 힘이며, τ 는 로봇팔 관절 토크 (generalized torque)이다.

점성유체속에서 움직이는 로봇팔은 많은 유체외력을 받게 되고 이러한 유체외력을 고려하여 로봇팔의 운동을 기술하면 (2)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + D(q, \dot{q}) + G(q) + J^T F = \tau \quad (2)$$

여기서, M 은 각각 부가질량 항을 포함한 관성행렬, C 는 코리올리 및 원심력, D 는 유체저항 및 양력, 그리고 G 는 중력 및 부력 항이다. (2)식 좌변의 2, 3 항은 로봇팔의 속도와 관련된 항으로 공기중 로봇팔의 조작성 해석의 경우는 무시하거나 조작성 해석결과를 일정방향으로 이동시키는 바이어스항으로만 취급된다. 특히, D 항은 공기중에서는 무시 가능하지만 유체밀도가 존재하는 점성유체 속에서는 무시할 수 없으며 로봇팔의 링크형상, 자세 그리고 속도의 함수이다.

2.2 유체저항의 모델링

밀도가 ρ 인 유체속에서 움직이는 로봇팔은 속도에 따라 저항력과 양력을 받게된다. i 번째 링크가 받는 유체저항력은 그림 1과 같이 링크에 분포되고 등가힘은 (3)식으로, 관절의 토크는 (4)식으로 나타낼 수 있다.

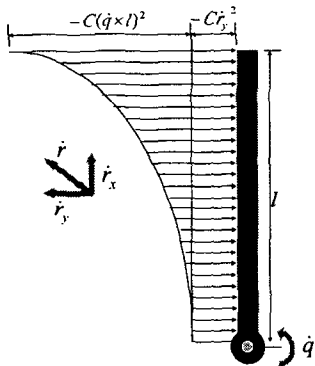


그림 1. 유체속에서 움직이는 링크에 작용하는 저항력

$$f_{D_i} = \frac{\rho}{2} C_{D_i} D_i \int_0^l |\dot{v}_i + \dot{q}_i \times x_i| (\dot{v}_i + \dot{q}_i \times x_i) dx_i \quad (3)$$

$$\tau_{D_i} = \frac{\rho}{2} C_{D_i} D_i \int_0^l x_i \times |\dot{v}_i + \dot{q}_i \times x_i| (\dot{v}_i + \dot{q}_i \times x_i) dx_i \quad (4)$$

여기서, ρ , C_{D_i} , D_i 는 각각 유체밀도, 항력계수 및 링크의 단면적의 폭이다. (4)식을 모든 관절에 대하여 합하여 표현하면 유체저항이 각 관절에 미치는 토크는 (5)식으로 표현할 수 있다.

$$\tau_D = | \dot{q} |^T T(q) \dot{q} \quad (5)$$

여기서, \dot{q} 은 각 관절의 속도 벡터이고, $T(q) \in R^{3 \times 3 \times 3}$ 는 로봇팔의 길이, 저항계수, 로봇의 자세, 그리고 유체력이 미치는 점까지의 위치벡터들로 이루어지는 3차원 행렬인 텐서이다.

2.3 수중로봇의 동적 조작성

로봇의 팔 끝에 작용하는 힘이 없다고 하고, [1,2,3]에서와 같은 방법으로 수중로봇의 동역학식 (2)를 이용하여 작업공간에서의 팔끝의 가속도와 관절토크로 표현하면 (6)식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{r} = J M^{-1} (\tau - C - D - G) + J \ddot{q} \quad (6)$$

(6)식의 우변을 관절토크, 관절속도, 중력 및 부력과 관련된 항으로 분류하여 표현하면 (7)~(10)식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{r} = \ddot{r}_\tau - \ddot{r}_{vel} - \ddot{r}_G \quad (7)$$

$$\ddot{r}_\tau = J M^{-1} \tau \quad (8)$$

$$\ddot{r}_{vel} = -J \dot{M}^{-1} C - J M^{-1} D + J \dot{q} \quad (9)$$

$$\ddot{r}_G = J M^{-1} G \quad (10)$$

이상의 식들이 공기중 로봇팔의 조작도 해석식과의 차이점은 M , G 에 부가질량과 부력이 고려되어 있다는 것과 D 항이 포함되어 있다는 것이다. 여기에 본 논문에서는 속도의 범위에 따른 속도관련 동적 조작도의 영향을 고려하기 위하여 관절토크의 범위 이외에도 각 관절의 속도의 범위를 이용하여 속도관련 동적 조작성을 구하는 방법을 제안한다. 유체속 로봇팔의 조작성 해석은 토크, 중력관련 조작성 및 속도관련 조작성의 조합으로 이루어진다.

III. 조작성 다면체

3.1 토크 및 중력관련 조작성 다면체

관절공간에서의 관절 토크나 속도를 무한대 놈의 형태로 제한하는 조작성 다면체에 의한 조작성의 해석방법은 해석적으로 풀리지 않는 반면, 각 관절 구동 액츄에이터의 개별 특성이 잘 반영되고, 해석적으로 풀리기 어려운 식에 적용하기 편리한 장점이 있다. 본 연구에서는 조작성 다면체를 이용하여 (8)~(10)식으로 표현되는 토크 및 속도 관련 동적 조작도를 조작성 다면체의 형태로 구하고 이들을 조합하여 유체속 로봇의 동적 조작성 해석을 수행한다.

(11)식으로 주어지는 관절 토크의 한계로 표현되는 토크의 영역은 (12)식과 같이 표현된다.

$$\| \tau \|_\infty \leq \tau_{max} \quad (11)$$

$$Q_\tau = \left\{ x | x = \sum_{i=1}^n \lambda_i \tau_i, \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i \leq \tau_{max} \right\} \quad (12)$$

여기서, $\tau_i \in R^n$ 은 Q_τ 의 꼭지점의 좌표이다. (12)식으로 주어지는 Q_τ 는 관절공간에서 표현된 관절의 토크 영역이며 (8)식에 의해 작업공간에서의 가속도의 한계로 표현하면

(13)식과 같이 나타난다.

$$P_r = \left\{ \forall y = A \sum_{i=1}^{2^*} \lambda_i \tau_i, \lambda_i \geq 0, \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \leq \tau_{\max} \right\} \quad (13)$$

여기서, $A = JM^{-1}$ 이다. (10)식으로 표현된 중력은 (13)식으로 표현된 다면체를 중력방향으로 이동시키는 역할만 한다.

3.2 속도관련 조작성 다면체

(9)식으로 표현된 속도관련 조작성 다면체를 얻기 위하여 관절공간에서의 속도의 범위를 다음과 같이 정한다.

$$\| \dot{q} \|_{\infty} \leq \dot{q}_{\max} \quad (14)$$

그러면, (15)식으로 주어지는 관절공간에서의 속도영역은 (16)식과 (17)식에 의해, 각각 전향력 및 원심력 항과 유체저항력 항에 의한 작업공간에서의 가속도 영역으로 변환된다.

$$Q_{\dot{q}} = \left\{ \forall x = \sum_{i=1}^{2^*} \lambda_i \dot{q}_i, \lambda_i \geq 0, \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \leq \dot{q}_{\max} \right\} \quad (15)$$

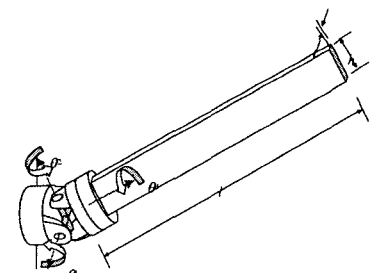
$$P_C = \left\{ \forall y = A \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \dot{q}_i^T H \dot{q}_i, \lambda_i \geq 0, \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \leq \dot{q}_{\max} \right\} \quad (16)$$

$$P_D = \left\{ \forall y = A \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \dot{q}_i^T T \dot{q}_i, \lambda_i \geq 0, \sum_{i=0}^{2^*} \lambda_i \leq \dot{q}_{\max} \right\} \quad (17)$$

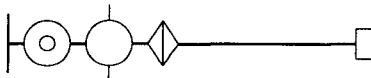
여기서, H, T 는 3차원 행렬이다.

IV. 조작성 해석의 예

점성 유체속에서 움직이는 로봇팔의 조작성 해석 예제로 그림 2와 같은 간단한 3축 1링크 바를 상정한다. 그림에서와 같이 링크의 끝점은 θ_1 과 θ_2 에 의해 반경이 l 인 구의 표면을 따라 움직인다. 문제를 단순히 하기 위해 작업공간에서의 링크의 끝점의 위치를 $r = [\theta_1, \theta_2]^T$ 로 표현하고, 관



(a) 구조 및 치수표기



(b) 초기자세 기호표기($q_1=q_2=q_3=0$)

그림 2. 3축 1링크 바

전변수를 $q = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ 로 정의하면 자코비안은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

링크의 끝점에 작용하는 힘이 없다고 하고, D 항 중 유체저항에 의한 저항력만을 (4)식에 따라 단순화하여 고려면, 로봇의 운동은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$M(q)\dot{q} + D(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (19)$$

여기서, 각 항은 다음과 같이 모델링하였다.

$$M(q) = \begin{bmatrix} I_x - I_{xa} & 0 & 0 \\ 0 & I_y - I_{ya} & 0 \\ 0 & 0 & I_x - I_{xa} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{1}{3} m (h \cos(q_3) + t \sin(q_3))^2 + I^{\ell} \\ I_y &= \frac{1}{3} m (h \sin(q_3) + t \cos(q_3))^2 + I^{\ell} \\ I_z &= \frac{1}{12} (h^2 + t^2) \end{aligned} \quad (21)$$

$$D(q, \dot{q}) = \dot{q}^T \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \dot{q} \quad (22)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C_1 = \frac{\rho}{2} C_D l^3 (h \sin(q_3) + t \cos(q_3))$$

$$C_2 = \frac{\rho}{2} C_D l^3 (h \cos(q_3) + t \sin(q_3)) \quad (24)$$

$$G(q) = \frac{1}{2} (mg - B) \begin{bmatrix} \cos(q_1) \cos(q_2) \\ \sin(q_1) \sin(q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

표 1에 주어진 링크의 파라미터를 이용하여 각각의 항에 의한 작업공간에서의 링크의 각가속도 조작성 다각형은 (13), (17)식에 의해 그림 3. ~ 5 와 같이 얻을 수 있다.

표 1. 시뮬레이션 파라미터

링크길이(l)	1 m	링크부력(B)	10 kg
링크높이(h)	0.2 m	I_{xa}	$-I_x$
링크두께(t)	0.05 m	I_{ya}	$-I_y$
링크질량(m)	27 kg	I_{za}	$-I_z$
유체밀도(ρ)	1000kg/m ³	저항계수(Cd)	0.2
$\ d\ _{\infty}$	≤ 200 N/m	$\ \dot{q}\ _{\infty}$	≤ 3 rad/sec

그림 3은 정지상태에서의 조작성 다각형이다. A, A'는 중력과 부력의 영향이 관절에 미치지 않는 자세이므로 부가질량에 의해 조작성 다각형이 축소되는 모양을 나타낸다. B는 중력에 의해 조작성 다각형이 음의 방향으로 이동하는 모양이며 B'는 중력과 부력의 차이만큼 이동한다. 그림 4는 관절의 속도에 의한 가속도 조작성 다각형이다. q_3 의 각도에 따라 각 관절에 걸리는 저항은 그림 2의 관절배치와 링크의

모양으로 보터 예측 가능한 모양으로 나타난다. 특히 \dot{q}_1 와 \dot{q}_2 의 합성분(꼭지점) 방향으로 가장 저항이 크게 나타나는 것은 그 방향의 속도가 가장 크기 때문이다. 그림 5는 주어진 링크로 얻을 수 있는 링크 끝점의 최대 및 최소 각가속도 정보를 나타내고 있다. $[0, 0, \frac{\pi}{2}]$ 와 $[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0]$ 자세는 각각 q_1 과 q_2 에 가장 큰 중력과 저항력이 걸리는 자세로 중력에 의해 다각형이 $-q_1$ 과 $-q_2$ 방향으로 이동되었으며(점선), 저항력에 의해 부피가 줄어들었다(실선). 점선으로 이루어진 다각형에서 음의 방향으로 가장 먼 점은 저항력이 0인 경우이므로 각 자세에서 주어진 관절 토크의 제한 조건으로 유체속에서 얻을 수 있는 최대의 각가속도를 나타내고 있다. 실선으로 이루어진 다각형의 양의 방향은 3 rad/sec로 각 관절의 최대 속도범위가 제한되었을 경우 링크의 끝점에 보장되는 최소의 각가속도를 나타낸다. 실선 다각형 전체가 q_1 또는 q_2 축의 좌반평면에 위치하면 관절 토크가 주어진 속도에 의한 저항을 이겨내지 못하는 것을 의미하며 더 이상의 가속은 일어나지 못하고 링크는 감속된다.

V. 결론

본 논문에서는 점성을 가지는 유체 속에서 움직이는 로봇 팔의 동적 조작도 해석법을 제안하였다. 유체속 로봇과 공기중 로봇과의 큰 차이점은 부가질량과 부력 그리고 속도에 따른 유체력을 받는다는 점에 착안하여 관절토크와 관절속도의 범위를 각각 따로 고려하고, 각각을 로봇팔 끝의 가속도로 변환하였다. 유체속 움직이는 링크 끝의 최대 가속도는 정지상태에서 얻어지며, 속도관련 조작성 다각형과의 차이로부터 로봇이 유체속에서 움직일 때 주어진 관절토크로 보장 받을 수 있는 최소의 가속도를 얻을 수 있다. 제안된 방법은 수중에서 관절을 가지고 운동하는 로봇의 성능예측이나, 저항력을 이용하는 각종 제어에 활용될 수 있을 것으로 예상된다. 특히, 물고기의 지느러미와 배의 추력을 얻는 노의 운동 해석이나 최적 설계 문제에 직접 응용될 수 있을 것으로 생각되며, 수중 로봇팔의 작업능력 향상이나, 구동 에너지 최소화 등에도 널리 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 논문은 한국해양연구원이 해양수산부의 지원으로 수행중인 “차세대 심해용 무인잠수정 개발 (Ⅲ)” 과제 연구결과와의 일부임을 밝히는 바이다.

참고문헌

[1] Tsuneo Yoshikawa, "Dynamic manipulability of robot

manipulators", Journal of Robotics Systems, vol. 2, no. 1, pp. 113-124, 1985.

[2] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciacivco, and B. Siciliaho, "Influence of gravity on the manipulability ellipsoid for robot arms", Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, vol. 114, no. 4, pp. 723-727, 1992

[3] Rosenstein, M.T, Grupen, R.A., "Velocity-dependent dynamic manipulability", Proc. ICRA '02 IEEE, vol.3 pp. 2424-2429, 2002

[4] 이지홍, 전봉환, "다족 보행로봇의 속도작업공간 해석", 제어자동화시스템공학회 논문지, Vol. 8, No. 6, pp. 477-483, June, 2002

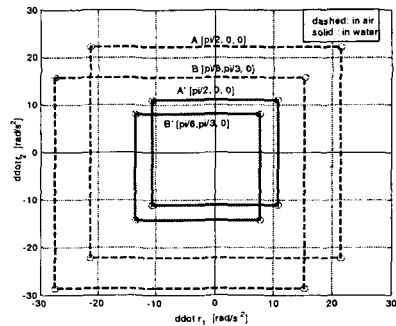


그림 3. 부가질량과 부력의 영향

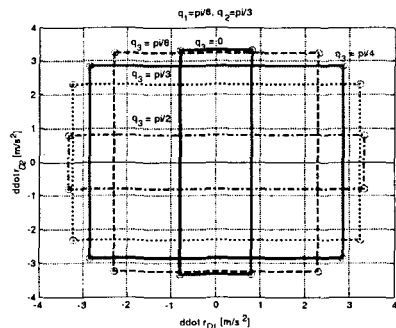


그림 4. 저항력 조작성다각형 || \dot{q} || ≤ 3

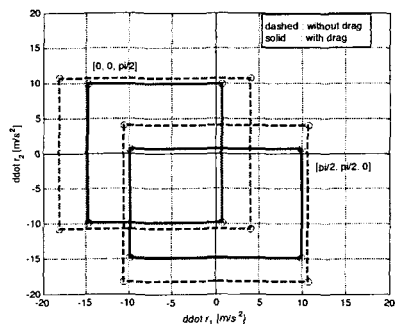


그림 5. 최대/최소 조작성 다각형