

반복 학습 제어를 이용한 2 관성 공진계의 진동 억제에 관한 연구

이학성
세종대학교 전자공학과

Study on Vibration Suppression of 2-Mass Resonant System Using Iterative Learning Control

Hak-Sung Lee
Department of Electronics Engineering, Sejong University
E-mail : hslee@sejong.ac.kr

Abstract

2 관성 공진계는 빠른 응답을 위해 제어이득을 크게 하면 공진에 의해 축비틀림 진동이 일어나는 경우가 많다. 본 논문에서는 반복 학습 제어기법을 활용하여 불확실한 모델 계수를 포함하는 2 관성 공진계의 진동 억제를 시도한다. 2 관성 공진계의 경우 제어 대상이 되는 부하측 속도는 학습 제어로 직접 적용하기가 힘들고 또한 측정 또한 어렵다. 본 논문에서는 부하측 속도와 전동기측 속도간의 관계를 이용하여 직접 부하측 속도를 제어하는 대신 전동기측 속도를 제어하여 간접적으로 부하측 속도를 제어하였다. 제안된 방식은 전형적인 2 관성 공진계에 모의 실험을 통해 적용되었고, 정확한 모델이 없이도 진동 없는 빠른 응답특성을 보여준다.

I. 서론

전동기와 부하가 강성이 낮은 축으로 연결된 경우 전동기의 관성과 부하의 관성에 의해 축에 비틀림 현상이 발생하고 이와 같이 구성된 기계계를 2 관성 공진계(2-Mass Resonant System)라고 한다. 2 관성 공진계에 대해 보통 널리 이용되어지고 있는 PI 속도제어를 사용하여 응답이 빠른 속도제어를 하려고 제어이득을 크게 하면 공진에 의해 축 비틀림 진동이 일어나는 경우가 많다. 이 진동은 통상 장시간의 잔류 시간을 가지고 있어 정착 시간(Settling Time)을 증대시키거나 정밀도를 떨어트

려 해당 시스템의 성능을 떨어트리는 경우가 일반적이다. 따라서 생산성 향상을 도모하기 위해 이러한 2 관성 공진계가 갖는 전동기의 속도 또는 위치제어에 있어서 고정밀/고속응답이 절실히 요구되고 있다. 한편, 이와 같은 2 관성 공진계의 축 비틀림 진동을 억제하기 위하여, 외란 관측기(Disturbance Observer)를 이용하는 방법 [1], LQG 제어를 이용하는 방법 [2] H-infty 필터를 이용한 제어 방법 [3] 등이 연구되어지고 있다. 이러한 연구들은 기본적으로 관측기(Observer)로 측정 불가능한 변수를 관측하여 이를 PI 제어 혹은 상태 반환(State Feedback)하는 방식으로 구성되어 있다. 한편 일반적으로 관측기는 제어 대상 시스템에 대한 정확한 모델을 필요하고 또 관측기의 관측 성능이 우수하기 위해서는 모델에 사용되는 계수에 대한 정밀한 수치가 요구된다. 보통 관측기 모델에 사용되는 계수들로는 축의 비틀림 상수 또는 부하의 관성 계수 등을 들 수 있다. 그러나 이와 같은 계수는 구하기가 어렵고 특히 부하의 관성 계수는 로봇의 부하 및 로봇 팔의 Kinematics 등에 의해 달라지므로 정밀한 수치를 추정하는데 어려움이 있다. 이로 인해, 관측기에서는 다소 부정확 계수를 사용할 수밖에 없고 이로 인해 적절한 진동 억제가 이루어지지 않을 수 있다. 이러한 문제를 극복하기 위해 본 논문에서는 모델에 대한 불확실성을 극복할 수 있는 반복 학습 제어(Iterative Learning Control) 기법을 이용하여 2 관성 공진계의 진동을 억제하는 방법을 제시 한다.

II. 2 관성 공진계

강성이 작은 축에 의해 전동기와 부하가 연결된 2 관성계는 그림 1 과 같다. 여기서 사용된 각 변수는 다음과 같다.

- J_1 (J_2): 전동기(부하) 축 관성 모멘트
- K_{12} : 축 비틀림 상수
- ω_1 (ω_2): 전동기(부하) 축 각속도
- T_m : 전동기 발생 토크

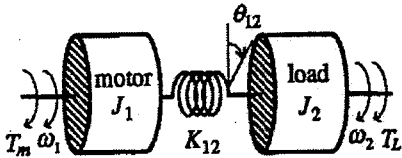


그림 1. 2 관성 공진계

이제 부하 외란 토크(T_L)를 영이라 가정하고, 그림 1 의 2 관성 공진계에 대해 상태 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & -K_{12}/J_1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & K_{12}/J_2 & 0 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 1/J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \quad (2)$$

이고, $x = [\omega_1 \quad \theta_{12} \quad \omega_2]^T$, $u = T_m$ 이다. 식(1)의 2 관성 공진계에서 실제로 제어 대상이 되는 변수는 ω_2 이나, 센서등의 문제로 이의 측정이 어렵고, 실제로 측정가능한 변수는 ω_1 이다.

III. 반복 학습 제어기법을 이용한 2 관성 공진계의 모션제어

본 절에서는 앞 절에서 소개된 2 관성 공진계에 대해 반복 학습제어 기법을 적용하는 문제에 대해 논의

한다. 한편, 반복 학습 제어는, 어떤 주어진 작업이 반복적으로 이루어 질 때, 이전 반복의 오차 정보를 활용하여 다음 반복에서의 제어 성능을 개선하는 방식으로 구성되어 있다[4][5][6]. 이때, 이전 반복의 오차 정보를 어떻게 활용하는가에 따라 반복 학습제어기의 구조가 달라지지만, 본 논문에서는 그 중 널리 사용되고 있는 PD-type 학습제어 기법을 고려한다.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(\dot{e}_k(t) + Re_k(t)) \quad (3)$$

여기서 첨자 k 는 반복 횟수를 나타내고, $e(t)$ 는 원하는 출력 궤적($y_d(t)$)과 실제 출력 궤적($y(t)$)간의 오차를 나타낸다.

이 PD-type 학습 제어기의 수렴 조건은

$$\|I - \Gamma CB\| < 1 \quad (4)$$

로 알려져 있다. 만약 식(1)(2)의 2 관성계에 이 반복 학습 제어 법칙을 적용할 경우 학습 제어 법칙을 설계하기 위해 필요한 정보는 전동기의 관성 모멘트(J_1)뿐이므로 모델이 부정확한 2 관성 공진계에 대해서도 식(3)의 학습 제어 기법의 적용이 가능하다.

한편, 식(3)의 학습 제어 기법은 제어 대상 시스템의 출력이 미리 정해진 원하는 출력 궤적을 추종하는 문제에 적용 가능하다. 그러나 통상 2 관성 공진계의 모션 제어의 경우 각속도 지령에 대한 Set Point Tracking 문제로 주어지는 경우가 일반적이다. 따라서 반복 학습 제어 법칙을 적용하기 위해서는 주어진 Set Point Tracking 문제를 적절한 경로 추종 문제로 변환시킬 필요가 있다. 또 식(4)의 수렴 조건은 전동기 축의 각속도(ω_1)를 출력으로 하였을 때에는 적용이 가능하나, 2 관성 공진계의 실제 제어 대상이 되는 부하축 각속도(ω_2)에 대해서는 적용이 불가능하다. 게다가 앞 절에서 언급한 바와 같이 일반적으로 부하축 각속도(ω_2)는 측정이 불가능하다. 따라서 반복 학습 제어기법을 2 관성계의 부하축 모션제어에 응용하기 위해서는 (i) '주어진 Set Point 간의 경로 설정' (ii) '측정되지 않는 ω_2 에 대한 학습 제어 적용'등의 문제가 해결되어야 한다.

3.1 set point 간의 출력 경로 선정

통상의 모션제어에서의 제어 목적은 출력 변수를

목표치에 도달하게 하는 set point tracking 문제로 주어지는 것이 일반적이다. 한편 이를 학습 제어를 통해 접근하기 위해서는 원하는 출력 궤적이 필요한데 이 출력 궤적은 set point 간에 적절한 경로를 생성하는 것으로 구성되어 질 수 있다. 본 절에서는 이 출력 경로에 생성에 가해지는 제약 조건에 대해 고려한다. 이를 위해 부하측 각속도가 $\omega_2(t_1)=a$ 에서 $\omega_2(t_2)=b$ 로 변경하는 상황을 고려하자. 이 set point 를 정상 상태로 간주하면 시간 t_1 , t_2 에서 다른 상태 변수들은 다음의 값을 갖는다.

$$\begin{aligned} \omega_1(t_1) &= \omega_2(t_1) = a & \theta_{12}(t_1) &= 0 \\ \omega_1(t_2) &= \omega_2(t_2) = b & \theta_{12}(t_2) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

식의 (5)의 조건을 식(1)에 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \omega_2(t_1) &= K_{12} / J_2 \theta_{12}(t_1) = 0 \\ \frac{d}{dt} \omega_2(t_2) &= K_{12} / J_2 \theta_{12}(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

또, 식(6)을 미분하고 식(5)를 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \omega_2(t_1) &= K_{12} / J_2 (\omega_1(t_1) - \omega_2(t_1)) = 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \omega_2(t_2) &= K_{12} / J_2 (\omega_1(t_2) - \omega_2(t_2)) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 원하는 각속도 경로는 위의 식(5)-(7)을 만족하도록 설정되어야 한다. 예를 들어 $\omega_2^d(t)$ 를 ω_2 에 대한 원하는 출력 궤적이라 하면 다음식을 만족하도록 설정되어야 한다.

$$\begin{aligned} \omega_2^d(t_1) &= a & \frac{d}{dt} \omega_2(t_1) &= \frac{d^2}{dt^2} \omega_2(t_1) = 0 \\ \omega_2^d(t_2) &= b & \frac{d}{dt} \omega_2(t_2) &= \frac{d^2}{dt^2} \omega_2(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

3.2 부하측 각속도에 대한 학습 제어 적용

2-관성 공진계에서 ω_2 는 부하의 각속도로 일반적인 경우 제어 대상 변수가 되나, 보통 ω_1 를 검출하는 것이 일반적이다. 한편 학습제어 기법을 적용하기 위해서는 제어 대상 변수에 대한 측정이 필요하나, 2-관성계와 같은 경우 이의 측정이 불가능한 경우가 일반적이다. 본 논문에서는 이와 같이 부하측의 각속도(ω_2)의 검출이 불가능하므로 검출이 용이한 전동기측의 각속도(ω_1)

를 이용하여 진동 억제를 수행한다. 이를 위해 먼저 부하측의 각속도와 모터측의 각속도간의 관계를 도출한다. 식(1)에 의하면, 이 두 각속도는 다음과 같은 관계를 갖고 있음을 알 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \omega_2 = K_{12} / J_2 \theta_{12} \quad (9)$$

위 식을 미분하고 정리하면 다음을 얻는다.

$$\omega_1 = \omega_2 + \frac{J_2}{K_{12}} \frac{d^2}{dt^2} \omega_2 \quad (10)$$

따라서, 부하측 각속도에 대한 원하는 속도 궤적을 $\omega_2^d(t)$ 라 하면, 위 식에 의해 전동기측의 원하는 속도 궤적을 $\omega_1^d(t)$ 은 다음과 같다.

$$\omega_1^d(t) = \omega_2^d(t) + \frac{J_2}{K_{12}} \frac{d^2}{dt^2} \omega_2^d(t) \quad (11)$$

따라서 전동기측의 각속도를 위와 같이 정의된 궤적을 추종하도록 하면 검출이 어려운 부하측의 각속도가 주어진 궤적 $\omega_2^d(t)$ 를 추종하도록 하는 것이 가능하다.

IV. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 기법의 유효성을 검증하기 위해 [1]에서 제시된 2 관성 진동계에 적용하였다. 시뮬레이션에 사용된 2 관성 공진계에 대한 계수는 다음과 같다.

$$J_1 = 0.016 \text{ kg m}^2 \quad J_2 = 0.004 \text{ kg m}^2 \quad K_{12} = 1.2938 \text{ kg m}^2$$

이 2 관성 공진계의 부하측 각속도를 0[rad/sec]에서 5[rad/sec]이 되도록 하되 settling time 이 1 초 이내가 되게 하도록 하고자 한다. 이의 조건과 식 (8)을 고려하여 부하측 각속도의 원하는 속도 궤적을 다음과 같이 정의 하였다.

$$\omega_2^d(t) = \begin{cases} 50t^3 - 75t^4 + 30t^5 & \text{if } 0 \leq t \leq 1 \\ 5 & \text{if } 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

위 식의 부하측 속도궤적에 대응하는 모터측의 속도 궤적은 다음과 같다.

$$\omega_1^d(t) = \begin{cases} 0.9t + 2.8t^2 + 51.9t^3 & \text{if } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{-75t^4 + 30t^5}{5} & \text{if } 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

그림 2 는 부하측 및 전동기측에 대한 원하는 속도 궤적을 보여주고 있다.

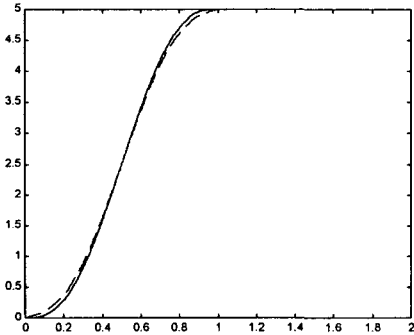


그림 2. 부하측(실선) 및 전동기측(점선) 에 대한 원하는 속도 궤적

이 속도 궤적에 식(3)의 학습 제어기는 이용하였고, 수렴 조건등을 고려하여 $\Gamma = 0.0112$ $R = -2.0$ 으로 선정하였다. 그림 3.은 시행 횟수에 대한 부하측의 속도 오차를 보여주고 있다. 그림 3.에서 볼 수 있듯이 제안된 방식에 의해서 2 관성 공진계의 부하측 각속도가 진동없이 원활히 제어됨을 알 수 있다.

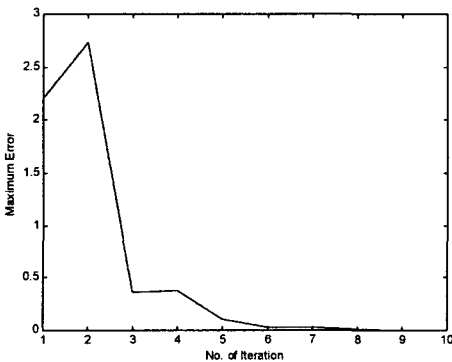


그림 3. 부하측 각속도오차

V. 결론

본 논문에서는 2 관성 공진계의 진동 억제제를 위해 반복 학습 제어 기법을 적용하는 새로운 진동 억제 기

법을 제안하였다. 제어 대상이 되는 부하측 속도는 학습 제어로 직접 적용하기가 힘들고 또한 측정 또한 어렵다. 본 논문에서는 부하측 속도와 전동기측 속도간의 관계를 이용하여 직접 부하측 속도를 제어하는 대신 전동기측 속도를 제어하여 간접적으로 부하측 속도를 제어하였다. [1]의 2 관성 공진 시스템을 대상으로 적용한 결과 응답 속도도 빠르면서 진동이 억제되는 것을 볼 수 있다. 제안된 방식은 모델에 대한 의존도가 적으므로 모델이 부정확하더라도 진동없이 정확하게 부하측 속도를 제어하는 것이 가능하다.

참고문헌

- [1] K. Sugiura and Y. Hori, "Vibration Suppression in 2- and 3-Mass System Based on the Feedback of Imperfect Derivative of the Estimated Torsional Torque," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.43, no.1, February 1996, pp. 56-64.
- [2] J. K. Ji and S. K. Sul, "Kalman Filter and LQ Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2-Mass Motor Drive System," *IEEE Transactions on Industry Electronics*, vol.42, no.6, December 1995, pp.564-571.
- [3] J. S. Kim, S.U. Kim and Y.S. Kim. "The Vibration Suppression Control of the Two-Mass Resonant System Using the H-infinity Filter", *Trans. KIEE*, Vol 47, No. 4 1998
- [4] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Bettering operation of robots by learning," *Journal of Robotics System*, vol. 1, no. 2, pp.123-140, 1984.
- [5] H. S. Lee and Z. Bien, "Study on robustness of iterative learning control with non-zero initial error," *International Journal of Control*, vol. 64, pp. 345-359, Mar. 1996.
- [6] H. S. Lee and Z. Bien, "Design Issues on Robustness and convergence of a iterative learning controller," in *Intelligent Automation and Soft Computing*, vol. 8, no. 2, pp 95-106, 2002.