

TITO 시스템의 최적 PID 동조

이 동 배, 서 병 설

한양대학교 전기공학과

전화 : 02-2290-0364 / 핸드폰 : 017-422-0150

An Optimal PID Controller Tuning for TITO System

Dong Bae Lee, Byung Suhl Suh

Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University.

E-mail : styling@ihanyang.ac.kr

Abstract

This paper presents an optimal tuning method of decentralized PID controller of two-input, two-output(TITO) second order system to be formulated as LQR.

I. 서론

TITO(Two Input Two Output) 시스템은 다변수 시스템이기 때문에 최적으로 동조하는 것은 매우 어려운 과제이다. 이 같은 다변수 시스템의 PID 제어기 동조는 Niederlinski^[1] 에 의해 일반화된 Ziegler-Nichols 방법으로 제시된바 있다. 또한 최적성 및 강인성을 보장하는 분산된 제어기를 동조하기 위해 Skogestad^[2], Chiu^[3], Hovd^[4], Gagnon^[5] 등은 H^∞ 및 μ -Synthesis 이론을 이용하여 강인한 성능을 이룰 수 있는 분산된 제어기 동조 방법을 제시하였으나 이와 같은 방법들은 설계 과정 및 계산 과정이 매우 복잡하여 실용화 하는데 어려움이 있다. 이러한 복잡함과 어려움을 극복하기 위해 설계상의 간편성과 최적성 및 강인성을 내포하는 LQ방법이 하나의 대안이 될 수 있다.

Lin-Gundes^[6]는 다변수 시스템에서의 PI 동조를 LQR 설계문제로 전환하고자 노력하였다. 그러나, Lin-Gundes가 제시한 방법은 PI 제어기 구조로 나타내기 위해 시스템의 상태방정식을 상태변수의 개수와 출력의 개수가 같도록 하는 극심한 제한조건이 있으며 이러한 PI 제어기 구조는 PID 제어기 구조로 확장하는데 어려움이 있다. 그리고 이 같은 LQ방법은 다변수 PI/PID 제어기

(Multivariable Controller 또는 Full Controller)로서 설계가 매우 복잡하고, 실제적인 구현에 있어서 비용이 많이 드는 단점이 있다. 반면에, 분산된 PI/PID 제어기(Multi-loop Controller 또는 Decentralized Controller)는 다변수 PI/PID 제어기에 비해 구조가 간단하고 비용이 적게 든다는 장점이 있다. 이를 고려하여 Um-Suh^[7]는 시스템의 상태방정식을 상태변수의 개수와 출력의 개수가 같도록 하는 극심한 제한조건을 극복하기 위한 TITO 시스템의 분산된 LQ-PI 제어기 동조를 제시하였다.

PI제어기는 시스템의 제동(damping)과 시간응답에서의 과도응답을 조절하는데 어려움이 있으므로 이를 보완하기 위해 PI제어기에 미분요소(derivative)를 첨가함으로써 오차를 예측하여 줄일 수 있다. 따라서 본 연구에서는 TITO시스템을 고려하여 분산된 LQ-PID 제어기 설계방법을 창출하고자 한다. 또한 주파수 영역의 설계사양인 명령추종, 외란 제거, 센서 잡음 저감도를 만족하도록 제어기를 설계하기 위해 분산된 LQ-PID 제어기 설계는 PID 제어요소를 포함한 페루프 상태방정식과 LQR의 페루프 상태방정식의 관계를 유도하였다.

II. TITO 시스템을 위한 페루프 상태방정식

본 연구에서는 다변수 시스템에서 가장 흔히 접할수 있는 TITO시스템에 대해서 고려하고자 한다. 이러한 TITO시스템에 주파수 영역에서의 일반적인 블록선도는 그림 1과 같고 여기에서 $y(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 출력변수, $u(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 제어변수, $r(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 명령입력, $e(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 오차변수이다.

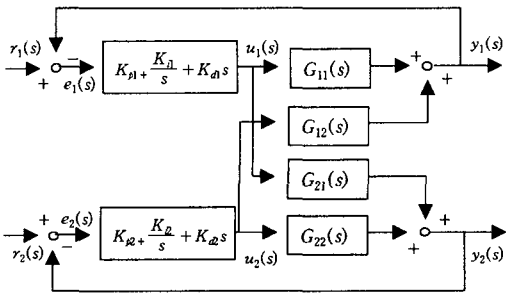


그림 1. TITO시스템

그림1에서 TITO시스템의 전달함수행렬(Transfer Function Matrix) $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

그림1에서 보듯이 각각의 PID제어기와 오차신호에의 해 제어입력신호가 결정되며 이는 식(2)와 같이 시스템 식(1)을 제외한 대각행렬 제어기 형태로 표현된다.

$$u(s) = \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{p1} + \frac{k_{s1}}{s} + k_{d1}s & 0 \\ 0 & k_{p2} + \frac{k_{s2}}{s} + k_{d2}s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)는 또한 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(s) = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 \\ 0 & k_{s2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{e_1(s)}{s} \\ \frac{e_2(s)}{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{d1} & 0 \\ 0 & k_{d2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s e_1(s) \\ s e_2(s) \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서, $K_p = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{bmatrix}$, $K_s = \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 \\ 0 & k_{s2} \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} k_{d1} & 0 \\ 0 & k_{d2} \end{bmatrix}$ 이다.

$K_p \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 비례이득행렬, $K_s \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 적분이득행렬이고 $K_d \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 미분이득행렬이다.

이제, 그림 1의 주파수역인 TITO시스템을 시간역인 상태방정식으로 전환하기 위해 다음을 고려하여 보자. 일반적인 선형 시불변 다변수 시스템 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4)$$

$$y = Cx \quad (5)$$

여기서, $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 이고, y 는 출력 벡터, u 는 제어입력벡터이다. 식(4)와 식(5)의 행렬은 TITO시스템에서 2차 시스템을 고려하기 위해 다음과 같이 2×2 행렬의 각 요소별로 나타낸다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

제어의 목적은 출력이 정상상태($t \rightarrow \infty$)에 도달하여 오차 e 가 어떤 조건하에서도 0으로 수렴하도록 하여 명령입력과 같게 하는 제어시스템이기를 원한다. 정상 상태에서 출력벡터와 오차벡터는 $y(\infty) = r$, $e(\infty) = 0$ 이다. TITO시스템의 적분오차벡터를 첨가시켜 새로운 변수벡터를 도입하면 오차벡터 e 는 다음과 같다.

$$\dot{z} = e \text{ 또는 } z = \int e \cdot dt \quad (7)$$

이제, 본래의 상태에서 정상상태를 뺀 새로운 변수벡터로 나타내어 보면,

$$\hat{x} = x - x(\infty), \hat{u} = u - u(\infty), \hat{y} = y - y(\infty) \quad (8)$$

$$\hat{z} = z - z(\infty) \quad (9)$$

$$e = r - y \quad (10)$$

이다. 식(8)에 의해 식(10)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{y} = y - y(\infty) = y - r = -e \quad (11)$$

$$e = -\hat{y} = -C\hat{x} \quad (12)$$

선형 시불변 다변수 시스템의 상태방정식에 즉, 식(4), (5)에 적분오차벡터를 첨가하고 식(8), (9), (10), (11), (12)를 이용하여 첨가된 상태방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \hat{u} \quad (13)$$

$$\hat{y} = [C \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\hat{u} = -K_p \cdot C\hat{x} + K_i \cdot \hat{z} - K_d \cdot C\dot{\hat{x}} \quad (15)$$

PID제어요소가 포함된 페루프 상태방정식을 나타내기 위해서 식(13)의 \hat{u} 에 식(15)를 대입하여 페루프 상태방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I + BK_d C)^{-1}(A - BK_p C) & (I + BK_d C)^{-1}BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (16)$$

식(16)에서처럼 PID제어요소가 포함된 TITO시스템의 페루프 상태방정식이 유도됨을 알 수 있다.

III. LQ-PID제어기 해석

LQR로 해석하기 위해서 식(7)의 적분오차벡터를 첨가한 2차 가격함수를 고려하자.

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{x}^T & \hat{z}^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \hat{u}^T R \hat{u} \right\} dt \quad (17)$$

식(17)에서 상태가중행렬 Q 는 양의 반한정(Positive semi-definite)대칭행렬이고, 제어가중행렬 R 은 양의 한정(Positive-definite)대칭행렬이다. $R = \rho \cdot I$ 로 선정하고, 상태가중행렬 $Q = N^T N$ 으로 놓는다. 그러면, 최적제어법칙은 다음과 같다.

$$\hat{u} = -(G_1 \cdot \hat{x} + G_2 \cdot \hat{z}) = -[G_1 \quad G_2] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$G = [G_1 \quad G_2] = R^{-1} B_o^T K \quad (19)$$

여기서, G 는 LQR의 제어이득행렬이고, K 는 양의 반한정 대칭행렬이고 다음은 Riccati방정식의 해이다.

$$KA_o + A_o^T K + Q - KB_o R^{-1} B_o^T K = 0 \quad (20)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{34} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (21)$$

LQR의 제어이득행렬이 포함된 페루프 상태방정식을 나타내기 위해서 식(13)의 \hat{x} 에 식(18)을 대입하여 LQR의 페루프 상태방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BG_1 & -BG_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

TITO제어시스템을 LQR로 해석하기 위해서는 식(16)과 식(22)의 페루프 상태방정식이 같아야 한다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (I + BK_d C)^{-1}(A - BK_p C) & (I + BK_d C)^{-1}BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A - BG_1 & -BG_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

따라서, 식(23)과 같은 각각의 페루프 상태방정식에 의해 LQR제어이득과 분산된 PID계수와 관계를 맺어 안정도-강인성을 보장하는 PID계수행렬을 얻을 수 있다. 식(23)에서 각각의 페루프 상태방정식에서 다음과 같은 분할행렬(Partitioned matrix)이 같아야 한다.

$$(I + BK_d C)^{-1}(A - BK_p C) = A - BG_1 \quad (24)$$

$$(I + BK_d C)^{-1}BK_i = -BG_2 \quad (25)$$

식(25)를 요소별로 나타내어 미분이득인 K_d 행렬의 요소 k_{d1}, k_{d2} , 적분이득인 K_i 행렬의 요소 k_{i1}, k_{i2} 와 LQR제어이득 G_2 행렬의 요소 $g_{13}, g_{14}, g_{23}, g_{24}$ 와의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{a} \begin{bmatrix} b_{11} + b_{11}b_{22}c_{22}k_{d2} - b_{12}b_{21}c_{22}k_{d2} & 0 \\ 0 & b_{12} + b_{12}b_{21}c_{12}k_{d1} - b_{11}b_{22}c_{22}k_{d1} \\ b_{21} + b_{12}b_{21}c_{21}k_{d2} - b_{11}b_{22}c_{21}k_{d2} & 0 \\ 0 & b_{22} + b_{11}b_{22}c_{11}k_{d1} - b_{12}b_{21}c_{11}k_{d1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} k_{i1} \\ k_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}g_{13} + b_{12}g_{23} \\ b_{11}g_{14} + b_{12}g_{24} \\ b_{21}g_{13} + b_{22}g_{23} \\ b_{21}g_{14} + b_{22}g_{24} \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서 $a = \det[(I + BK_d C)^{-1}]$ 이고 식(26)에 의하여 미분이득요소들인 k_{d1}, k_{d2} 의 해와 적분이득요소들인 k_{i1}, k_{i2} 를 구할 수 있다. 식(24)를 요소별로 나타내어 비례이득인 K_p 행렬의 요소 k_{p1}, k_{p2} 와 LQR제어이득 G_1 행렬의 요소 $g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$\beta \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11}c_{11}k_{p1} - b_{12}c_{21}k_{p2} & a_{12} - b_{11}c_{12}k_{p1} - b_{12}c_{22}k_{p2} \\ a_{21} - b_{21}c_{11}k_{p1} - b_{22}c_{21}k_{p2} & a_{22} - b_{11}c_{12}k_{p1} - b_{22}c_{22}k_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - (b_{11}g_{11} + b_{12}g_{21}) & a_{12} - (b_{11}g_{12} + b_{12}g_{22}) \\ a_{21} - (b_{21}g_{11} + b_{22}g_{21}) & a_{22} - (b_{21}g_{12} + b_{22}g_{22}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서 $\beta = (I + BK_d C)^{-1}$ 이고 식(27)에 의하여 비례이득요소들인 k_{p1}, k_{p2} 의 해를 구할 수 있다.

위의 식(26)과 (27)에서 구하여지는 K_p, K_i, K_d 는 가중치 요소 Q와 R에 의하여 결정된다. 다음 장에서는 Q와 R의 선정방법에 대해 제시하고자 한다.

IV. LQR의 Q와 R 선정

가중치 요소 Q와 R은 성능 및 안정도-강인성의 개선을 고려하여 설정한다. 이를 위하여 플랜트의 출력측에

서 절단한 루프전달함수의 특이값 일치기법 Suh^[8]에 기초하여 설정한다. 즉 성능 문제를 고려하기 위해 플랜트 입력에서가 아닌 출력에서 절단한 루프전달함수 $T(s)$ 를 사용해야 한다. 식(24)와 식(25)에 의해, $K_i = -(I + K_d CB)G_2, K_d = (G_1 - K_p C)(CA - CBG_1)^{-1}, K_p = (G_1 - K_d CA + K_d CBG_1)C^{-1}$ 의 관계가 나오므로 $T(s)$ 는 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} T(s) &= C(sI - A)^{-1}B \cdot (K_p + \frac{K_i}{s} + K_d) \\ &= C(sI - A)^{-1}B \cdot \{ (G_1 - K_d CA + K_d CBG_1)C^{-1} \\ &\quad - \frac{(I + K_d CB)G_2}{s} + (G_1 - K_p C)(CA - CBG_1)^{-1} \} \end{aligned} \quad (28)$$

저주파수와 고주파수에서 $T(s)$ 의 극한값을 구하기 위해 Kwakernaak Sivan^[9]의 LQR의 제어이득행렬 G 의 극한거동인 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} G = WN$ 을 이용한다. 여기서 W 는 일원행렬(unitary Matrix)로 $W^T W = I$ 이다. LQR의 제어이득행렬 G 와 설계 파라미터 N 은 $G = [G_1 \ G_2]$ 와 $N = [N_1 \ N_2]$ 으로 분해하고, 각각의 N_1, N_2 에 대해 W 가 단위행렬이 되도록 하는 새로운 설계 파라미터 \bar{N}_1, \bar{N}_2 라 할 때 다음과 같은 극한거동식이 얻어질 수 있다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} [G_1 \ G_2] = [\bar{N}_1 \ \bar{N}_2] \quad (29)$$

관계식 (29)를 이용하여 식(28) $T(s)$ 의 극한값을 저주파수와 고주파수 부분에서 구해보자.

저주파수 부분에서는 $s \rightarrow 0$ 이므로 $T(s)$ 는 식(30)과 같이 근사화 되고 식(31)과 같이된다.

$$T(s) \approx -C(-A)^{-1}B \frac{(I + K_d CB)}{s} G_2 \quad (30)$$

$$T(s) \approx -\frac{I}{s\sqrt{\rho}} C(-A)^{-1}B(I + K_d CB)\bar{N}_2 \quad (31)$$

$T(s)$ 의 극한값을 구하기위해 $-C(-A)^{-1}B(I + K_d CB)\bar{N}_2 = I$ 를 만족하는 설계 파라미터 \bar{N}_2 는 다음과 같다.

$$\bar{N}_2 = -\{C(-A)^{-1}B(I + K_d CB)\}^{-1} \quad (32)$$

고주파수 부분에서는 $s \rightarrow \infty$ 이므로 $T(s)$ 는 식(33)과 같이 근사화 되고 식(39)와 같이된다.

$$T(s) \approx CB(G_1 - K_p C)(CA - CBG_1)^{-1} \quad (33)$$

$$T(s) \approx CB(\frac{\bar{N}_1}{\sqrt{\rho}} - K_p C)(CA - CB\frac{\bar{N}_1}{\sqrt{\rho}})^{-1} \quad (34)$$

$CB(\frac{\bar{N}_1}{\sqrt{\rho}} - K_p C)(CA - CB\frac{\bar{N}_1}{\sqrt{\rho}})^{-1} = I$ 를 만족하는 설계 파라미터 \bar{N}_1 는 다음과 같다.

$$\bar{N}_1 = \sqrt{\rho} \frac{K_p C + B^{-1}A}{2} \quad (35)$$

식(32)과 식(35)에 의해 \bar{N}_1, \bar{N}_2 가 결정되면 상태가중행렬은 $Q = N^T N$ 으로 결정되고, 제어가중행렬 $R = \rho I$

에서 ρ 는 명령추종 및 외란 장벽과 센서 잡음 장벽을 고려하여 결정된다.

V. 시뮬레이션

2-입력, 2-출력의 고순도 증류기 시스템을 고려하자. 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -0.0052 & 0 \\ 0 & -0.0667 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0.4526 & 0.0933 \\ 0.5577 & -0.0933 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

주파수역 설계사양에서 명령추종, 외란장벽은 $\Omega_r = 10$, 센서잡음장벽은 $\Omega_n = 10^6$ 으로 고려한다. 제어가중행렬 $R = \rho I$ 에서 $\rho = 10^{-5}$ 로 선택하고 상태가중행렬 $Q = N^T N$ 는 \bar{N}_1 과 \bar{N}_2 는 식(32)과 식(35)에 의해서 결정된다. 제어이득행렬 G 는 다음과 같이 얻어진다.

$$G = \begin{bmatrix} 4.3697 & 3.0626 & -21.5380 & 16.1608 \\ -1.3071 & 7.2477 & -166.3170 & 132.2669 \end{bmatrix}$$

G 를 식(26)과 식(27)에 대입하여 K_p, K_i, K_d 가 다음과 같이 얻어진다.

$$K_p = \begin{bmatrix} 11.31 & 0 \\ 0 & -15.79 \end{bmatrix}, K_i = \begin{bmatrix} 397.06 & 0 \\ 0 & -273.45 \end{bmatrix}, K_d = \begin{bmatrix} 0.24 & 0 \\ 0 & -1.72 \end{bmatrix}$$

$T(s)$ 의 루프형상을 그림 3에서 볼 수 있다. 즉, $T(s)$ 곡선이 저주파에서 명령추종장벽, 외란장벽과 고주파에서 센서잡음장벽을 침범하지 않는다.

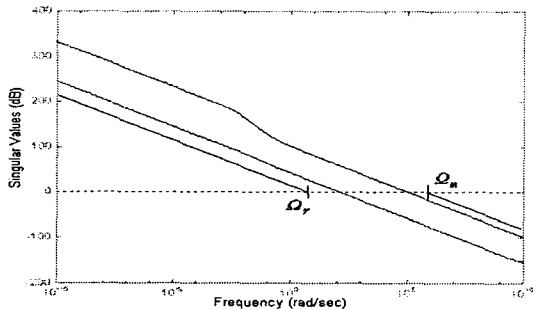


그림 3. 루프전달함수 $T(s)$

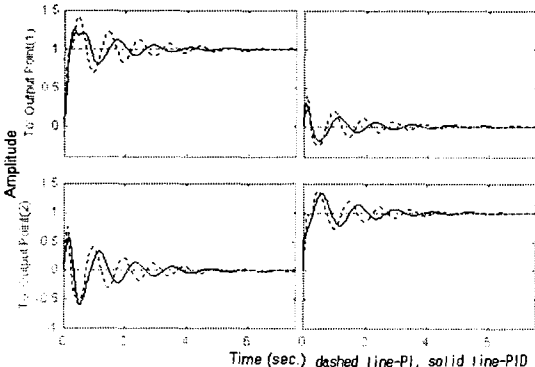


그림 4. 분산된 PI, PID 제어기에 의한 계단응답

그림 4에서는 분산된 LQ-PID 제어기^[7]와 본 논문에서 제시한 LQ-PID 제어기의 시간응답곡선을 나타냈다. 그림에 나타난 것처럼 PI 제어기에 비해 PID 제어기의 응답곡선에서 과도응답이 감소함을 볼 수 있다.

VI. 결론

TITO시스템의 분산된 PID제어기 설계방법을 시간영역으로 접근하여 PID제어기의 최적 강인 설계를 LQR 설계문제로 전환하였고, 이를 각각의 페루프 상태방정식과 관계를 맺어 루프형성절차를 통해 주파수역 설계 사양에 만족하도록 가격함수의 가중치 요소 Q와 R을 선정함으로써 최적 PID제어기 설계방법을 제안하였다.

참고 문헌

- [1] A. NIEDERLINSKI, 'A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control system', *Automatica*, pp. 609-701, 1971.
- [2] S. Skogestad and M. Morari, "Robust performance of decentralized control systems by independent designs," *Automatica*, Vol. 25, No. 1, pp. 119-125, 1989.
- [3] M. Chiu and Y. Arkun, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems", *Automatica*, Vol. 28, No. 5, pp. 997-1001, 1992.
- [4] M. Hovd and S. Skogestad, "Sequential design of decentralized controllers", *Automatica*, Vol. 30, pp. 1601-1607, 1994.
- [5] E. Gagnon, A. Pomerleau, and A. Desbiens, "Mu-Synthesis of robust decentralised PI controllers", *IEEE Proc Contr. Theory Appl.*, Vol. 146, No. 4, pp. 289-294, 1999.
- [6] C. Lin and A. Gunders, "Multi-input Multi-output PI Controller Design", *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision & Control*, Sydney, Australia, December, pp. 3702-3707, 2000.
- [7] 임태호, 서병설, "TITO 시스템의 최적 PI제어기 동조", *Proceedings of The KIEE EMECS Spring Annual Conference*, Tae-gu, Korea, April, pp.186-189, 2003.
- [8] B. Suh and S. Yun, "LQ-servo Design," *Proceedings of The 4th Asia-Pacific Conference on Control & Measurement*, 9-12 July, pp. 97-100 2000.
- [9] H. Kwakernaak and R. Sivan, "The Maximally Achievable Accuracy of Linear Optimal Regulators and Linear Optimal filters", *IEEE Trans on Automat. Contr.*, Vol. AC-17, No. 1, pp. 79-86, 1972.
- [10] M. Athans, "Lecture Note on Multivariable Control System", M.I.T. Ref. No.860224/6234. 1986.