

회전 평면경의 반사 영상을 이용한 단일 카메라 시스템의 거리측정 정밀도 분석

나 상 익, 손 홍 락, 김 형 석
전북대학교 전자정보공학부
전화 : 063-270-2477/ 핸드폰 : 017-607-8780

Precision Analysis of a Single Camera-based Depth Measurement System using the Reflected Images of a Rotating Mirror

Sang-Ik Na, Hong-Rak Son, Hyongsuk Kim
Div. of Electronics and Information Engineering Chonbuk National University
E-mail : hunter209@mail.chonbuk.ac.kr

Abstract

Theoretical analysis of the depth measurement system with the use of a single camera and a rotating mirror has been done. A camera in front of a rotating mirror acquires a sequence of reflected images, from which depth information is extracted. For an object point at a longer distance, the corresponding pixel in the sequence of images moves at a higher speed. In this paper, the principle of the depth measurement-based on the relation of the pixel movement speed and the depth of objects have been investigated. Also, necessary mathematics to implement the technique is derived and presented. The factors affecting the measurement precision have been studied. Analysis shows that the measurement error increases with the increase of depth. The rotational angle of the mirror between two image-takings also affects the measurement precision. Experimental results using the real camera-mirror setup are reported.

I. 서 론

이동로봇이 자율작업을 자유롭게 수행하기 위해서는 작업장 내부에 존재하는 장애물들의 위치 파악이 선행되어야 하며, 로봇 스스로 장애물에 대처하기 위해서는 파악된 정보를 이용하여 장애물과 로봇과의 거리를 인식할 수 있어야 한다. 이러한 로봇 시스템의 거리측정 방법으로는 두 대의 카메라를 이용하는 스테레오 비전 시스템이 있으나, 이 시스템은 두 대의 카메라의 특성이 동일해야 하며, 카메라를 수평선상에 정확히 정렬해야하고, 정밀한 캘리브레이션을 필요로 하는 단점이 있다[1][2]. 다른

시스템으로는, 단일 카메라와 두 개의 평면경을 이용하는 방법이 있으나 시계가 좁다는 단점이 있다[3][4]. 이러한 문제점을 해결하기 위해 회전 평면경과 단일 카메라를 이용한 거리측정 시스템이 제안되었다[5]. 이 시스템은 설치가 간단하고, 정합 오류를 줄일 수 있으며, 신뢰성 있는 거리측정이 가능하나 시스템의 가장 중요한 부분인 측정 장치의 정밀도 분석이 이루어지지 않은 상태이다.

본 논문에서는 회전 평면경과 단일 카메라를 이용한 거리측정 시스템의 정밀도에 영향을 주는 요인들을 이론적으로 분석하고 오차가 최소화 될 수 있는 기준을 제시하였다.

II. 회전 평면경과 단일 카메라에서의 거리계산

회전 평면경과 단일 카메라를 이용한 거리측정 시스템은 아래 그림 1과 같다. 그림 1에서 카메라 렌즈축과 평면경이 만나는 점을 O , 점 O 에서 물체 T 까지의 거리를 R 이라 하자. 이 때 선분 OT 와 X 축이 이루는 각을 ϕ 라 하면 물체의 위치 T 는 극 좌표 $R\angle\phi$ 로 표현된다. 또한 CCD 센서에서 카메라의 초점 F 까지의 거리를 f , 카메라 초점 F 에서 원점 O 까지의 거리를 d , 평면경과 X 축이 이루는 각을 θ 라하고 물체 T 가 평면경을 통하여 반사되는 위치를 T' 라 하면 선분 OT' 이 평면경과 이루는 각은 $\theta + \phi$ 이며 X 축과 이루는 각은 $2\theta + \phi$ 이 된다.

2.1 거리 계산의 원리

그림 1의 시스템에서 평면경이 시계 방향으로 회전하여 X 축과 θ_1 과 θ_2 의 각을 이룰 때, CCD 센서에 맺히는 점은

각각 p_1, p_2 라 하면, 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{p_i}{f} = \frac{-R \cos(2\theta_{i+}\phi)}{d + R \sin(2\theta_{i+}\phi)} \quad (1)$$

식 (1)을 거리 R 에 대하여 정리하면

$$R = \frac{-p_i d}{f \cos(2\theta_i + \phi) + p_i \sin(2\theta_i + \phi)} \quad (2)$$

이 된다.

위의 식 (2)의 p_1, p_2 에 의한 두 식에서 R 을 제거하고 \sin 과 \cos 의 형태로 변환하여 정리하면

$$\frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{fp_2 \cos 2\theta_1 + p_1 p_2 \sin 2\theta_1 - fp_1 \cos 2\theta_2 - p_1 p_2 \sin 2\theta_2}{fp_2 \sin 2\theta_1 - p_1 p_2 \cos 2\theta_1 - fp_1 \sin 2\theta_2 + p_1 p_2 \cos 2\theta_2} \quad (3)$$

이 된다.

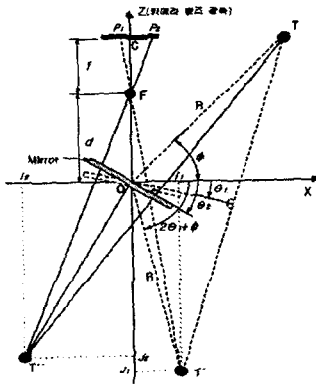


그림 1. 회전 평면경과 단일카메라를 이용한 시스템

2.2 측정 원리의 기하학적 해석

그림 2는 거리측정 시스템의 기하학적 원리를 설명한 그림이다. 그림 2에서 M_1 과 M_2 는 평면경이 각각 θ_1 과 θ_2 만큼 회전한 거울의 위치를 나타낸다. 물체 T_1 이 M_1 과 M_2 의 위치에 놓인 거울에 반사되어 각각 CCD 센서의 점 p_1, p_2 의 위치에 투영될 때 물체가 평면경에 입사하는 입사각을 각각 α_1, α_2 라 한다. 이 거리측정 시스템 구조에서 평면경이 M_1 의 위치에 놓일 때 선분 r_1 선상의 모든 점은 CCD 센서의 점 p_1 에 투영되며, 평면경이 M_2 의 위치에 놓일 때 선분 r_2 선상의 모든 점은 CCD 센서의 점 p_2 에 투영된다. 그러므로 평면경의 θ_1 과 θ_2 각도에서 CCD 센서의 p_1, p_2 에 투영된 물체는 선분 r_1, r_2 의 교차점 위에 위치해야 된다.

III. 카메라 파라미터의 캘리브레이션

회전 평면경과 단일 카메라를 이용한 거리측정 시스템에서 픽셀 간격과 초점 거리 f 를 캘리브레이션 해야한다. 여기서 픽셀 간격을 δ 라 하면, 두 픽셀의 위치 p_1 과 p_2 는

다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_i = \delta q_i \quad (4)$$

위의 식에서 p_1 과 p_2 는 CCD 센서의 중앙으로부터의 실제거리이고, q_1 과 q_2 는 CCD 센서의 중앙에서 p_1 과 p_2 까지 픽셀 수이다.

식 (4)을 식(2)에 대입하면

$$R = \frac{-q_1 d}{\eta(\cos 2\theta_1 - \phi) + q_1(\sin 2\theta_1 + \phi)} \quad (5)$$

을 얻는다.

위 식(5)에서 η 는 f/δ 로 정의되며, 방향을 나타내는 ϕ 에 관한 식을 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{\eta q_2 \cos 2\theta_1 + q_1 q_2 \sin 2\theta_1 - \eta q_1 \cos 2\theta_2 - q_1 q_2 \sin 2\theta_2}{-\eta q_2 \sin 2\theta_1 - q_1 q_2 \cos 2\theta_1 - \eta q_1 \sin 2\theta_2 + q_1 q_2 \cos 2\theta_2} \right] \quad (6)$$

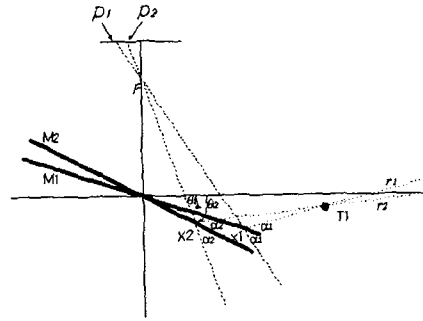


그림 2. 회전 평면경과 단일카메라를 이용한 거리측정 시스템 원리의 기하학적 설명

IV. 측정 오차 민감도 분석 및 오차 최소화 방안

제안한 단일 카메라 시스템의 특성을 파악하기 위하여 p_2 에 따른 R 과 ϕ 의 민감도 식을 유도하여 오차의 유발요인을 분석하였으며 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 증명하였다.

4.1 측정 오차 민감도 분석

회전 평면경과 단일카메라를 이용한 거리측정 시스템을 이용하여 거리정보를 추출하기 위해서는 픽셀 p_1 과 대응관계가 있는 p_2 를 정확히 찾아야한다. 이 p_1 에 대응하는 p_2 를 찾는 과정에 하나의 픽셀이 잘못 정합된 경우에 발생하는 거리오차와 방향오차를 각각 거리오차 민감도 및 방향오차 민감도라 정의한다. 민감도는 R 과 ϕ 에 대한 미분에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dR}{dp_2} = \frac{dR}{d\phi} \frac{d\phi}{dp_2} \quad (7)$$

식(2)을 이용하여 $\frac{dR}{d\phi}$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dR}{d\phi} = \frac{(-fp_1d \sin(2\theta_1 + \phi) + p_2^2d \cos(2\theta_1 + \phi))}{(f \cos(2\theta_1 + \phi) + p_1 \sin(2\theta_1 + \phi))^2} \quad (8)$$

식(3)의 우측부분의 분모와 분자를 $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\omega}{\Psi}$ 를 이용하여 간략화 하면 Ψ, ω 는 각각

$$\omega = fp_2 \cos 2\theta_1 + p_1 p_2 \sin 2\theta_1 - fp_1 \cos 2\theta_2 - p_1 p_2 \sin 2\theta_2 \quad (9)$$

$$\Psi = p_2 \sin 2\theta_1 - p_1 p_2 \cos 2\theta_1 - fp_1 \sin 2\theta_2 + p_1 p_2 \cos 2\theta_2 \quad (10)$$

가 되고, $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\omega}{\Psi}$ 을 ϕ 와 p_2 에 대한 미분을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\cos^2 \phi} d\phi = \frac{\Psi(d\omega/dp_2) - \omega(d\Psi/dp_2)}{\Psi^2} dp_2 \quad (11)$$

위 식 (11)에서

$$d\omega = (f \cos 2\theta_1 + p_1 \sin 2\theta_1 - p_1 \sin 2\theta_2) dp_2 \quad (12)$$

$$d\Psi = (f \sin 2\theta_1 + p_1 \cos 2\theta_1 - p_1 \cos 2\theta_2) dp_2 \quad (13)$$

이다.

식 (9), (10), (12), (13)을 식 (11)에 대입하고

$1 + \tan^2 \phi = \frac{1}{\cos^2 \phi}$ 을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dp_2} = \frac{fp_1 \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) - fp_2^2 \cos(2\theta_1 - 2\theta_2) + p_1^2}{(p_2^2 + f^2)p_1^2 + (p_1^2 + f^2)p_2^2 - 2fp_1 p_2 (\sin(2\theta_1 - 2\theta_2) - 2p_1 p_2 (f^2 + p_1 p_2) \cos(2\theta_1 - 2\theta_2))} \quad (14)$$

위의 식 (14)은 p_2 에 대한 방향각 ϕ 의 민감도이다. 따라서, 식 (8)과 식 (14)을 식 (7)에 대입하면 정리하면 p_2 에 대한 R 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{dR}{dp_2} = R^2 \frac{(f \sin(2\theta_1 + \phi) - p_1 \cos(2\theta_1 + \phi))}{d} \cdot \frac{-f^2 \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) + fp_1 \cos(2\theta_1 - 2\theta_2) - fp_2}{(p_2^2 + f^2)p_1^2 + (p_1^2 + f^2)p_2^2 - 2fp_1 p_2 (\sin(2\theta_1 - 2\theta_2) - 2p_1 p_2 (f^2 + p_1 p_2) \cos(2\theta_1 - 2\theta_2))} \quad (15)$$

4.2 시뮬레이션을 이용한 측정 오차 분석

이 절에서는 앞 절에서 유도한 수식의 의미를 확인하기 위해서 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 오차 민감도를 그래프를 통하여 제시하고, 그 결과에 의해 시스템의 특성을 해석하였다. 제안한 시스템의 근사화된 방정식과 시스템의 특성을 표현한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 이용한 분석은 다음과 같다.

1. $\sin(2\theta_1 - 2\theta_2)$ 이 $\cos(2\theta_1 - 2\theta_2)$ 과 비교하여 매우 작은 값을 갖지 않으며, $p_1 \ll f$ 이고 $p_2 \ll f$ 이면, 식(15)의 거리오차 민감도는 다음 식과 같이 간략화 할 수 있다.

$$\frac{dR}{dp_2} \cong \frac{-R^2 f \sin(2\theta_1 + \phi) \sin(2\theta_1 - 2\theta_2)}{d(p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos(2\theta_1 - 2\theta_2))} \quad (16)$$

p_2 는 f 에 비례하고, θ_2 는 θ_1 보다 크기 때문에 식(16)은 초점거리 f 에 반비례한다. 아래 그림 3(a)과 그림 3(a2)은 초점거리 f 를 두 배로 증가시켰을 때 $\frac{dR}{dp_2}$ 이 약

절반 가량 작아지는 것을 보여준 그림이다. 또한 식 (16)을 통해서 거리오차 민감도는 R^2 에 비례함을 알 수 있으며, 이는 그림 3(a1), 그림 3(a2), 그림 3(a3)을 통해 알 수 있다. 식 (16)에서 민감도는 d 에 반비례한다는 사실을 알 수 있다.

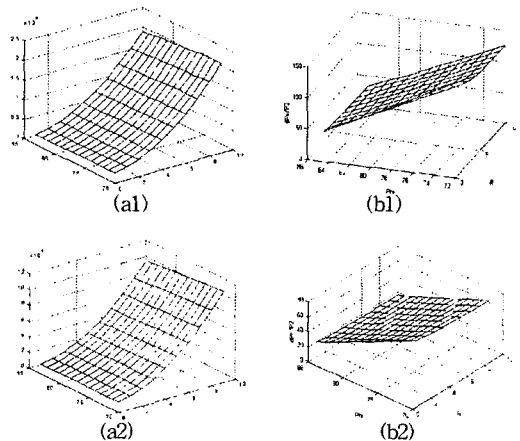
2. 방향오차 민감도의 식 (16)은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dp_2} \cong \frac{p_1 \sin(2\theta_1 - \theta_2)}{(p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos(2\theta_1 - \theta_2))} \quad (17)$$

p_1 이 f 와 비례 관계를 갖기 때문에, 방향오차 민감도는 f 에 반비례 관계를 갖는다. 그림 3(b1)과 그림 3(b2)은 초점거리 f 가 두 배로 커졌을 때 민감도 $\frac{d\phi}{dp_2}$ 가 절반 가량 작아지는 것을 보여준 그림이다. 또한 d 를 두 배의 크기로 변화시켰을 때 민감도 $\frac{d\phi}{dp_2}$ 이 변화하지 않는다는 사실을 그림 3(b1)과 그림 3(b3)을 통해 알 수 있다.

3. 서로 대응 관계에 있는 픽셀이 1 픽셀 잘못 정합 되었을 때 발생하는 거리측정 오차는 다음과 같이 추정할 수 있다. CCD 센서의 크기가 $2mm \times 2mm$ 이고 200×200 의 픽셀로 이루어졌다면, 인접한 픽셀과의 거리는 $0.01mm$ 가 된다. 그림 3(a1)에서 $R \cong 10m$ 일 때 민감도는 약 2×10^5 이므로, 1 픽셀 정합오차의 추정 값은 $(2 \times 10^5) \times (0.01 \times 10^{-3}) = 2m$ 이 된다. 만일 초점 거리를 두 배로 늘리면 1 픽셀 정합 오차는 절반으로 줄어든 값인 $1m$ 가 된다.

4. 1 픽셀 오정합으로 인한 방향각 ϕ 의 측정 오차는 다음과 같이 추정할 수 있다. 그림 3(b1)에서 $\phi = 75^\circ$ 일 때 민감도는 약 100이다. 이때 추정된 측정 오차 값은 $(100) \times (0.01 \times 10^{-3}) = 1 \times 10^{-3}$ radian이다. 그러므로 1 픽셀 오정합으로 인한 방향각의 오차는 무시할 수 있다.



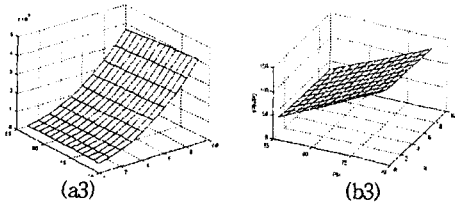


그림 3. $\theta_1=0^\circ$, $\theta_2=12^\circ$ 일 때 f 와 d 의 변화에 따른 민감도 $\frac{df}{d\theta_2}$ 와 $\frac{dd}{d\theta_2}$ 의 그래프

- (a1) $f=6mm$, $d=200mm$ 일 때 $\frac{df}{d\theta_2}$ (b1) $f=6mm$, $d=200mm$ 일 때 $\frac{dd}{d\theta_2}$
 (a2) $f=12mm$, $d=200mm$ 일 때 $\frac{df}{d\theta_2}$ (b2) $f=12mm$, $d=200mm$ 일 때 $\frac{dd}{d\theta_2}$
 (a3) $f=6mm$, $d=100mm$ 일 때 $\frac{df}{d\theta_2}$ (b3) $f=6mm$, $d=100mm$ 일 때 $\frac{dd}{d\theta_2}$

V. 시뮬레이션 및 실험

본 실험에서는 초점 거리 f 가 $6mm$ 이고 픽셀의 수가 320×240 인 카메라를 이용하여 실제 거리측정 실험을 하였다. 이때 평면경의 크기는 $110mm \times 60mm$ 이고, d 의 거리는 $200mm$ 이다.

5.1 측정 시스템의 1 픽셀 오차 분석 시뮬레이션

그림 4는 평면경의 회전각 θ_1 과 θ_2 의 차이가 각각 10° 와 6° 일 때 q_1 에 대응하는 픽셀을 q_2 가 아닌 q_2+1 에 정합시켰을 때 발생하는 오차를 계산한 그래프이다. 이 실험에서 q_1 은 -80 에서 80 까지 15 픽셀씩 증가시키고 q_1 에 대해 q_2 는 -80 부터 5 픽셀씩 증가시키면서 1 픽셀 정합오류에 대해 알아보았다. 그림 4에서 알 수 있듯이 먼 거리일수록 선분의 길이는 길어지므로, 근거리에 비하여 먼 거리의 정확도는 작아지는 사실을 확인할 수 있다. 그러나 방향각의 정확도는 거리에 무관함을 알 수 있다.

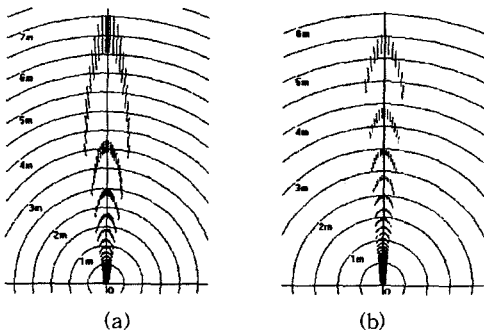


그림 4. 거리와 방향의 1 픽셀 오차그림
 (a) $\theta_1 - \theta_2 = 6^\circ$ 인 경우 (b) $\theta_1 - \theta_2 = 10^\circ$ 인 경우

5.2. 거리 측정 실험

회전 평면경과 단일 카메라를 이용한 거리측정 시스템을 구성하고 측정실험을 수행하였다. 그림 5는 측정된 거리와 실제 거리를 비교한 그림으로, 측정거리는 측정하고자 하는 물체의 방향을 $\phi=80^\circ$ 로 고정시켜 놓고, 거리를 변화시키면서 측정하였다. 그림에서 오차의 형태는 실제 거리와 비교하여 불규칙하게 크게 측정되거나 작게 측

정되었고, 거리가 멀어짐에 따라 오차가 커지나, $2.5m$ 에서 오차가 약 $10cm$ 이고, $2m$ 이내의 물체인 경우에는 무시할 수 있는 크기의 오차를 갖는다.

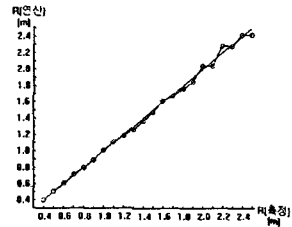


그림 5. 거리 측정치 비교. 직선은 실제 거리이고 작은 원으로 표시된 그래프는 시스템에 의한 측정치

VI. 결 론

본 논문에서는 회전 평면경과 단일카메라 시스템의 기하학적 구조로부터 거리 계산을 위한 식을 유도하였다. 또한, 카메라 파라미터들이 측정오차에 미치는 영향을 분석하기 위해 파라미터에 대한 오차의 민감도 계산 방법을 제시하였다. 그 결과 거리측정의 정밀도는 평면경과 수직인 방향에서 가장 낮으며, 카메라와 평면경간의 거리가 멀수록, 근접한 물체일수록 정밀도가 높은 측정이 가능함을 해석적으로 증명하였다. 또한 방향측정 정밀도는 측정 물체의 거리에 무관하게 일정함을 알 수 있었다.

측정 실험 결과에서 보여지는 것처럼 이 시스템의 거리측정 오차는 양의 값과 음의 값을 가질 수 있으므로 반복된 측정치의 평균을 이용하면 더욱 정확한 측정 결과를 얻을 수 있다. 또한, 카메라가 회전하는 동안 영상을 연속 촬영하여 측정하므로 측정점의 연속 추적에 의해 정확한 정합과 이를 통해 측정의 정밀도를 향상시킬 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] P. Puget and T. Skordas, "An optimal solution for mobile camera calibration," *Proc. IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, vol. 19(6), pp. 1426-1445 (November/December 1988)
- [2] Z. Zhang and O.D. Faugeras, "Calibration of a mobile robot with application to visual navigation," *Proc. IEEE Work. Visual Motion*, Irvin, California, pp. 306-313, March(1989)
- [3] A. Goshtasby and W. Gruver, "Design of a single-lens stereo camera system," *Pattern Recognition*, vol. 26, no. 6, pp. 923-937, 1993.
- [4] S. Nene and S. Nayar, "Stereo with mirrors," *Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision*, pp. 1087-1094, Jan. 1998.
- [5] 김형석, 송재홍, 한후석, "회전 평면경 영상의 단일 카메라 투영에 의한 거리측정," *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제7권 제9호 2001. 9