

DS-CDMA 시스템을 위한 ML 지연 추정 알고리즘

오현석, 백경현, 임영석, 문용석, 최진규
삼성전자

ML Delay Estimation Technique for DS-CDMA Systems

Hyun Seok Oh, Kyung Hyun Paik, Young Seok Lim, Yong Suk Moon, Ginkyu Choi
Samsung Electronics
E-mail : hs910.oh@samsung.com

Abstract

본 논문에서는 다중 경로 페이딩 하에서 동작하는 동기식 DS-CDMA 시스템에서 특별히 근거리 또는 실내 수신의 경우에 발생할 수 있는 짧은 시간 내에 밀집된 다중 경로 성분을 구분해 낼 수 있는 견고한 지연 추정 알고리즘을 제안한다. Sliding correlator 출력에 대한 시평균 상관 행렬을 고유치 분석을 통하여 eigenvector로 분해한 다음 관찰 영역은 신호 부분 영역과 잡음 부분 영역으로 분리할 수 있다. 제안하는 알고리즘에서는 단순한 기존의 sliding correlator 나 잡음공간 만으로의 projection을 통한 MUSIC-type 알고리즘보다 성능이 월등히 뛰어난 ML (Maximum Likelihood) 방식을 소개한다. 이 방식은 기존의 방식보다 복잡도는 약간 증가하지만 지연 측정 성능은 탁월하게 증가하는 것을 보여준다.

I. Introduction

최근 DS-CDMA 시스템에서의 지연 추정 방식에 대해 많은 연구가 이루어져 왔다. [1-4] 다중 경로 페이딩 채널을 겪는 이동 수신 환경에서 전체 시스템의 성능 향상을 위해서는, RAKE 수신기가 여러 경로로 분산된 에너지를 충분히 결합할 필요가 있으며, 따라서 각 경로의 지연 시간 및 감쇠 정도를 추정할 수 있는 알고리즘이 필요하다. 신호의 에너지는 일반적으로 시간축상 LOS 성분의 주위에 집중되어 있다. 특히 상대적으로 지연 확산의 길이가 짧은 실내 수신의 경우에는 이렇게 가까이 위치하였거나, 작은 크기로 수신되는 경로들을 정확히 분리해 낼 수 있을 경우, RAKE 수신기의

성능을 비약적으로 향상시킬 수 있다. 그러나 상대적으로 크기가 작고 1 칩 이하의 짧은 구간내에 연이어 수신되는 경로 지연들을 분리해 내기란 쉽지 않다. 따라서 이러한 문제점을 극복하고 각 경로를 정확히 검출해 낼 수 있는 강건한 지연 추정 알고리즘이 필요하다.

II. Signal Model

DS-CDMA 시스템에서 사용자의 데이터 심볼 $\{a_n\}$ 은 spreading code 및 scrambling code를 포함하는 effective spreading sequence $\{d_k\}$ 와 곱해져 N_c 배로 확산된다. 확산된 신호는 $p(t)$ 의 모양을 갖는 pulse shaping 필터를 거쳐 채널을 통해 전송되며, 단일 사용자에 대해 송신 신호의 기저 대역 등가 모델은 아래 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다. 3GPP W-CDMA 규격에서의 경우, $p(t)$ 는 roll-off factor가 0.22인 root-raised cosine 펄스이다. [4]

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sum_{k=0}^{N_c-1} d_{nN_c+k} p(t-nT-kT_c) \quad (1)$$

T 와 $T_c = T/N_c$ 는 심볼 및 chip의 길이이며 송신 신호는 L 개 경로를 갖는 다중 경로 채널을 통해 전달된다. 식 (2)는 채널 임펄스 응답으로써, τ_l 은 각 경로의 지연 시간이며, $\alpha_l(t)$ 은 크기와 위상을 나타내는 복소값이다.

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (2)$$

채널을 통과한 수신 신호는 백색 가우시안 잡음 $n(t)$ 와 더해져 수신단에서 식 (3)과 같은 형태를 갖게 된다.

$$r(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sum_{k=0}^{N_c-1} d_{nN_c+k} p(t-nT-kT_c - \tau_l) + n(t) \quad (3)$$

수신된 신호는 송신단의 pulse shaping filter와 같은 임

펄스 응답을 같은 pulse matched filter 를 거치며 필터 이후 단계에서의 최종적인 출력인 $\tilde{r}(t)$ 는 식 (4)와 같다.

$$\tilde{r}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sum_{k=0}^{N_c-1} d_{nN_c+k} R_p(t-nT-kT_c-\tau_l) + n'(t) \quad (4)$$

$R_p(t)$ 는 $p(t)$ 의 자기상관함수이며 $n'(t) = n(t) * g^*(t)$ 는 필터를 통과한 잡음과 다른 사용자 간섭신호를 의미한다. 일반적인 DS-CDMA 시스템들의 예에서와 같이, 수신측에 사전에 알려진 데이터 심볼이 연속적으로 송출되는 파일럿 채널의 존재를 가정한다. 동일 사용자에 대한 다른 데이터 채널들은 파일럿 채널에 직교하므로, 잡음항에 포함시킬 수 있다. 파일럿 심볼을 A 라 하면, 식 (1)은 파일럿 채널에 대해 다음과 같이 간략화된다.

$$s(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k p(t - kT_c) \quad (5)$$

파일럿 채널에 대한 pulse matched filter 출력을 $z(t)$, 잡음항을 제외한 순수한 신호 출력을 $\tilde{z}(t)$ 라 하면, 각각은 식 (6), (7)과 같이 표현된다.

$$z(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) R_p(t - kT_c - \tau_l) + n'(t) \quad (6)$$

$$\tilde{z}(mT_c) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(mT_c) R_p((m-k)T_c - \tau_l) = A \mathbf{d}^T \mathbf{h} \quad (7)$$

$\mathbf{d} = [\dots d_k d_{k-1} \dots]^T$ 는 effective spreading sequence를 벡터 형태로 나타낸 것이며, chip rate로 샘플링된 effective 채널 임펄스 응답 \mathbf{h} 는 식 (8)과 같다.

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(mT_c) R_p((m-k)T_c - \tau_l) \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(mT_c) R_p((m-k+1)T_c - \tau_l) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8)$$

실제 sliding correlator 구현에서는 \mathbf{d} 처럼 무한히 긴 신호열을 사용할 수 없으며, $\{d_k\}$ 의 일부만을 이용해 채널을 구하게 된다. 길이 N 의 sliding correlator를 사용해 채널 임펄스 응답의 W 개 샘플을 추정할 경우, 수신 신호를 $N+W-1$ chip의 블록 단위로 처리할 필요가 있다. 블록 시작 위치의 chip index를 m_0 라 할 때, j 번째 블록은 벡터 형태로 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{z}}_j = [\tilde{z}(jNT_c) \tilde{z}((jN+1)T_c) \dots \tilde{z}(((j+1)N+2)T_c)]^T \quad (9)$$

$$= A D_j \mathbf{h}_j$$

위에서 D_j 는 식 (10)과 같이 $\{d_k\}$ 의 shift된 버전을 행으로 갖는 행렬이다. 식 (9)에서 $N+W-1$ chip의 구간 동안에 채널의 임펄스 응답이 변하지 않는다고 가정

하면, sliding correlator의 동작은 식 (11)의 $W \times (N+W-1)$ 행렬 C_j 를 이용해 간단한 행렬 곱셈의 형태로 나타낼 수 있다.

$$D_j = \begin{bmatrix} \dots & d_{jN-m_0} & & d_{jN-m_0-1} & \dots \\ \dots & & & d_{jN-m_0} & \dots \\ \dots & & & \vdots & \dots \\ \dots & d_{(j+1)N-m_0+W-2} & & d_{(j+1)N-m_0+W-3} & \dots \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C_j = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{d}_j & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{d}_j \end{bmatrix} \quad (11)$$

벡터 $\mathbf{d}_j = [d_{jN-m_0}^* d_{jN-m_0+1}^* \dots d_{(j+1)N-m_0-1}^*]^T$ 는 벡터 \mathbf{d} 의 $jN-m_0$ 위치에서부터 길이 N 만큼을 취한 subsequence이다. 이 때, sliding correlator의 출력인 채널 추정값 $\tilde{\mathbf{h}}_j$ 는 수신 신호의 벡터 $\tilde{\mathbf{z}}_j$ 에 $C_j A^*$ 를 곱한 형태로써, 식 (12)와 같다. [3]

$$\tilde{\mathbf{h}}_j = [\tilde{h}_{j,m_0} \tilde{h}_{j,m_0+1} \dots \tilde{h}_{j,m_0+W-1}]^T \quad (12)$$

$$= C_j A^* \tilde{\mathbf{z}}_j = |A|^2 C_j D_j \mathbf{h}_j$$

$\tilde{\mathbf{z}}_j$ 는 수신 신호에서 잡음항을 제외한 표현이므로, 실제의 sliding correlator 출력 $\hat{\mathbf{h}}_j$ 는 uncorrelated 잡음항을 포함하여 $\hat{\mathbf{h}}_j = \tilde{\mathbf{h}}_j + \tilde{\mathbf{n}}$ 와 같으며, 이를 channel snapshot이라 정의한다. N 이 충분히 크다면 $C_j D_j$ 는 $(W \times W)$ 의 단위 행렬로 근사화되어, $\tilde{\mathbf{h}}_j$ 는 \mathbf{h}_j 의 추정값이 된다.

III. Propagation Delay Estimation

관찰 벡터의 자기 상관 행렬을 R 이라 정의하고, 이를 eigenvector decomposition 하면 식 (13)과 같이 된다.

$$R = E[\hat{\mathbf{h}}\hat{\mathbf{h}}^H] = U\Lambda U^H \quad (13)$$

U 는 각 열이 행렬 R 의 eigenvector인 unitary matrix이며, Λ 는 대각 성분이 R 의 eigenvalue λ_k 로 구성된 대각 행렬이다. k 번째 eigenvector에 해당하는 신호 벡터의 전력을 P_k^2 라 하면, λ_k 는 다음 식 (14)과 같다.

$$\lambda_k = \begin{cases} P_k^2 + \sigma^2, & \text{if } k \leq L \\ \sigma^2, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (14)$$

신호 성분의 수 L 을 알고 있다고 가정하면, 관찰 공간을 신호 부분 영역과 잡음 부분 영역으로 나눌 수 있다. U 를 L 개의 가장 큰 고유값에 대응되는 L 개의 eigenvector를 열로 가지는 U_s 와 나머지 eigenvector들로 구성된 U_n 으로 분리하여 $U = [U_s \ U_n]$ 으로 나타낼 때, $U_s = [\mathbf{u}_{s,1} \dots \mathbf{u}_{s,L}]$ 는 신호 부분 영역의 basis가 되며, $U_n = [\mathbf{u}_{n,1} \dots \mathbf{u}_{n,W-L}]$ 은 잡음 부분 영역을 생성한다. 일반적으로, 잡음 부분 영역의 추정값 $\hat{\mathbf{u}}_{n,i}$ 를 신호 부분

영역 U_s 에 대해 projection 을 취했을 때, 그 결과는 평균이 0 인 asymptotically jointly Gaussian 이며, 이의 covariance 행렬은 식 (15), (16)과 같다. [1]

$$E\left[\left(U_s U_s^H \hat{\mathbf{u}}_{n,i}\right)\left(U_s U_s^H \hat{\mathbf{u}}_{n,j}\right)^H\right]=\frac{1}{Q} \delta_{i,j} \quad (15)$$

$$E\left[\left(U_s U_s^H \hat{\mathbf{u}}_{n,i}\right)\left(U_s U_s^H \hat{\mathbf{u}}_{n,j}\right)^T\right]=0 \text{ for all } i, j \quad (16)$$

$\delta_{i,j}$ 는 Kronecker delta function 이고, Q 는,

$$Q=\sigma^2\left[\sum_{l=1}^L \frac{\lambda_k}{\left(\sigma^2-\lambda_k\right)^2} U_s U_s^H\right]=\sum_{l=1}^L \gamma_k U_s U_s^H \quad (17)$$

이다. τ 만큼 지연된 $p(t)$ 의 자기 상관 함수 $R_p(t)$ 를 chip rate 로 샘플링한 값을 원소로 갖는 길이 W 인 벡터

$$\mathbf{g}(\tau)=\left[\begin{array}{c} R_p\left(m_0 T_c-\tau\right) \\ R_p\left(\left(m_0+1\right) T_c-\tau\right) \\ \vdots \\ R_p\left(\left(m_0+W-1\right) T_c-\tau\right) \end{array}\right] \quad (18)$$

를 정의하고 이를 잡음 부분 공간의 추정값 \hat{U}_n 에 대해 projection 시킨 결과를 \mathbf{e} 라고 정의할 때, 벡터 $\mathbf{e}=\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n$ 는 마찬가지로 Gaussian 랜덤 벡터이며, 따라서 다음 식 (19)의 PDF 를 가진다.

$$p_{\mathbf{e}}(\mathbf{e})=\frac{1}{\det(\pi K)} e^{-\mathbf{e}^H K^{-1} \mathbf{e}} \quad (19)$$

K 는 \mathbf{e} 의 covariance 행렬이며, $\mathbf{g}^H(\tau)=\mathbf{g}^H(\tau) U_s U_s^H$ 이므로, 식 (15)와 비교해보면,

$$K=\frac{1}{M} \mathbf{g}^H(\tau) Q \mathbf{g}(\tau) I_{W \times W} \quad (20)$$

와 같이 $W \times W$ 의 단위 행렬 $I_{W \times W}$ 의 스칼라곱 형태를 갖는다. ML 알고리즘에 의한 지연 추정은 $p_{\mathbf{e}}(\mathbf{e})$ 가 peak 을 형성하는 위치에서의 지연값 τ 를 구하는 것과 같다. 벡터 \mathbf{e} 에 대한 log-likelihood 함수는 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{e}) &=-(W-L) \log \left(\mathbf{g}^H(\tau) Q \mathbf{g}(\tau)\right)-M \frac{\mathbf{e}^H \mathbf{e}}{\mathbf{g}^H(\tau) Q \mathbf{g}(\tau)} \\ &=-(W-L) \log \left(\mathbf{g}(\tau) Q \mathbf{g}(\tau)^H\right)-M \frac{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n \hat{U}_n^H \mathbf{g}(\tau)}{\mathbf{g}^H(\tau) Q \mathbf{g}(\tau)} \end{aligned} \quad (21)$$

양변을 M 으로 나누고, $M \rightarrow \infty$ 을 가정하면, 첫번째 항은 0 이 되므로, 긴 구간 동안 평균된 경우, 식 (22)의 근사화된 표현으로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\Lambda}(\mathbf{e}) \approx -\frac{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n \hat{U}_n^H \mathbf{g}(\tau)}{\mathbf{g}^H(\tau) Q \mathbf{g}(\tau)} \quad (22)$$

A. Conventional sliding correlator

일반적인 sliding correlator 방식 지연 추정기에서는 지연 시간의 추정을 위해 채널 임펄스 응답의 power delay profile (PDP)로부터 peak 의 위치를 찾는 방법을 사용한다. 채널의 PDP 는 식 (23), (24)와 같이 연속된 M 개

channel snapshot 의 각 샘플의 전력을 평균하여 얻는다.

$$\tilde{\mathbf{h}}_{PDP,i}=\left[\tilde{h}_{PDP,m_0}, \tilde{h}_{PDP,m_0+1}, \dots, \tilde{h}_{PDP,m_0+W-1}\right]^T \quad (23)$$

$$\text{where } \tilde{h}_{PDP,m_0+i}=\sum_{j=1}^M\left|\tilde{h}_{j,m_0+i}\right|^2, i=0,1, \dots, W-1 \quad (24)$$

B. Music-type algorithm

MUSIC 스펙트럼은 다음의 식 (25)와 같으며 식 (22) 의 likelihood 함수에서 분모항을 무시하고 분자항만을 최대화하는 것과 같다.

$$P_{MUSIC}(\tau)=\frac{1}{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n \hat{U}_n^H \mathbf{g}(\tau)}=\frac{1}{\left|\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n\right|^2} \quad (25)$$

$\mathbf{g}(\tau)$ 와 잡음 부분 공간 \hat{U}_n 은 서로 직교하므로 MUSIC 스펙트럼 $P_{MUSIC}(\tau)$ 이 peak 을 형성하는 τ 가 채널의 경로 지연 시간이 된다.

C. ML-type algorithm

MUSIC 알고리즘에서와 달리 ML 알고리즘에서는 분자와 분모항 전체를 포함한 식 (22) 자체를 최대화한다. 즉, 잡음 부분 영역을 이용하던 기존 MUSIC 알고리즘에 비해 신호 부분 영역을 반영하는 Q 행렬을 추가로 이용하는 차이점이 있다. Q 는 알 수 없는 값이므로

$$\hat{Q}=\sigma^2\left[\sum_{l=1}^L \frac{\hat{\lambda}_k}{\left(\hat{\sigma}^2-\hat{\lambda}_k\right)^2} \hat{U}_s \hat{U}_s^H\right] \quad (26)$$

와 같은 추정치를 사용한다. 여기서 \hat{U}_s 는 신호 부분 공간의 추정값이고, 잡음의 분산의 추정값인 $\hat{\sigma}^2$ 는

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{2}\left(\hat{\lambda}_{L+1}+\hat{\lambda}_N\right) \quad (27)$$

와 같이 구해진다. [1] 이를 이용해 다시 한 번 ML 알고리즘의 likelihood 함수를 정의하면,

$$\begin{aligned} P_{ML}(\tau) &=\frac{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{Q} \mathbf{g}(\tau)}{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n \hat{U}_n^H \mathbf{g}(\tau)}=\frac{\mathbf{g}^H(\tau) \hat{Q} \mathbf{g}(\tau)}{\left|\mathbf{g}^H(\tau) \hat{U}_n\right|^2} \\ &=\mathbf{g}^H(\tau) \hat{Q} \mathbf{g}(\tau) P_{MUSIC}(\tau) \end{aligned} \quad (28)$$

와 같다. 즉, 식 (25)의 MUSIC 스펙트럼의 분자항에 $\mathbf{g}^H(\tau) \hat{Q} \mathbf{g}(\tau)$ 가 곱해진 형태이다.

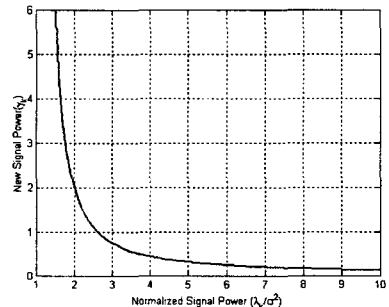


그림 1. Weighted signal power γ_k

그림 1 에서, 식 (17)의 Q 행렬에 포함된 weighted 신호 전력 $\gamma_k = \sigma^2 \lambda_k / (\sigma^2 - \lambda_k)^2$ 는 SNR λ_k / σ^2 이 0 dB 에 가까운 작은 값이 될수록 오히려 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서 분자항의 이용은 SNR 이 낮아 잡음과 섞여 구분하기 어려웠던 작은 peak 들의 크기를 키워 주는 역할을 한다. 그림 2 는 sliding correlator 와 MUSIC, ML-type 알고리즘의 블록 다이어그램을 나타낸다.

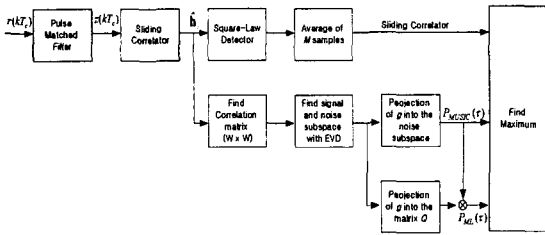


그림 2. Block diagrams of delay estimation techniques

IV. Numerical Results

시뮬레이션을 통해 sliding correlator 및 MUSIC, ML 알고리즘의 성능을 비교하였다. 각각의 스펙트럼은 $M=200$ 개의 channel snapshot 을 이용하여 계산하였으며, 상관행렬의 크기는 5×5 이다. Sliding correlator 의 길이는 $N=256$ 이며, chip index $m_0=0$ 이다. Projection greed 는 $0.1T_c$ 로 하였으며 1000 회의 독립적인 시뮬레이션 결과를 평균한 결과를 나타내었다.

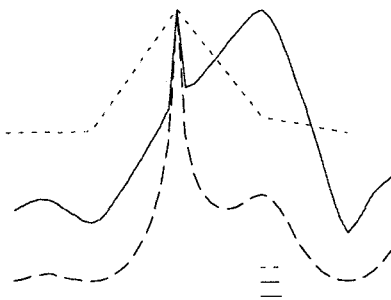


그림 3. Performance comparison with 2-path fading (delay at 0 and T_c)

그림 3 에서 채널은 0 과 T_c 에 0, -20 dB 크기의 탭을 갖는 2-path fading 채널이다. sliding correlator 방식으로는 미약한 크기를 갖는 2 번째 경로를 거의 검출하기 어려운 것을 확인할 수 있다. 높은 해상도를 갖는 MUSIC 스펙트럼도 미약한 크기의 2 번째 경로를 구분하는 데

는 충분하지 못하다. 반면 ML 추정기의 결과는 정확한 탭 위치에서 명확한 2 개의 peak 을 보여주는 것을 알 수 있다.

V. Conclusions

본 논문에서는 높은 해상도를 갖는 ML 지연 추정 알고리즘을 제안하였다. Sliding correlator 출력의 상관 행렬을 고유치 분석하면 관찰 영역을 신호영역과 잡음 영역으로 나눌 수 있게 된다. 잡음 영역만을 이용하는 MUSIC 알고리즘에 비해 제안한 ML 추정기는 신호 영역과 잡음 영역을 동시에 이용하며 따라서 보다 월등한 성능을 보인다. 특히 다중 경로 성분들이 근접하여 있고 매우 미약한 크기로 수신되는 탭이 있는 경우, 그 이점이 커지게 된다.

ML 추정기의 한가지 단점은 M^3 에 비례하는 고유치 분석의 큰 복잡도인데, 여러 가지 단순화 알고리즘이 발표되어 있으므로 극복이 가능하다. 또 한가지 단점은 잡음 분산의 추정값에 민감하다는 점이다. 이는 가중치 신호 전력이 신호전력과 잡음 분산의 차에 반비례하기 때문이며 따라서 잡음 분산 추정 및 신호 벡터의 개수를 적절히 결정하는 것이 중요하다. 본 논문에서 제안한 지연 추정 알고리즘은 미약한 경로 성분의 검출 가능 여부가 critical 한 여타의 응용에서 이용 가능할 것이다.

참고문헌

- [1] S. E. Bensley and B. Aazhang, "Subspace-based channel estimation for code-division multiple access communication systems," IEEE Trans. Commun., vol. 44, no. 8, pp. 1009-1020, Aug., 1996.
- [2] S. E. Bensley and B. Aazhang, "Maximum-likelihood synchronization of a single user for code-division multiple-access communication systems," IEEE Trans. Commun., vol. 46, no. 3, pp. 392-399, March 1998.
- [3] G. Fock, P. Schulz-Rittich, A. Schenke and H. Meyr, "Low complexity high resolution subspace-based delay estimation for DS-CDMA," Proc. IEEE ICC, pp. 31-35, New York, May 2002.
- [4] 3GPP TSGRAN; UE Radio Transmission and Reception (FDD), 3GPP TS25.101 V5.3.0, June 2002.