

## Bouc-Wen 모델을 이용한 면진장치의 최적설계 Optimum Design of Base Isolators Using Bouc-Wen Model

문석준\*                      정정훈\*                      김병현\*  
Moon, Seok Jun      Chung, Jung Hoon      Kim, Byung Hyun

---

### ABSTRACT

Characteristics of base isolators including frictional and hysteretic types may be described by Bouc-Wen model. A probabilistic optimum design method of the base isolation system using Bouc-Wen model is presented in this paper. For optimum design, the objective function and constraints are derived based on the stochastic responses of the system. As a numerical example, the optimum design problem of a three-story base isolated shear type structure is formulated and solved by the sequential quadratic programming method.

---

### 1. 서론

면진장치를 이용한 구조물의 내진 설계를 위해서는 주어진 설계요구 조건하에서 최적의 성능을 갖는 면진장치의 최적 설계기술이 필요하다. 내진 설계를 위한 설계 지진하중을 시간이력의 형태로 사전에 알기가 매우 어려운 실정이다. 따라서 설계 지진하중을 random process로 가정하고, 확률론적 방법에 의거한 면진 구조물의 최적설계 방법이 Constantinou[1]에 의해 제안되었다. 이후 국외의 경우 Xiaoming[2]이 댐퍼가 설치된 교량에 대해 댐퍼의 특성변수를 최적변수로 하는 최적화 문제를 제안하였다. Kelly 등[3]은 면진구조물의 최소 가속도응답을 위한 면진장치의 최적 감쇠 문제를 선형시스템에 대해 해결하였다. Jangid[4,5]는 Kelly 등이 다룬 문제를 비선형시스템에 적용하였으며, 그 결과를 바탕으로 마찰형 면진장치의 마찰계수를 최적화하는 연구를 수행하였다. 국내의 경우에는 구조물의 내진 설계를 위한 한 방법으로서 구조물에 점탄성 감쇠기와 가새(brace)를 설치하는 경우에 대해 확률론적 방법에 의거한 최적 설계에 대한 연구[6] 등이 수행되었으나, 지진하중을 받는 구조물을 위한 면진장치 자체에 대한 최적설계 연구는 거의 발표되지 않았다.

본 저자들은 선형감쇠, 점성감쇠 및 마찰요소의 복합체로 이상화시킬 수 있는 면진장치를 적용한 면진 구조물에 대해 확률론적 방법에 의거한 최적설계 방법을 제시한 바 있다[7]. 참고문헌 [7]

---

\* 정회원 · 한국기계연구원 구조연구부

에서는 선형강성-점성감쇠-순수 마찰요소로 구성된 면진장치를 고려하고 있으며, 순수마찰 요소는 Coulomb 모델을 사용하였다. 본 연구에서는 Bouc-Wen 모델로 특성 표현이 가능한 마찰형 및 탄성이력형(hysteretic type) 면진장치들을 적용한 면진구조물의 확률론적 최적설계 방법을 제안하고자 한다.

## 2. 확률론적 방법에 의거한 최적화 문제의 정식화

본 연구에서는 선형 강성-점성 감쇠-마찰(또는 탄성이력) 요소의 복합체로 이상화시킬 수 있는 면진장치를 적용한 전단형 면진 구조물을 고려한다(Fig. 1 참조). 단, 지반가속도, 구조물 및 면진장치 응답 등 모든 입·출력은 한 방향만을 고려한다.

상부구조물( $m_2, m_3, \dots, m_N$ )의 강성 및 질량을  $K_i = \alpha_i K_N$  및  $m_i = \beta_i m_N$  ( $i = 2, 3, \dots, N$ )이라 하고, 응답은 최저차 모드만의 지배를 받는다고 가정한다[8]. 즉,  $\{x\} = \{\varphi\}y$  이고, 감쇠는  $[C] = 2\xi_1[K]/\omega_1$  형태의 구조감쇠로 가정한다. 여기서  $\{\varphi\}$ ,  $y$ ,  $\omega_1$ ,  $\xi_1$  은 각각 상부구조물의 고정지지부(fixed-base) 최저차 고유모드, 모달변위, 고유 원진동수 및 모달감쇠비이다. 지반 가속도는 stationary Gaussian filtered white noise (Kanai-Tajimi 스펙트럼)로 식 (1)과 같이 가정한다.

$$S_g(\omega) = G_0 \frac{1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}; \quad \omega > 0 \quad (1)$$

여기서  $G_0$ 는 ground intensity,  $\omega_g$ ,  $\xi_g$  는 각각 지반가속도를 지배하는 원진동수 및 감쇠비이다.

상부구조물의 고정지지부 고유모드의 직교관계식을 이용하면 대상 구조물의 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\ddot{x}_b + 2\xi_b\omega_b \dot{x}_b + \omega_b^2 x_b + Q/m_b - 2\xi_1\omega_1 d\mu \dot{y} - \omega_1^2 d\mu y - 2\xi_g\omega_g \dot{x}_f - \omega_g^2 x_f = 0 \quad (2)$$

$$a \ddot{x}_b + \ddot{y} + 2\xi_1\omega_1 \dot{y} + \omega_1^2 y - 2a\xi_g\omega_g \dot{x}_f - a\omega_g^2 x_f = 0 \quad (3)$$

$$\ddot{x}_f + 2\xi_g\omega_g \dot{x}_f + \omega_g^2 x_f = -\ddot{x}_g \quad (4)$$

여기서  $\ddot{x}_g$  는 power spectral density  $G_0$ 를 갖는 백색잡음,  $x_f$ 는 필터의 응답,  $x_b$ 는 base의 지반에 대한 상대변위이고,

$$\mu = \frac{m_N}{m_b}, \quad \omega_b^2 = \frac{K_b}{m_b}, \quad \xi_b = \frac{C_b}{2\sqrt{K_b m_b}},$$

$$a = \frac{\sum_{i=2}^N \beta_i \phi_i}{\sum_{i=2}^N \beta_i \phi_i^2}, \quad d = \phi_2 a_2 \sum_{i=2}^N \beta_i \phi_i^2 / b, \quad b = \frac{1}{K_N} \{\phi\}^T [K] \{\phi\}$$

이다. 또한  $Q_j$ 는 면진장치에 의해 구조물에 전달되는 비선형 힘이며, 면진장치의 종류에 따라 다르게 모델링될 수 있다.

마찰형 및 탄성이력형 등 대부분의 면진장치는 Bouc-Wen 모델을 사용하여 특성을 아래의 식들로 모델링할 수 있다.

$$Q_f = \begin{cases} \varepsilon M_T g Z & \text{for pure friction isolator} \\ \frac{M_T g}{R_a} x_b + \varepsilon M_T g Z & \text{for frictional pendulum system (FPS)} \\ \alpha \frac{F^y}{Y} x_b + (1 - \alpha) F^y Z & \text{for hysteretic isolator} \end{cases} \quad (5)$$

$$Y\dot{Z} + \gamma \dot{x}_b |Z| |Z|^{\eta-1} + \beta \dot{x}_b |Z|^\eta - A \dot{x}_b = 0 \quad (6)$$

여기서  $M_T$  및  $\varepsilon$ 는 구조물 전체의 질량 및 마찰계수이다.  $R_a$ 는 마찰진자형 면진장치(FPS)의 곡면 반경을 나타내며,  $\alpha$ ,  $F^y$ , 및  $Y$ 는 탄성이력형 면진장치의 특성을 나타내는 상수이다. 식 (6)에서  $Z$ 는 무차원 계수이며, 각 계수  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$ , 및  $A$ 는 탄성이력 곡선(hysteretic loop)의 형상을 지배하는 무차원 계수이다. 식 (5) 및 (6)에서 보듯이 면진장치로부터 작용하는 힘은 비선형 특성을 가지고 있으며, 이를 직접 최적화 문제에 적용하기 어려운 점들이 있다. 식 (6)을 equivalent linearization technique[9]를 사용하여 선형식으로 변환하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Y\dot{Z} + C_e \dot{x}_b + K_e Z = 0 \quad \text{for } \eta = 2 \quad (7)$$

$$C_e = \gamma \frac{E^2 [x_b Z]}{\sigma_{x_b}^2} + \beta \sigma_z^2 - A, \quad K_e = 2\gamma \frac{E^2 [x_b Z]}{\sigma_z \sigma_{x_b}} + 2\beta E [x_b Z] \quad (8)$$

여기서  $E[\ ]$ 는 기대값을 나타낸다.

식 (2), (3), (4), (5) 및 (7)을 하나의 식으로 정리한 후 상태방정식으로 표현하면

$$\frac{dX}{dt} = PX + G\ddot{x}_g \quad (9)$$

과 같으며, 상태변수  $X = \{y \ x_b \ x_f \ Z \ \dot{y} \ \dot{x}_b \ \dot{x}_f\}^T$ 이다.  $P$ 와  $G$ 는 시스템 행렬이다. 식 (9)에 stationary process라는 가정하에 통계학적 접근방법을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$PS + SP^T + Q = 0 \quad (10)$$

여기서  $S$ 는 covariance를 나타내는 행렬이며,  $Q = \pi G_0 G G^T$ 이다. 식 (10)은 일종의 Lyapunov 식이며, 이를 풀면 상태변수들의 통계학적 값들을 구할 수 있다.

최적 설계를 위한 목적함수로서 비면진(unisolated)시의 상부구조물의 모달변위의 표준편차  $\sigma_0$ 에 대한 면진시의 모달변위의 표준편차  $\sigma_y$ 의 비 즉,  $\sigma_y / \sigma_0$ 를 택하고 구속조건으로서 base의 최대 상대변위  $x_m$ 가 어떠한 값  $x_{cr}$ 보다 작아야 한다는 조건을 택함으로써 면진 구조물에 대한 구속 최적화 문제를 정식화 할 수 있다. 따라서 Bouc-Wen 모델과 일련의 선형화 기법을 이용하면 대부분의 면진장치에 대해 확률론적 방법에 의거한 최적화 문제를 일관성 있게 정의할 수 있다.

### 3. 수치계산 예 및 고찰

#### 3.1 Case 1: 선형 강성 - 점성 감쇠 - 순수 마찰요소로 구성된 면진장치

선형 강성 - 점성 감쇠 - 순수 마찰요소로 구성된 면진장치인 경우 확률론적 방법에 의거한 최적 설계는 다음과 같은 구속을 갖는 최적화문제로 귀착될 수 있다.

$$\text{Minimize} \quad \frac{\sigma_y}{\sigma_0} \quad (11)$$

$$\text{Subject to } x_m \leq x_{cr}, \Omega_1 \leq \Omega \leq \Omega_2, \xi_{b1} \leq \xi_b \leq \xi_{b2}, \epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_2, \mu_1 \leq \mu \leq \mu_2$$

수치계산 예로써 Fig. 2에 보인 균일 3층 shear type 면진 구조물에 대해 최적 설계를 수행하였다. 수치계산에 있어서 구속조건으로써 다음의 경우를 고려하였다.

$$x_m \leq 30 \text{ cm}, 0.01 \leq \Omega \leq 1.0,$$

$$0 \leq \xi_b \leq 0.2, 0 \leq \epsilon \leq 0.04, 0.1 \leq \mu \leq 2.0$$

또한, 상부구조물의 고정지지부 최저차 고유 원진동수 값  $\omega_1=27.96 \text{ rad/s}$ , 모달감쇠비  $\xi_1=0.02$ 를 사용했으며, 지반가속도의 psd는  $G_0=50 \text{ cm}^2/\text{s}^3$ , 감쇠비  $\xi_g=0.65$ 를 사용하였다.

식 (11)로 주어지는 최적화 문제를 풀기 위해 구속 최적화 문제의 해법으로써 가장 효율적인 방법중 하나로 알려져 있는 sequential quadratic programming 기법을 근간으로 MATLAB<sup>®</sup>에서 제공하는 'fmincon' 함수를 응용하여 수치계산에 사용하였다.

본 저자들은 순수마찰 요소를 Coulomb 모델을 사용하여 모델링하고, 이를 이용하여 설계변수들의 변화가 목적함수 및 구속조건에 미치는 영향을 검토한 바 있다[7]. 그 결과로서 Table 1에는 3개의 설계변수  $\{\Omega, \xi_b, \mu\}$ 에 대해 최적 설계를 수행한 결과를 정리하였다. Table 1에서  $R=\omega_g/\omega_1$ 이며 대상구조물과 지진파형의 주 주파수 관계를 나타내고 있다. Table 2는 마찰계수  $\epsilon$ 를 포함한 4개의 설계변수  $\{\Omega, \xi_b, \mu, \epsilon\}$ 에 대해 최적설계를 수행한 결과를 보여주고 있다. 각  $R(0.1, 1.0, \infty)$ 에 대해 각각 2개의 최적해를 얻을 수 있었으며, 설계변수  $\Omega$ 와  $\mu$ 는 일정한 값을 가지고 있는 반면, 설계변수  $\xi_b$ 와  $\epsilon$ 는 다른 값을 가지고 있다. 자세히 살펴보면 설계변수  $\xi_b$ 와  $\epsilon$ 는 전체계에 감쇠로서 작용하게 되므로 상호보완적인 수치를 가지고 있음을 알 수 있다. 마찰계수( $\epsilon$ )가 작은 값을 가지면 이를 보완하기 위해 점성감쇠( $\xi_b$ )가 어느 정도 필요하게 되며, 점성감쇠가 없으면, 마찰계수가 이전보다는 커져야 최소의 목적함수를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 동일한 최적화 문제에 대해 마찰요소를 Bouc-Wen 모델을 사용하여 모델링한 경우에 대한 최적 설계를 수행하였다. 식 (5)의 첫 번째 식을 적용하면 식 (9)의 시스템 행렬을 구할 수 있다. 최적화 문제를 풀기 위해서는 식 (10)의 Lyapnov 방정식을 먼저 풀어야 한다. 그러나 행렬 P는 등가선형화 식의 계수인  $K_e$ 와  $C_e$ 를 포함하고 있으며, 이들 계수는 식 (10)의 해로부터 산정될 수 있다. 따라서 최적화 문제는 식 (10)을 반복계산(iteration)을 통해 풀면서 최적 설계변수를 산정해야 한다. Lyapnov 방정식은 MATLAB<sup>®</sup>의 'lyap'함수를 사용하여 풀었다. 3개의 설계변수  $\{\Omega, \xi_b, \mu\}$ 에 대해 산정된 최적 설계변수를 Table 3에, 마찰계수  $\epsilon$ 를 포함한 4개의 설계변수  $\{\Omega, \xi_b, \mu, \epsilon\}$ 에 대해 산정된 최적 설계변수는 Table 4에 각각 정리하였다. Table 4에서 보듯이 각각 2개의 최적해를 얻었다. 이는 Coulomb 모델을 사용했을 경우와 같은 이유로 설명될 수 있다. Coulomb 모델의 결과와 비교를 해 보면, 전반적인 경향은 일치하나 Bouc-Wen 모델을 이용할 경우 더 많은 감쇠를 요구하는 경향이 나타나고 있다. 설계 변수  $\Omega$ 와  $\mu$ , 그리고 구속조건에 대해서는 결과가 매우 유사하다. 구체적으로 4개의 설계변수에 대해 계산한 결과인 Table 2와 4를 비교해 보면, 설계 변수  $\Omega$ 와  $\mu$ 는 약 5%이내의 차이를 보이고 있다. 반면 같은  $\xi_b$ 에 대해  $\epsilon$ 의 값은 약 22%의 차이로 Bouc-Wen 모델 경우의 수치가 더 크다. 이는 Bouc-Wen 모델이 직사각형 이력곡선(hysteretic loop)을 갖는 Coulomb 모델을 완벽하게 표현하지 못한 것에 기인한 것으로 판단된다. 목적함수 수치는 많은 차이를 보이고 있으나, 수치 자체에 대한 의미는 크지 않은 것으로 판단되며, 중요한 것은 최적 설계변수의 값들이다.

### 3.2 Case 2: 마찰 진자형 면진장치(FPS)

구조물의 수직 하중을 받는 상태에서 수평방향의 고유진동수를 낮추기 위한 면진장치의 적용은 과도한 수직하중에 비해 수평방향의 강성이 매우 작을 것이 요구된다. 마찰 진자형 면진장치는 마찰판의 곡률에 따른 진자운동을 하기 때문에 고유진동수의 변화, 즉 수평강성의 변화가 없고, 마찰판의 운동 반경내에서는 항상 수직하중에 대한 적재능력이 일정하므로 매우 효과적인 면진장치로 알려져 있다.

마찰 진자형 면진장치는 식 (5)의 두 번째 식으로 모델링될 수 있다. 이 식을 이용하여 식 (9)의 시스템 행렬  $P$ 를 구할 수 있다. 3.1절에 기술한 수치예제 구조물을 대상으로 최적의 마찰 진자형 면진장치 설계를 수행하였다. 마찰 진자형 면진장치의 설계변수로 마찰계수  $\epsilon$ 와 곡률의 반경  $R_0$ 를 선택할 수 있다. 또한 base의 질량비  $\mu$ 도 설계변수로 선택하였다. 3개의 설계변수에 대해 수치계산을 수행한 결과를 Table 5에 정리하였다. 마찰계수  $\epsilon$ 와 base의 질량비  $\mu$ 에 변수에 대한 제한조건은 Case 1의 경우와 같은 조건으로 가정하였다. 마찰 진자형 면진장치를 설치할 경우 추가적인 점성마찰 및 강성요소를 설치하지 않으므로  $\omega_b$ 와  $\xi_b$ 는 각각 0으로 설정하였다.

Case 1의 결과인 Table 4와 비교해 보면 매우 일치된 수치를 보이고 있음을 알 수 있다. 목적함수 및 제한조건의 차이는 거의 없으며, 산정된 마찰계수 값도 거의 일치함을 알 수 있다. 마찰 진자형 면진장치에서는 곡률반경에 의한 면진구조물의 고유주기가 결정되므로 순수마찰형 면진장치의 강성요소와 같은 역할을 하게된다. 따라서 추가적인 점성마찰 및 강성요소 없이 단순히 마찰 진자형 면진장치를 설치함으로써 선형 강성 - 점성 감쇠 - 순수마찰 요소로 구성된 면진장치와 같은 효과를 나타내고 있음을 알 수 있다.

### 3.3 Case 3: 탄성이력형(Hysteretic) 면진장치

구조물의 면진을 위한 isolator로서 가장 널리 활용되고 있는 고무적층 베어링, 납삽입 베어링 등은 탄성이력형 면진장치로 분류될 수 있으며, 식 (5)의 세 번째 식으로 수학적 모델링이 표현될 수 있다. 이 식을 이용하여 식 (9)의 시스템 행렬  $P$ 를 구할 수 있다.

탄성이력형 면진장치의 특성을 나타내는 설계변수는  $F^y$ ,  $Y$ ,  $\alpha$ 임을 알 수 있으며, 위 3.1절에서 고려한 수치계산 예를 대상으로 최적의 설계변수를 계산하였다. 탄성이력형 면진장치를 설치할 경우에도 마찰진자형 면진장치의 경우처럼 추가적인 강성이나 감쇠요소가 필요하지 않으므로,  $\omega_b$ 와  $\xi_b$ 는 0으로 가정하였다. Bouc-Wen 모델링에 사용된 계수  $\beta$ ,  $\gamma$ , 및  $A$ 는 각각 -0.54, 1.4 및 1로 가정하였다. 수치계산에서 설계변수로서 면진장치 자체의 변수 ( $F^y$ ,  $Y$ ,  $\alpha$ )와 base의 질량비  $\mu$ 를 고려하였으며, 3가지 경우에 대해 최적 수치계산을 수행하였다. 먼저  $\alpha$ (=0.157)와  $\mu$ (=2.0)를 일정한 수치로 고정한 후  $F^y$ ,  $Y$ 에 대해 최적해를 계산하였다. 다음은  $\mu$ (=2.0)만을 고정한 후 나머지 3개의 변수를 대상으로 최적설계를 하였으며, 최종적으로는 4개의 변수에 대해 수치계산을 수행하였다.  $R = 1$  및  $R = 0.1$ 일 때 계산된 결과 값들을 Table 6에 정리하였다. Table 6에서 보듯이 전반적으로 마찰형 면진장치의 경우와 유사한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. Base의 질량은 주어진 조건에서 작을수록 좋으며,  $\alpha$ 도 거의 최소값 근처에서 최적해를 나타내고 있다. 고려할 수 있는 설계변수를 많이 고려할수록 더 좋은 설계치를 찾고 있음을 확인할 수 있었다.

#### 4. 고찰 및 결론

초기 연구에서는 선형스프링, 점성감쇠 및 Coulomb 마찰요소의 복합체로 이상화시킬 수 있는 면진장치를 적용한 면진 구조물의 최적설계 문제를 확률론적 방법에 의거하여 정식화하고 수치계산 예로써 균일 3층 shear type 면진 구조물에 대해 최적 설계를 수행하였다[7].

Bouc-Wen 모델을 사용하여 마찰형 면진장치 뿐만 아니라 탄성이력형 면진장치의 특성을 표현함으로써 대부분의 면진장치에 대한 일관된 최적설계 방법을 제시하였다. 여러가지 형태의 면진장치에 대해 최적설계 예를 수행하였으며, 결과를 비교·검토하였다. 각 면진장치별로 구한 최적설계 결과는 모두 유사한 결과를 주고 있었으며, 이를 통해 본 연구에서 제시한 Bouc-Wen 모델을 사용한 일관된 면진장치 최적설계 방법의 유용성을 확인하였다.

#### 감사의 글

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업 중 “제진장치를 활용한 제진설계 기술개발” 과제의 일환으로 수행되었습니다. 연구비 지원에 심심한 감사드립니다.

#### 참고 문헌

1. Constantinou, M. C., "Random Vibration and Optimization of Design of Aseismic Base Isolation Systems", Ph. D. Thesis of Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, May 1984.
2. Xiaoming, L., "Optimization of the stochastic Response of A Bridge Isolation System with Hysteretic Dampers", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.18, pp951-964, 1989.
3. Inaudi J. A. and Kelly, J. M., "Optimum Damping in Linear Isolation Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.22, pp583-598, 1993.
4. Jangrid, R. S., "Optimum Damping in A Non-Linear Isolation System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.189, No.4, pp477-487, 1996.
5. Jangrid, R. S., "Optimum Frictional Elements in Sliding Isolation Systems", *Computers and Structures*, Vol.76 pp651-661, 2000.
6. 박지훈, 이상현, 강경수, 황재승, 김진구, "점탄성 감쇠기와 설치용 가새의 최적설계", 한국지진공학회 논문집 제5권 제3호, pp45-56, 2001.
7. 정정훈, 김병현, 양용진, "면진구조물의 최적설계에 관한 연구", 한국지진공학회 추계학술발표회, pp.339-347, 2001
8. Wirsching, P. H. and Yao, J. T. P., "Model Response of Structures", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol.96, pp879-883, 1970
9. Wen, Y. K. "Equivalent Linearization for Hysteretic Systems Under Random Excitation", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.47, pp.150-154, 1980

Table 1 Optimum design values with constant frictional coefficient (Coulomb model)

	Coefficient of friction ( $\varepsilon$ )	Optimum design			$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
		$\xi_b$	$\Omega$	$\mu$		
$R \rightarrow \infty$	0.00	0.2	0.0668	0.10	0.0874	30
	0.02	0.0	0.0820	2.00	0.0592	30
	0.04	0.0	0.0367	2.00	0.1094	30
$R = 1$	0.00	0.2	0.0670	0.10	0.0708	30
	0.02	0.0	0.0845	2.00	0.0469	30
	0.04	0.0	0.0398	2.00	0.0865	30
$R = 0.1$	0.00	0.2	0.0771	0.10	0.7045	30
	0.02	0.1	0.0865	1.97	0.3799	30
	0.04	0.0	0.0101	2.0	0.5854	30

Table 2 Optimum design values (Coulomb model)

	Optimum design				$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
	$\xi_b$	$\Omega$	$\mu$	$\varepsilon$		
$R \rightarrow \infty$	0.0001	0.0943	2.0	0.0177	0.0575	30
	0.1877	0.0943	2.0	0.0158		
$R = 1$	0.0000	0.0948	2.0	0.0180	0.0459	30
	0.1900	0.0948	2.0	0.0160		
$R = 0.1$	0.1075	0.0870	2.0	0.0200	0.3799	30
	0.2000	0.0868	2.0	0.0192		

Table 3 Optimum design values with constant the frictional coefficient (Bouc-Wen model)

	Coefficient of friction ( $\varepsilon$ )	Optimum design			$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
		$\xi_b$	$\Omega$	$\mu$		
$R \rightarrow \infty$	0.00	0.2	0.0680	0.10	0.1267	30
	0.02	0.2	0.0943	2.00	0.0814	30
	0.04	0.0	0.0488	2.00	0.1216	30
$R = 1$	0.00	0.2	0.0682	0.10	0.1025	30
	0.02	0.2	0.0954	2.00	0.0650	30
	0.04	0.0	0.0519	2.00	0.0953	30
$R = 0.1$	0.00	0.2	0.0787	0.10	1.0301	30
	0.02	0.2	0.0433	0.10	0.5493	30
	0.04	0.0	0.0176	0.12	0.7002	30

Table 4 Optimum design values (Bouc-Wen model)

	Optimum design				$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
	$\xi_b$	$Q$	$\mu$	$\epsilon$		
$R \rightarrow \infty$	0.1108	0.0932	1.93	0.0210	0.0814	30
	0.0006	0.0927	2.00	0.0229		
$R = 1$	0.0056	0.0949	2.0	0.0229	0.0649	30
	0.1034	0.0948	2.0	0.0216		
$R = 0.1$	0.0960	0.0871	2.0	0.0256	0.5381	30
	0.1992	0.0870	2.0	0.0245		

Table 5 Optimum design values for FPS (Bouc-Wen model)

	Optimum design			$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
	$0.00 \leq \epsilon \leq 0.04$	$10 \leq R_a \leq 2000$	$0.1 \leq \mu \leq 2.0$		
$R \rightarrow \infty$	0.023	1000	2.0	0.0814	30
$R = 1$	0.023	975	2.0	0.0650	30
$R = 0.1$	0.027	1157	2.0	0.5382	30

Table 6 Optimum design values for Hysteretic Isolator (Bouc-Wen model)

Cases		Optimum design				$\sigma_y/\sigma_0$	Constraint $x_m(cm)$
		$10 \leq F^y \leq 200$	$0.1 \leq Y \leq 5.0$	$0.01 \leq \alpha \leq 0.5$	$0.1 \leq \mu \leq 2.0$		
2-para.	$R = 1$	160.78	2.93	constant (0.157)	constant (2.0)	0.0768	30
	$R = 0.1$	196.27	2.98			0.7476	30
3-para.	$R = 1$	137.75	0.20	0.010	constant (2.0)	0.0654	30
	$R = 0.1$	158.27	0.24	0.010		0.5568	30
4-para.	$R = 1$	137.75	0.20	0.010	2.0	0.0654	30
	$R = 0.1$	158.27	0.24	0.010	2.0	0.5568	30

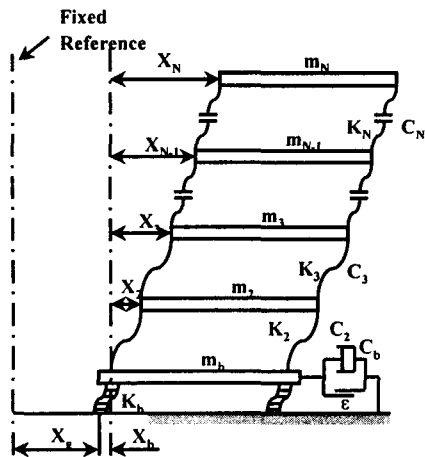


Fig. 1 A base isolated structure

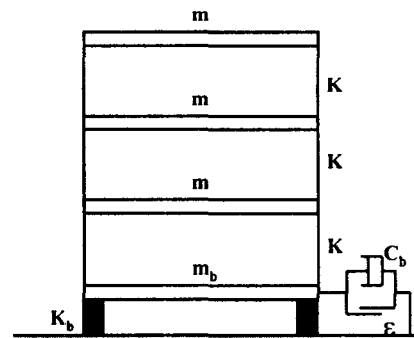


Fig. 2 Numerical example structure