

등가 1 자유도계에 의한 철근콘크리트 건물의 비선형 동적해석의 검토

Estimation of Nonlinear Response for Moment Resisting Reinforced Concrete Frames Using Equivalent SDOF System

전 대한* 노 필 성**
Jun, Dae Han Roh, Pil-Sung

ABSTRACT

To evaluate the seismic performance of multistory building structures use an equivalent SDOF model. This paper presents a method of converting a MDOF system into an equivalent SDOF model. The principal objective of this investigation is to evaluate appropriateness of converting method through perform nonlinear time history analysis of a multistory building structures and an equivalent SDOF model. The hysteresis rules to be used an equivalent SDOF model is obtained from the pushover analysis.

The conclusion of this study is following: A method of converting a MDOF system into an equivalent SDOF model through the nonlinear time history response analysis is valid. The representative lateral displacement of a moment resisting reinforced concrete frames is close to the height of the first modal participation vector $\beta_{1U}=1$. It can be found that the hysteresis rule of an equivalent SDOF model have influence on the time history response. Therefore, it is necessary for selecting hysteresis rules to consider hysteresis characteristics of a moment resisting reinforced concrete frames.

1. 서 론

건축물의 내진설계는 장래 예정 부지에 발생할 것으로 예상되는 지진동에 대하여 설계 목표로 하는 성능수준을 만족하도록 설계하는 성능에 기초한 내진설계(Performance-Based Seismic Engineering)로 변천하고 있다. 지진과 같은 자연재해로 인한 인명의 희생과 사회·경제적인 손실을 감소시키기 위해서는 건축물의 구조설계에 성능설계법의 도입이 시급한 실정이다. 성능설계에서는 구조물의 내진성능을 정적 비선형해석을 이용하여 평가하고자 하는 것이며, 그 방법들로 대표되는 것이 능력스펙트럼법(Capacity Spectrum Method)과 변위계수법(Displacement Coefficient Method)이다.

이들 방법은 다자유도계 구조물을 1자유도계로 표현할 필요가 있으며, 다자유도계의 지진응답을 1자유도계로 치환하여 평가하는 등가 1자유도계 지진응답해석법은 매우 유용한 방법이다. 그러므로 다층 건축물의 동적 특성을 어떻게 1자유도계의 동적모델로 표현할 것인가 하는 문제가 중요하다. 등가 1자유도계의 모델화 방법으로는 다층건물의 지진응답에 있어서 지배적인 1차 모드를 고려하여 모델화하는 방법이 많이 적용되고 있다.^{1),3),4)}

* 정회원 · 동서대학교 건축공학과, 부교수
** 정회원 · 동아대학교 건축공학과, 겸임교수

본 연구에서는 정적 비선형 해석을 통하여 얻어진 복원력 모델을 이용하여 등가 1자유도계 복원력 모델의 골격곡선을 설정하여¹⁾, 등가 1자유도계의 시간이력응답으로 다자유도계의 비선형 지진응답을 추정하는 방법을 검증하는 것이 목적이다. 다자유도계 구조물을 등가 1자유도계 진동모델로 변환한 후, 등가 1자유도계의 비선형 지진응답과 골조구조 모델의 비선형 응답을 비교하여, 등가 1자유도계의 치환 방법의 타당성을 확인한다. 여기서는 입력지진동과 등가 1자유도계의 이력모델을 변화시켜, 그 타당성을 검증한다.

2. 등가 1 자유도계로의 변환과 골격곡선의 설정

다자유도계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+(R)=-[M]\{1\}\ddot{x}_g \quad (1)$$

[M]: 질량 매트릭스, [C]: 감쇠 매트릭스, {R}: 복원력 Vector

{x}: 변위 Vector, \ddot{x}_g : 지반가속도

탄성 및 탄소성에 상관없이 건축물의 응답은 탄성에서의 1차 고유모드가 지배적이라고 가정하여, 1차 모드 성분만을 고려하기 위하여 1차 모드 참여vector β_{1u} 성분을 앞에서 곱하여 1자유도계로 치환한다.

$$\beta_{1u}^T[M]\{\ddot{x}\}+\beta_{1u}^T[C]\{\dot{x}\}+\beta_{1u}^T(R)=-\beta_{1u}^T[M]\{1\}\ddot{x}_g \quad (2)$$

여기서,

$$\beta = \frac{\{1u\}^T [M] \{1\}}{\{1u\}^T [M] \{1u\}} = \frac{\sum_{i=1}^N (m_{i1} u_i)}{\sum_{i=1}^N (m_{i1} u_i^2)} \quad : \text{모드참여계수(modal participation factor)} \quad (3)$$

{1u}: 1차 모드 Vector

따라서 다음과 같이 등가 1자유도계로 변환할 수 있다.

$${}_1M\ddot{\delta}+{}_1C\dot{\delta}+F=-{}_1M\ddot{x}_g \quad (4)$$

여기서,

$${}_1M=\beta_{1u}^T[M]_1\beta_{1u} = \beta \sum_{i=1}^N (m_{i1} u_i^2) \quad : \text{1차 등가 질량(equivalent mass)} \quad (5)$$

${}_1K=\beta_{1u}^T[K]_1\beta_{1u}$: 1차 등가 강성

$$\delta = \frac{\beta_{1u}^T [M] \{x\}}{\beta_{1u}^T [M] \{1\}} = \frac{\beta_{1u}^T [M] \{x\}}{{}_1M} = \frac{\sum_{i=1}^N (m_{i1} u_i x_i)}{\sum_{i=1}^N (m_{i1} u_i^2)} \quad : \text{등가변위(equivalent displacements)} \quad (6)$$

$$F=\beta_{1u}^T(R)=\beta \sum_{i=1}^N (u_i R_i) \quad : \text{등가복원력(equivalent force)} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)은 정적 비선형해석(pushover analysis)에서 계산되는 각 하중단계(step)에서의 변위vector(x)와 복원력vector {R}로부터 등가변위(δ)-등가복원력(F)을 계산하는 것이고, 이것을 Fig. 1에서 곡선(a)과 같이 그릴 수 있다. 한편, 다층 골조구조물의 정적 비선형해석을 수행하여 직접 얻어지는 대표높이에서의 변위(${}_r\delta$)-밀면전단력(Q_B)을 Fig. 1에서 곡선(b)과 같이 그릴 수 있다. 이들 복원력 모델은 정적비선형해석으로부터 얻어진 등가 1자유도계의 복원력모델에 해당된다.

따라서 등가 1자유도계의 동적 비선형해석용 복원력 모델로서의 타당성을 검토할 필요가 있다.

또한 다자유도계의 총변위 vector $\{x\}$ 가 1차 모드 형상과 같다고 가정하면, 탄성 상태에서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{x\} = \beta \{1\} S_d = \beta \{1\} S_a / \omega^2 = \beta \{1\} \frac{1}{K} S_a \quad (8)$$

여기서, $1S_d$: 1차 모드에 상응하는 변위응답
 $1S_a$: 1차 모드에 상응하는 가속도응답
 $1K$: 1차 모드 등가강성

$$\omega = \sqrt{\frac{1K}{1M}} : 1차 모드 고유 원진동수$$

한편, 1차 모드에 의한 밀면전단력 $1Q_B$ 는

$$1Q_B = 1M \cdot 1S_a \quad (9)$$

이므로

$$\{x\} = \beta \{1\} 1Q_B / 1K \quad (10)$$

여기서 1차모드 참여 vector $\beta \{1\} = 1$ 이 되는 높이(rdH)에서의 수평변위를 δ_{rd} 이라고 하면,³⁾

$$\delta_{rd} = 1Q_B / 1K \quad (11)$$

이다. 따라서 1차모드 참여 vector $\beta \{1\} = 1$ 일 때의

수평변위를 대표변위 δ_{rd} (representative displacement)라 부르기로 한다.

다자유도계의 밀면전단력 또는
 등가 1자유도계의 등가복원력F

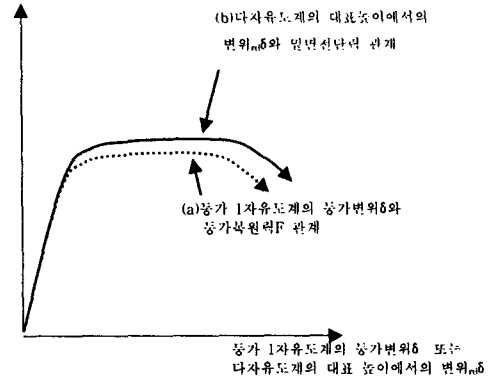


Fig. 1 복원력 모델

3. 해석 모델

2장에서 서술한 등가 1자유도계 치환방법의 타당성을 검증하기 위한 해석 모델은 Fig. 2와 같이 국내설계에서 일반적으로 적용될 수 있는 표준적인 철근콘크리트 모멘트 저항 평면골조 모델을 선정한다.²⁾

해석모델에 사용된 기둥 및 보 부재의 단면치수와 배근은 Table 1과 같다. 사용재료의 특성은 철근의 경우 탄성계수 $E_s = 196\text{GPa}$, 항복강도 $f_y = 392\text{MPa}$, 콘크리트의 경우 탄성계수 $E_c = 22.8\text{GPa}$, 설계기준강도 $f_{ck} = 23.5\text{MPa}$ 이다.

해석모델의 동적 성질은 Table 2에 나타낸 것과 같다.

Table 1 부재단면 및 배근도

(a) 기둥부재(C1, C2)

층수	단면크기 BxD(cm)	배근
1~3	60x60	12-D22
4~6	50x60	12-D22
7~10	50x50	8-D22

(b) 보 부재(G1)

층수	단면크기 BxD(cm)	상단 근*	하단 근*
전층	35x60	6-D19	4-D19

* 양단부의 배근 양을 나타낸다.

4. 평면골조 구조물의 비선형 해석

4.1 비선형 정적해석

(1) 해석방법

해석모델에 대한 비선형 정적해석은 CANNY99를 이용하여 수평력을 단계적으로 증가시키면서 강성이 변동하는 하중 단계에서는 반복계산을 수행하는 증분 해석법(step-by-step)을 사용하였다.⁵⁾ 비선형 해석을 위한

보와 기둥 부재의 모델화는 단부 힌지 모델을 사용하였다. 휨 강도는 철근콘크리트 부재의 휨 이론을 적용하여 휨 항복강도를 계산하였다. 힌-변형 골격곡선은 휨 변형에 대해서는 이선형, 전단변형은 삼선형으로 하였으며 기둥의 축변형은 탄성으로 가정하였다.

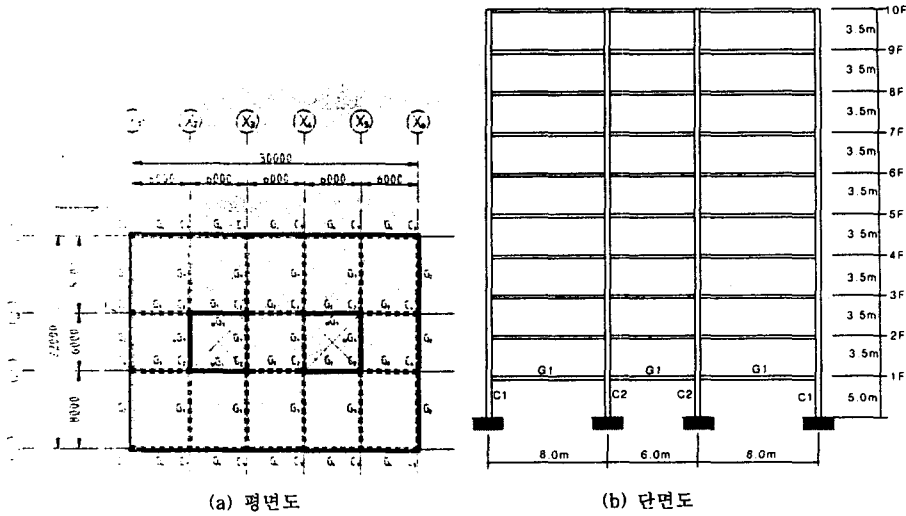


Fig. 2 해석모델

(2) 해석결과

비선형 정적해석에 의한 최상층 변위-밀면전단력 관계를 Fig. 3에 나타낸다. 최상층 높이에 대한 최상층 수평 변위의 비인 수평변위각으로 표현하면 약 1/500rad 정도에서 항복이 일어난 것으로 판단되며, 이 때의 밀면전단력은 약 53ton 정도이다.

수평하중의 증가에 따른 건물의 파괴 형상을 알아보기 위해 구조물의 항복힌지 발생 현황을 Fig. 4에 나타낸다. 그림에서 ○과 ●은 Fig. 3의 하중 step 18(밀면전단력 $Q_b=53.2\text{ton}$, 변형각 1/500rad)과 하중 step 40(밀면전단력 $Q_b=60.0\text{ton}$, 변형각 1/200rad)일 때, 각 부재에 발생한 항복힌지를 나타낸다. Fig. 4에 나타난 바와 같이 구조물의 상부층에서는 항복힌지가 발생하지 않았음을 알 수 있다.

Table 2 구조물의 동적성질과 진동모드

층수	질량 m_i	층고 $h_i(\text{m})$	1차모드 $1u_i$	2차모드 $2u_i$	3차모드 $3u_i$
10	3.143	3.5	0.2428	0.2463	-0.2369
9	3.321	3.5	0.2366	0.1927	-0.0950
8	3.321	3.5	0.2248	0.1024	0.0920
7	3.321	3.5	0.2075	-0.0088	0.2240
6	3.321	3.5	0.1851	-0.1164	0.2232
5	3.321	3.5	0.1612	-0.1897	0.1107
4	3.321	3.5	0.1342	-0.2280	-0.0511
3	3.321	3.5	0.1044	-0.2249	-0.1867
2	3.321	3.5	0.0717	-0.1796	-0.2281
1	3.490	5.0	0.0385	-0.1058	-0.1657
Σ	33.2	36.5			
고유주기 $T_s(\text{sec})$			0.9925	0.3314	0.1876
모드참여계수 β			5.2976	1.7607	1.0272
등가질량 M			28.094	3.1012	1.0554
대표높이 $r_d H$			23.075		

4.2 비선형 동적해석

골조구조물의 비선형 동적해석에 사용된 이력곡선 모델은 전단변형에 대해서는 Origin-Oriented 모델의 힌-변형 관계를 갖도록 균열강도 및 항복강도를 가정하였다. 휨변형에 대해서는 Modified Clough 모델로 가정하였다. 비선형 시akai력해석에서는 운동방정식을 풀기 위한 수치적분법으로 Newmak β 법($\beta=0.25, \gamma=0.5$)을 사용하였고, 감쇠는 초기 강성 비례형을 사용하여 감쇠비(ζ)는

5%로 해석을 수행하였다. 비선형 시간이력해석에 사용될 입력지진동은 El Centro 1940 NS 성분, Kobe 지진의 Kobe항만에서 얻어진 지진동(Kobe NS), 설계용 스펙트럼에 적합하도록 만들어진 모의지진동파형(Artificial ground motion)을 입력하였다. 지진동의 입력 최대가속도는 골조구조의 최상층 변위각이 $(1/200)\text{rad}$ (최대변위=18.35cm)이 되도록 크기를 조절하였다. 입력시간은 0초에서 30초까지로 하였으며, 적분 시간 간격은 0.005sec를 사용하였으며, 강성변화와 속도의 방향이 변화하는 곳에서는 반복계산을 수행하였다.

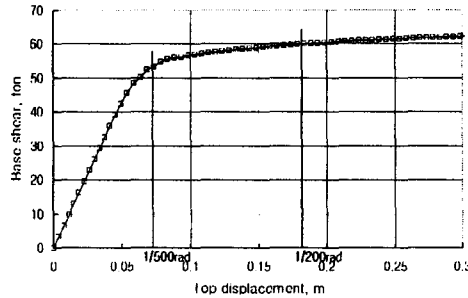


Fig. 3 비선형 정적해석에 의한 최상층 변위-밀면전단력 관계

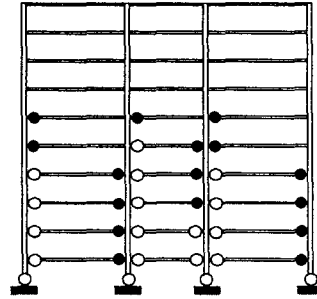


Fig. 4 항복한지 발생도

5. 등가 1자유도계의 비선형 동적해석

5.1 등가 1자유도계의 동적 모델

다층 골조구조에 대한 동적 성질을 이용하여 등가 1자유도계 진동모델로 변환하는 과정은 2절에 서술되었다. Fig. 5는 다층 골조구조를 등가 1자유도계로 변환한 상태를 간략히 도식적으로 표현한 것이다. 그림에서 등가 1자유도계의 등가질량 M , 등가높이 H 등은 식(5), 식(13)으로부터 계산된다. 대표높이 h_d 는 다층 골조구조의 진동형상을 나타내는 1차 모드참여 vector $\beta_1(u)=1$ 인 위치를 계산하면 된다. 등가강성 K 은 식(8)에서 $K=\beta_1(u)^T[K]\beta_1(u)$ 로부터 수식적으로 표현되는데, 이 식은 집중질량계(lumped mass) 모델에서는 등가강성의 계산이 가능하다. 그러나 본 논문의 해석모델과 같이 다층 골조구조인 경우, 강성매트릭스 $[K]$ 는 많은 요소를 포함하고 있기 때문에 위의 식으로는 직접 계산하는 것은 곤란하다. 그러므로 본 논문에서는 다층 골조구조의 비선형 정적해석에서 얻어진 대표변위-밀면전단력 관계의 골격곡선(Fig. 6)으로부터 직접 산정하였다.

Fig. 6은 Fig. 1과 같은 다층 골조구조의 비선형 정적해석으로부터 등가 1자유도계로 치환한 등가변위 δ -등가복원력 F 관계 곡선, 다층 골조구조의 비선형 정적해석에 의한 등가높이에서의 등가변위 δ_c -밀면전단력 Q_B 관계 곡선, 대표높이에서의 대표변위 δ_{rd} -밀면전단력 Q_B 관계 곡선을 비교하여 표시하였다. 그림에서 등가 1자유도계로 치환한 등가변위 δ -등가복원력 F 관계 곡선은 다층 골조구조의 비선형 정적해석에 의한 대표높이에서의 대표변위 δ_{rd} -밀면전단력 Q_B 관계곡선과 가장 근접한 결과를 나타낸다. 이것은 치환된 등가 1자유도계의 높이를 나타내는 위치로서 대표높이, 즉 1차 모드 참여vector $\beta_1(u)=1$ 인 위치가 가장 근접한 높이가 된다는 것을 보여주고 있다. 따라서 여기서는 대표높이에서의 변위 δ_{rd} 를 이용하여, 등가 1자유도계의 응답을 평가한다.

등가 1자유도계의 비선형 동적지진응답해석을 수행하기 위해서는 이력곡선이 필요하다. Fig. 7은 다층 골조구조의 정적 비선형해석에서 구한 대표높이에서의 대표변위 δ_{rd} -밀면전단력 Q_B 관계 곡선을 이용하여, 등가 1자유도계 진동모델의 골격곡선을 2선형 및 3선형으로 근사화 시킨 것이다. 2선형 골격곡선으로 근사화 시킬 경우 실제 정적 비선형해석과 약간의 차이가 생길 수 있지만, 3선형으로 근사화 시킬 경우는 매우 근사하게 모델화

할 수 있다.

이와 같이 등가 1자유도계로 치환된 진동모델에 대한 동적성질을 다층 골조구조의 동적성질과 비교한 것이 Table 3에 나타난다. 이 Table 3으로부터 등가 1자유도계 진동모델의 동적성질은 다층 골조구조의 동적성질과 거의 유사하다는 것을 확인할 수 있다.

Table 3 다층 골조구조와 등가 1자유도계의 동적성질 비교

다층 골조구조		등가 1자유도계		
총질량 M_T (t.sec ² /m)	1차고유주기 T_1 (.sec)	1차모드질량 M_1 (t.sec ² /m)	1차모드 등가강성 K_1 (t/cm)	고유주기 T (sec)
33.2	0.9925	28.07	11.53	0.9922

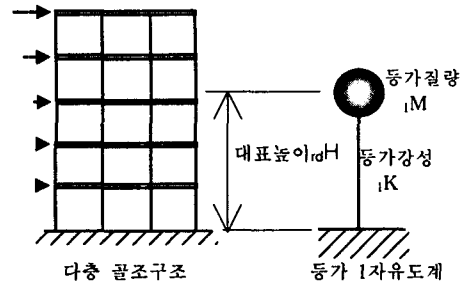


Fig. 5 등가 1자유도계의 진동모델 변환

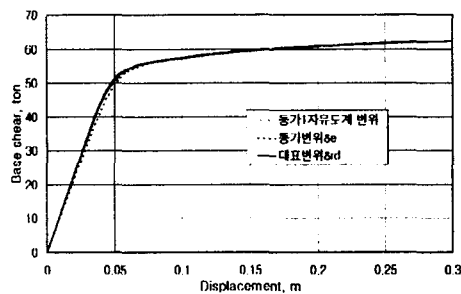


Fig. 6 복원력 모델 비교

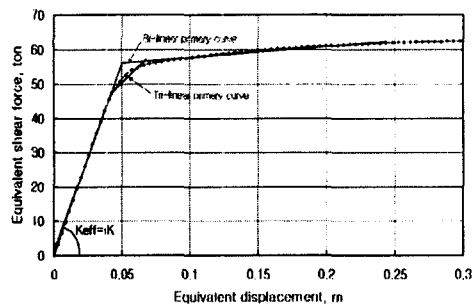


Fig. 7 복원력 모델의 초기 골격곡선 설정

5.2 비선형 지진응답해석 결과 및 고찰

등가 1자유도계에 의한 시간이력해석 응답치와 다층 골조구조의 골조모델(이하 Frame모델이라 한다)의 대표높이에서의 수평변위(대표변위) 시간이력해석 응답치를 비교하여, 등가 1자유도계 모델의 타당성을 검증한다. Fig. 8~Fig. 13은 등가 1자유도계의 입력지진동과 복원력 모델에 따른 시간이력응답을 골조모델의 대표변위에서의 변위응답과 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 Frame모델은 부재모델(단부힌지 모델)로서 구조물을 모델화하였기 때문에 부재의 복원력 모델은 휨변형에 대해서는 Modified Clough 모델, 전단변형에 대해서는 Origin-Oriented 모델, 축변형에 대해서는 탄성 모델을 각각 사용하였다. 즉, Frame 모델은 복원력 모델의 변화가 없으며, 등가 1자유도계의 복원력 모델은 Modified Clough 모델(CL2)과 Degrading bilinear 모델(D-BL2)을 사용하여 응답치를 비교한 것이다.

이들 그림에서 다층 골조구조의 시간이력응답을 등가 1자유도계로 표현하고자 할 때, 등가 1자유도계 진동모델에서 복원력 모델의 이력곡선(hysteresis rule)에 따라 시간이력응답이 상당히 달라지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 현상은 입력지진동에 따라 그 차이가 뚜렷하게 나타나는 경우도 있다. 그림으로부터 등가 1자유도계의 복원력 모델의 이력특성에 따라 시간이력곡형은 다른 양상을 보인다. 그러므로 다층 골조구조의 지진응답을 등가 1자유도계로 치환하여 대표변위로서 표현하는 방법은 그 타당성이 충분히 있다고 사료된다. 그러나 등가 1자유도계의 지진응답해석에 이용하는 복원력 모델의 이력곡선은 실제구조물의 이력특성을 반영한 모델을 선정하는 것이 중요하다.

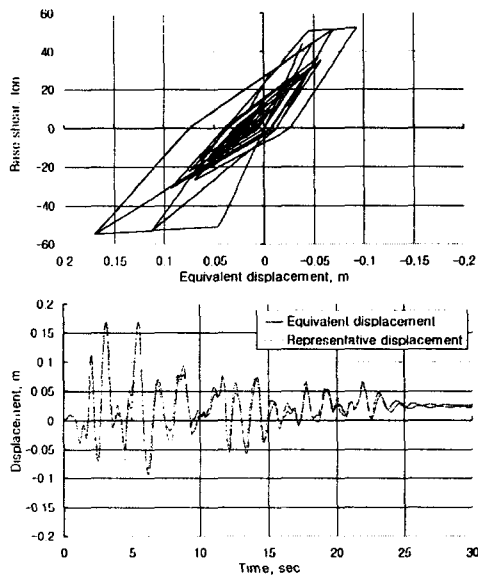


Fig. 8 El Centro 1940 NS(CL2)

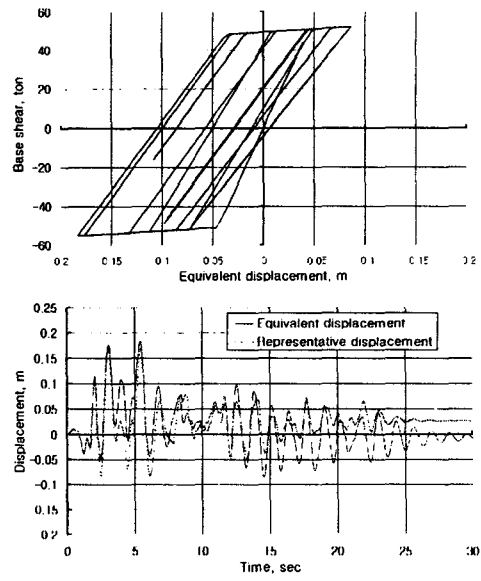


Fig. 9 El Centro 1940 NS(D-BL2)

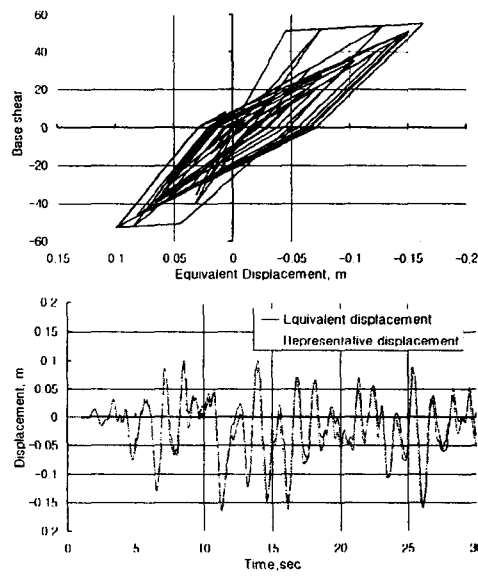


Fig. 10 Artificial ground motion(CL2)

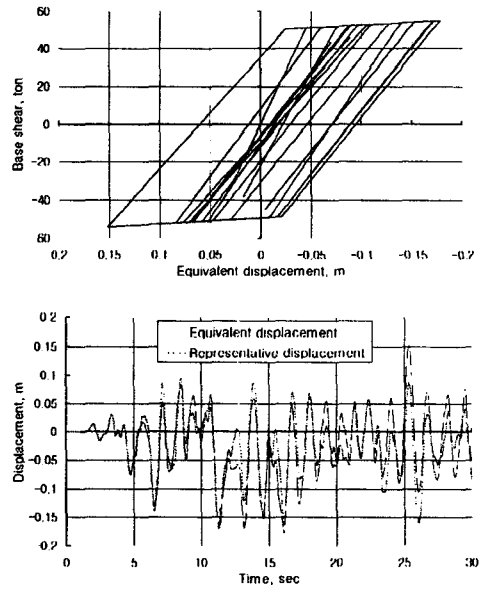


Fig. 11 Artificial ground motion(D-BL2)

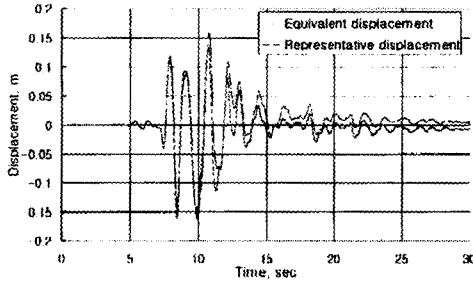
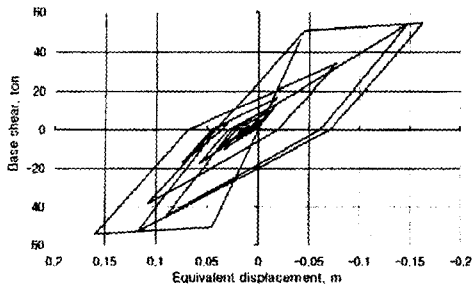


Fig. 12 Kobe earthquake (CL2)

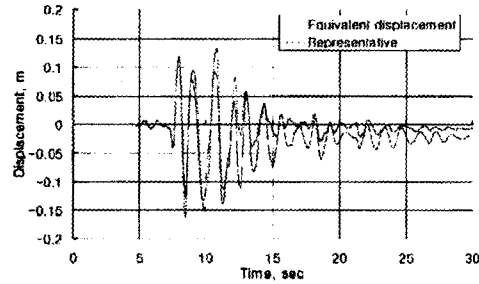
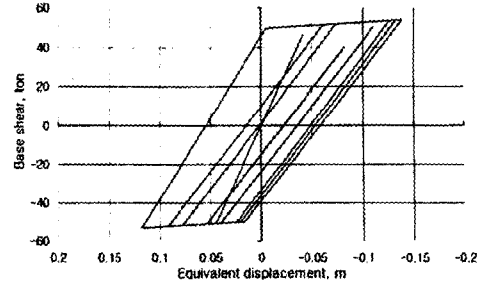


Fig. 13 Kobe earthquake (D-BL2)

6. 결론 및 연구과제

건축구조물의 내진성능을 평가하기 위해서는 다층 구조물을 1자유도계의 진동모델로 표현하는 것이 매우 중요하다. 본 연구에서는 다층 철근콘크리트 골조구조를 등가 1자유도계로 치환하는 방법을 제시하고, 다층 Frame 모델과 등가 1자유도계의 진동모델을 이용하여 비선형 지진응답치를 비교·분석하여, 치환 등가 1자유도계 모델의 타당성을 검토하였다.

본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 다층 철근콘크리트 골조구조를 등가 1자유도계로 치환하여 비선형 지진응답을 구하는 방법은 타당성이 있다는 것이 입증되었다.
- (2) 등가 1자유도계의 지진응답해석에 사용하는 복원력 모델의 이력곡선에 따라 응답과형에 차이가 생기므로, 실제 Frame 구조의 복원력 특성을 반영한 이력모델을 선정하는 것이 중요하다.

감사의 글

이 연구는 2003년도 동서대학교 교내 학술 연구비 지원에 의한 결과의 일부로 이에 관계자에게 감사드립니다.

참고 문헌

1. 송호산, 전대한, "등가 1자유도계에 의한 철근콘크리트 모멘트 골조구조의 비선형 지진응답 평가법의 검토", 한국지진공학회 논문집, 제7권 제1호, 2003. 2. pp.9-16.
2. 대한건축학회, 극한강도설계법에 의한 철근콘크리트구조설계 예제집, 1995.
3. (社) 建築研究振興協會, 鐵筋コンクリート造 建築物の性能評価 ガイドライン, 技報堂出版, 2000.8. 東京
4. Chopra, A. K., Dynamics of Structures-Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Inc., 2001.
5. Kang-Ning Li, "CANNY 99, 3-dimensional nonlinear static/dynamic structural analysis computer program-user manual," CANNY Structural Analysis, CANADA, 2000, p.215