

**Solid Element를 이용한 Carbon Sheet Tube로 구속된  
원형 콘크리트 보의 비선형 해석적 연구**  
**A Study on Nonlinear Analysis of Circular Concrete Beams  
Confined by Carbon Sheet Tube Using Solid element**

박연호\*      박진영\*\*      이경훈\*\*\*      홍원기\*\*\*\*      김희철\*\*\*\*\*  
Park Yeon Ho   Park Jin Young   Lee Kyoung Hun   Hong Won Kee   Kim Hee Cheul

**ABSTRACT**

The purpose of this study is to investigate analytically the flexural behavior characteristics of Circular concrete beams confined by carbon sheet. Nonlinear analysis method is presented to simulate the structural behavior beam models. The proposed analytical hardening models were considered the confinement effect of concrete and the tensile effect of carbon sheet in tensile region of concrete. Prandtl-Reuss numerical formula was used to nonlinear analysis of finite element models. Comparisons analytical models with experimental data obtained from flexural testing in the laboratory were presented. Analytical and experimental models show similar behavior.

**1. 서 론**

카본시트는 가벼운 중량에 비하여 높은 강성 및 강도를 가지고 있고 내구성 및 내식성이 우수한 재료로서 기존 철근을 대체할만한 재료로 인식될 뿐만 아니라 카본시트를 튜브로 성형하여 거푸집 대용으로 사용할 경우 거푸집 설치 및 해체에 따른 공기단축으로 경제적 효과를 얻을 수 있다. 또한 카본시트를 튜브로 제작했을 경우 구속에 의한 2차적인 성능향상을 얻을 수 있어서 여러 가지 장점을 가진 신소재라 할 수 있다.

구조물이 거대해지고, 역학적 거동이 복잡해지면서 미소변형을 전제로 한 선형이론만으로는 해석이 불가능한 대변형 및 비선형 거동이 발생하는 경우가 많아지고 있으며 고성능 컴퓨터의 등장과 다양한 수치해석 기법의 개발등으로 보다 엄격한 기준의 최적화 설계가 요구되고 있다. 이러한 이유로 보다 정확한 구조물의 거동 파악과 안정성을 위해 비선형 해석을 동반하여 예상 가능한 문제점을 사전에 파악하고 보다 경제적인 최적의 구조물을 설계해야한다고 판단된다.

\* 학생회원 · 경희대학교 건축공학과, 석사과정  
\*\* 학생회원 · 경희대학교 건축공학과, 박사수료  
\*\*\* 학생회원 · 경희대학교 건축공학과, 박사수료  
\*\*\*\* 정회원 · 경희대학교 건축공학과, 교수  
\*\*\*\*\* 정회원 · 경희대학교 건축공학과, 교수

본 연구에서는 복합구조물인 카본시트로 구속된 무근콘크리트 원형보를 해석하기 위하여 콘크리트는 Solid 요소를, 카본시트는 Shell 요소를 사용하여 유한 요소 모델을 도입하고, 접선 강성법에 의한 비선형해석을 수행하여 실험결과와 비교, 검토함으로써 카본시트로 구속된 무근 콘크리트 원형보의 합리적인 해석기법을 제공하고자 한다.

## 2. 이론 해석

카본시트로 구속된 무근콘크리트 원형보의 비선형해석을 위하여 프란틀·로이스의 구성식(Prandtl-Reuss equation)을 함수로 사용한 경화(Hardening)모델을 사용하며, 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6을 이용한 해석을 실시하였다.

### 2.1. 재료 모델

이론해석을 수행하기 위한 기본 가정은 다음과 같다.

- ①Bernoulli의 가정 : 법선의 직선과 법선 유지에 관한 가정
- ②Kirchhoff의 가정 : 변형 전에 직선이었던 중앙면에 대한 법선은 변형 후에도 법선이며, 그 길이도 변하지 않는다.
- ③Love의 제1근사 가정 : 셀의 두께는 무시할 정도로 작으며 두께 방향의 응력은 생략할 수 있다.
- ④카본시트와 콘크리트는 일체 거동을 한다.

카본시트로 구속된 보 단면의 압축 응력을 계산하기 위해서 콘크리트가 탄성범위에 있는 부분과 균열이 발생한 후의 두 부분으로 나누었다. 콘크리트의 탄성 거동과 비선형 거동의 변형을 기준을 0.002로 정의하고, 따라서 변형률 0.002를 기준으로 탄성구간에서는 식(1)에 표현되어 있는 Popovics의 식을 사용하고, 콘크리트 균열이 발생한 후 구속에 의한 압축 응력의 계산은 탄소섬유로 구속된 원형기둥의 구속압에 의한 압축강도식인 식(2)를 사용한다.

$$f_c = f_{co} \frac{xr}{r-1+xr}$$

(1)

여기서,  $f_c$  : 콘크리트의 응력

$$x : \epsilon_c / \epsilon_{co}$$

$$r : E_c / (E_c - E_{sec})$$

$$f_{cc} = f_{co} \left( 1 + 3.34 \theta^{0.83} \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \quad (2)$$

여기서,  $f_{cc}$  : 횡구속된 콘크리트의 압축강도

$f_{cw}$  : 구속되지 않은 콘크리트의 압축강도

$f_l$  : 횡방향의 구속압력

$\theta$  : 탄소섬유 각도

카본시트의 응력-변형도 관계는 그림 1.(b) 와 같이 완전탄성체 모델을 이용한다.

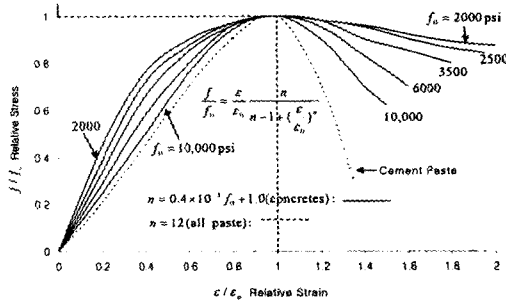


그림 1 (a) Popovics의 콘크리트 응력-변형률 곡선

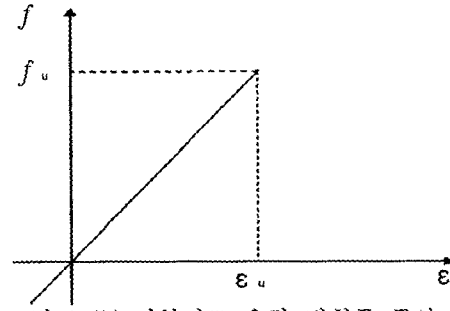


그림 1 (b) 카본시트 응력-변형률 곡선

## 2.2 소성 모델

### (1) 재료적 비선형

탄성재료와 달리 탄소성재료에 있어서 응력을 변형률이 아닌 변형률 증분과 관련짓고 어떤 경로를 밟았는지에 따른 응력을 유동응력이라한다. 유동응력은 부재의 변형에 대한 저항이며 변형률과 변형률 속도에 의하여 크기가 달라진다. 변형이 진행되어 유동응력의 크기가 커지는 현상을 재료의 경화(Hardening)라고 한다. Hardening거동을 해석하는데 적합한 소성모델의 구분은 완전탄소성모델(perfectly plastic model)과 선형경화 탄소성체모델(elastic-linear hardening plastic model), n승 경화 탄소성체모델(elastic-exponential hardening plastic model)로 나눌 수 있다. 완전탄소성모델에서는 소성거동의 시작을 나타내는 항복조건과 파괴를 나타내는 파괴조건이 정의되어야 하고, 선형경화 탄소성체모델과 n승 경화 탄소성체모델은 각각이 재료 경화 함수를 1차함수와 지수함수로 정의한다. 본 연구에서는 콘크리트 응력-변형률 곡선과 유사한 거동을 하는 n승 경화 탄소성체모델을 채택하여 해석을 수행하였으며, 소성변형률에 대한 응력의 기울기인 소성계수(plastic modulus) F를 식(3)과 같이 도입한다.

$$F = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} = \frac{1}{\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E}} = \frac{EE_t}{E - E_t}$$

(3)

여기서, E: 소재가 변형 경화성 재료인 경우 탄성영역에서의 응력-변형률 곡선의 기울기

$E_f$ : 소재가 변형 경화성 재료인 경우 항복 후의 응력-변형률 곡선의 기울기

(2) 탄소성체의 구성식

후크의 법칙으로 표현되는 탄성체의 응력-변형률 관계는 일대일의 대응관계에 있기 때문에 응력을 지정하면 변형률은 유일하게 결정되지만, 탄소성체의 소성변형의 경우에는 하나의 응력에 대응되는 변형률이 항상 유일하게 지정되는 것은 아니다. 즉, 소성체의 변형거동은 그 시점의 응력과 더불어 그 재료가 받은 변형경로(strain path)에 의존하며 이와 같은 소성변형거동을 기술하기 위하여 프란틀·로이스 구성식(Prandtl-Reuss equation)과 레비-미세스 구성식(Levy-Mises equation)중 프란틀·로이스 구성식을 해석 이론에 사용하였다. 두가지 구성식 모두 Von Mises 항복조건(Von Mises Yield Criterion)을 사용한다.

< Prandtl-Reuss equation >

$$\begin{aligned}
 \cdot d\epsilon_y &= \frac{2}{3}d\lambda \left\{ \sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) \right\} + \frac{d\sigma_y - V(d\sigma_z + d\sigma_x)}{E} \\
 \cdot d\epsilon_x &= \frac{2}{3}d\lambda \left\{ \sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right\} + \frac{d\sigma_x - V(d\sigma_y + d\sigma_z)}{E} \\
 \cdot d\epsilon_z &= \frac{2}{3}d\lambda \left\{ \sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \right\} + \frac{d\sigma_z - V(d\sigma_x + d\sigma_y)}{E} \\
 \cdot d\gamma_{yz} &= \tau_{yz} \cdot d\lambda + \frac{d\tau_{yz}}{2G} \\
 \cdot d\gamma_{zx} &= \tau_{zx} \cdot d\lambda + \frac{d\tau_{zx}}{2G} \\
 \cdot d\gamma_{xy} &= \tau_{xy} \cdot d\lambda + \frac{d\tau_{xy}}{2G}
 \end{aligned} \tag{4}$$

(3) 비선형 해법

일반적으로 비선형해석을 수행하는데 있어서 가장 우선 되어야 할 문제는 가해지는 하중에 대응하는 구조물 자체의 평형상태를 구하는 것이다. 비선형 해석을 위한 반복적인 계산 중 i번째 단계에서의 변위벡터를  $\{u_i\}$ 로 설정하면 평형방정식은 만족되지 못하고, 외부작용하중 P와 내부 등가 절점력 F 사이에 다음 식(5)와 같은 불평형 하중  $R(u_i)$ 가 존재한다.

$$R(u_i) = P - F \neq 0 \tag{5}$$

구조물의 평형상태는 식(5)에 표현된 외부 작용하중 P와 내부 등가절점력 F가 평형을 유지하여 불평형하중  $R(u_i)$ 가 0으로 수렴되어야 평형조건을 만족시킬 수 있다. 불평형하중  $R(u_i)$ 를 반복적인 방법을 통하여 0으로 수렴시키는 수치해석 방법은 점선강성법과 초기강성법 등이 있다. 이 두가지 방법중 대표적인 수치해석법은 Newton-Raphson법과 Modified Newton-Raphson 법이 있

다. 본 연구에서는 반복계산을 할 때마다 접선강성  $K_T$  를 재구성함으로써 수렴성이 우수한 Newton-Raphson 법을 이용하여 해석을 수행하였다.

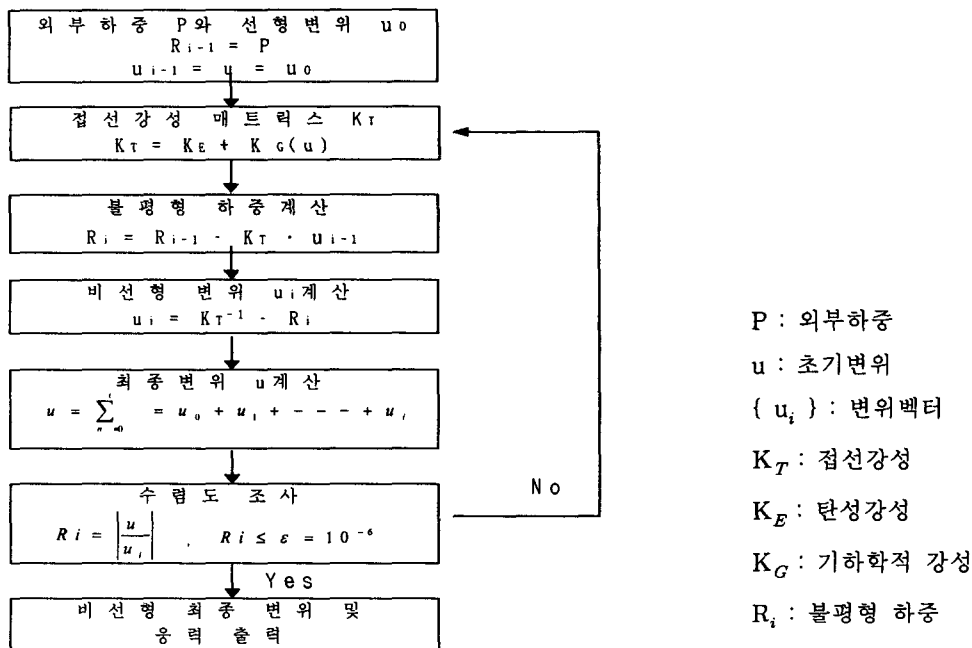


그림 2 Newton-Raphson 해석 흐름도

### 3. 유한요소해석

#### 3.1 재료의 물성

카본시트로 구축된 원형 콘크리트 보의 해석을 위하여 적용된 재료의 특성은  $270\text{kgf/cm}^2$ 의 압축강도를 갖는 콘크리트를 Solid 요소로,  $35,500\text{kgf/cm}^2$ 의 인장강도를 갖는 카본시트를 Shell 요소로 모델링하여 해석을 수행하였다. 카본시트는 보부재의 휨 성능을 극대화시키기 위하여 보의 길이방향으로 탄소섬유를 배열할 수 있는 일 방향 카본시트를 사용하였다. 해석에 사용된 탄소섬유의 재료특성은 표 1과 같다.

표 1. 카본시트의 물성치

구분	카본시트	
	물성치	단위
인장강도	35,500	$\text{kgf/cm}^2$
인장탄성률	$2.35 \times 10^6$	$\text{kgf/cm}^2$
비중	1.82	$\text{g/cm}^3$

#### 3.2 해석방법 및 요소분할

해석은 범용 비선형 해석 프로그램인 ANSYS 5.6를 사용하였으며, 각 시험체의 형상과 대칭성

을 고려하여 전 단면의 1/2부분과 길이의 1/2부분인 실제 시험체의 1/4을 3D 모델링 하였다. 대칭방향은 Symmetric 처리를 하여 실제 시험체와 동일한 거동을 할 수 있게 표현하였고 하중은 강재 변위로 제어하였다. 해석모델은 총 길이 2.5m, 순지간 2.1m, D30cm인 원형 단면으로 제작하였다.

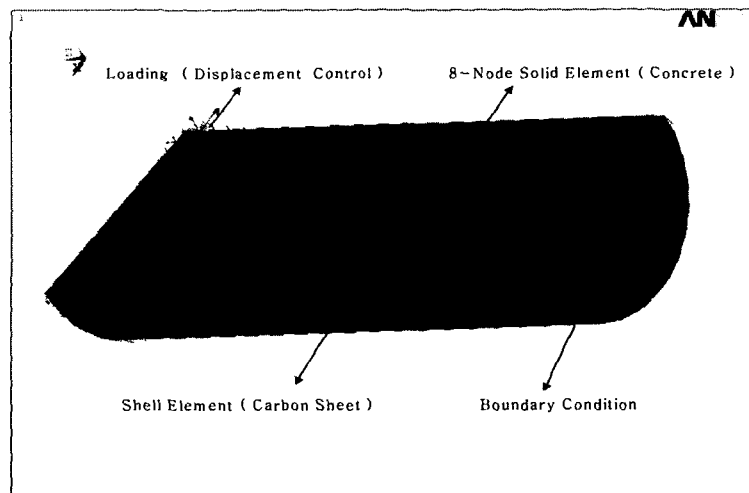


그림 3 유한요소해석의 3D 모델

소성의 경로 의존적 특징으로 인하여 해석 제어(Solution Control) 기법을 사용하였다. 소성변형률의 증가량이 15%를 넘는 경우 이전의 해석구간에 대해 분할 크기를 줄여가며 재해석을 실시하도록 지정하고 부구간(Substep)의 수를 1000개로 조정하였다.

### 3.3 요소 모델 ( Element modeling )

#### (1) Solid 요소(콘크리트)

콘크리트는 X,Y,Z축 방향의 변위에 대하여 자유도를 가진 그림 4(a)와 같은 8개의 절점으로 구성된 Solid 185 요소를 사용하였으며, 이 요소는 인장균열 및 압축력에 대한 압괴의 표현과 소성 거동의 표현이 가능한 요소이다.

#### (2) Shell 요소(카본시트)

카본시트는 X,Y,Z축 방향의 변위에 대하여 자유도를 가진 그림 4(b)와 같은 4개의 절점으로 구성된 선형 Shell 43요소를 선택하였다. 이 요소는 두께변화의 적용이 가능하고, 직교이방성거동과 대변형의 적용이 가능한 요소이다.

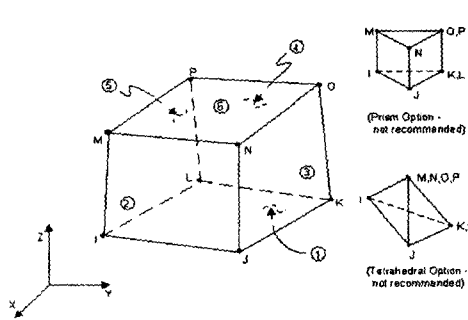


그림 4 (a) Solid 185 element

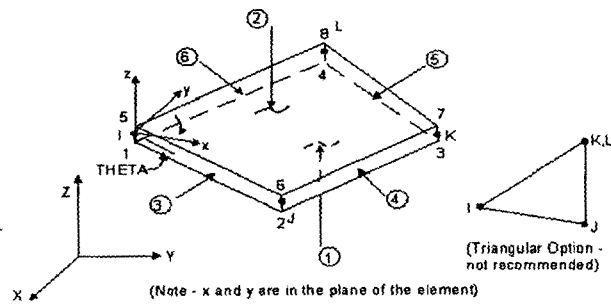


그림 4 (b) Shell 43 element

#### 4. 해석결과와 실험결과와의 비교 분석

본 연구에서 해석결과와 비교할 실험결과는 4장의 카본시트로 구속된 원형 콘크리트보(CB-4C) 시험체 모델이다. CB-4C 시험체의 실험결과와 해석결과 그래프는 그림 5 와 같다.

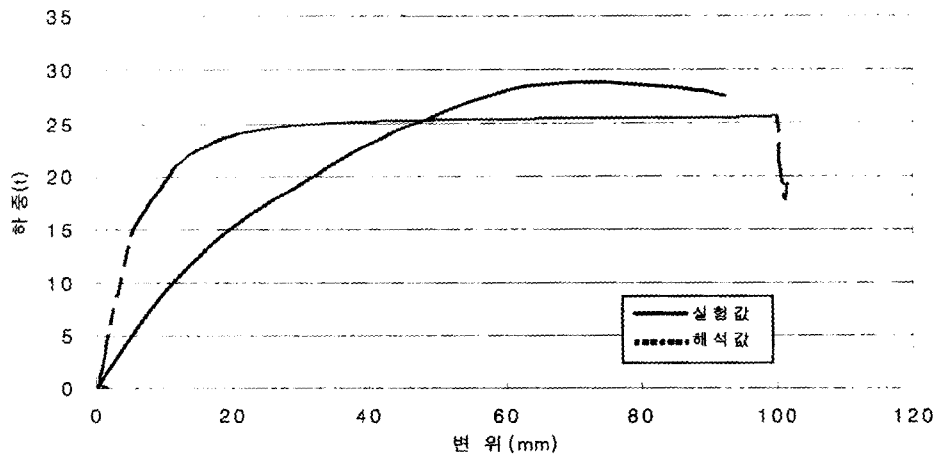


그림 5 CB-4C 의 하중 변위 곡선 비교

위의 그림과 같이 해석결과와 실험결과와의 항복하중과 최대변위에 대해서는 오차가 약 10%로 나타났지만 초기의 거동 특성에 있어서는 보다 많은 차이를 나타내고 있음을 알 수 있다. 이러한 초기 거동에서 차이가 나는 이유는 카본시트와 콘크리트의 완전부착을 가정하였기 때문에 나타나는 오차로 생각된다. 실제 실험에서는 초기 하중 단계에서 이미 콘크리트와 카본시트는 일체 거동을 보이지 않았으며 이를 고려한 지속적인 보완 연구가 필요하다고 판단된다.

#### 5. 결론

이상의 제한된 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- ① 카본시트로 구속된 무근콘크리트 원형보에 대한 실험결과와 이론해석의 오차는 약 10%내외로

나타났다.

② 비선형 유한 요소 해석을 실시한 결과 프란틀·로이스의 구성식(Prandtl-Reuss equation)은 가정함수로 적합하고 모델링에 적용한 8절점 Solid 185 요소와 Shell 43 요소의 적용 또한 적합한 것으로 판단된다.

③ 초기의 거동 차이를 설명하기 위해서 콘크리트와 카본시트의 접촉(Contact) 및 구속 방정식(Constraint Equation)에 대한 고려가 필요하다.

## 참고문헌

1. 윤석한, "축하중 및 휨하중에 의한 콘크리트 충전 탄소섬유튜브 기둥의 거동", 경희대학교 박사학위논문, 2003
2. 허윤정, "Druker-Prager 이론에 의한 축하중을 받는 콘크리트 충전 탄소섬유튜브 기둥의 비선형 유한요소 해석", 경희대학교 석사학위논문, 2003
3. K. Bhaskar, T. K. Varadan, "Exact Elasticity Solution for Laminated Cylindrical Shells", Journal of Applied Mechanics, Vol.60, 1993
4. Schweizerhoff, K. and Ramm, E., "Displacement Dependent Pressure Load in Nonlinear Finite Element Analysis", Computer & Structure, V. 14, No.1-4, 1996, 1413-1429.
5. K. Newman and J. B. Newman, "Failure Theories and Design Criteria for Plain Concrete", Proceeding International Civil Engineering Material, 1971, pp.936-995.
6. ANSYS Structural Nonlinearities Manual, Swanson Analysis System, Houston, PA, 1995
7. 이용택, 이리형, "탄소섬유시트 또는 강판으로 휨보강된 철근콘크리트 보의 유한요소 해석", 대한건축학회, Vol.18 2002. 11-18
8. 김낙수, 김형중, "소성가공과 해석, 문운당", 2002
9. 신종계, 이용신, 조성욱 "유한요소법 첫걸음, 시그마프레스", 1998
10. 김희철, 홍원기 외, "2001산학연 공동연구개발사업 2차년도 중간보고서 Carbon Shell System을 이용한 무근콘크리트 시스템(보, 기둥 및 보-기둥 접합부)의 개발", 건설교통부 한국건설기술연구원, 2003