

# 이산 복사조도-곡률을 이용한 자유곡면의 스무딩

김승만<sup>0</sup> 이관행  
광주과학기술원 기전공학과 지능설계 및 그래픽스 연구실  
{sman<sup>0</sup>, lee}@kyebek.kjist.ac.kr

## Smoothing freeform surfaces using discrete irradiance-curvature metric

Seungman Kim<sup>0</sup> Kwanheng Lee  
Intelligent design and graphics lab., Dept. of Mechatronics, K-JIST

### 요 약

본 논문은 이산 복사조도-곡률 척도를 이용하여 간략화된 자유곡면을 스무딩하는 알고리즘을 제안한다. 이산 복사조도-곡률이란 형상의 기하학 조건인 이산 곡률뿐만 아니라 렌더링을 위해 설정된 라이팅 조건인 복사조도를 고려한 이산 척도이다. 즉 광원과 정점 사이에서 계산된 복사조도값과 메쉬 곡면의 이산 표면에서 정의되는 이산곡률값을 이용하여 각 정점의 가중치를 계산하고, 이를 기반으로 간략화된 분할곡면의 형상을 스무딩한다. 결국 제안된 이산 복사조도-곡률 척도를 고려한 스무딩 알고리즘으로 간략화된 메쉬 곡면의 형상과 렌더링 결과를 향상시키고자 한다.

### 1. 서 론

최근 3차원 스캐닝 기술이 발달하면서 복잡한 자유곡면에 대한 수요가 증대되고, 이를 이용한 곡면 모델링 및 렌더링 기술에 대한 관심이 높아지고 있다. 광학식 스캐닝 장비로부터 얻어지는 대용량의 메쉬곡면 데이터를 이용하여 효율적인 렌더링을 하기 위해서는 적절한 조건을 고려한 간략화 및 스무딩 과정이 필요하다.

특히 대용량 형상 정보의 실시간 디스플레이를 위해서 LOD(level of detail)가 주로 이용되는데, 이는 복잡한 3차원 형상으로부터 해상도에 따라 다단계의 간략화 모델 구조를 생성하는 기법이다. 즉 관측자와 모델간의 거리나 관측자의 시점 정보 등을 기반으로 모든 단계의 형상정보를 저장하거나, CLOD(continuous LOD)기법과 같이 단계 간의 부가정보만 저장하고 필요에 따라 원하는 해상도의 모델을 생성하는 방법이 주로 사용되고 있다.

우선 간략화 알고리즘은 vertex clustering, edge contraction[2] 등이 있으며, 정점과 평면사이의 거리[3]나 거리 제곱합의 QEM(quadric error metric)[1] 등을 고려한 최소화를 통해 간략화를 수행하였다. 또한 이산 곡률[7]을 오차척도로 하여 메쉬를 효율적으로 간략화할 수 있는 방법이 제안되었다. 곡면 스무딩은 Taubin, Laplacian, Bilaplacian, Mean curvature flow 등의 기법들이 사용되고 있는데, 주로 umbrella operator를 기반으로 주변 정점의 기하 및 위상학적인 영향을 고려하여 메쉬 정점을 조절하고 있다.[4]

광원을 고려한 연구로는 radiosity 접근방법의 전역 조명모델을 위한 적응형 메쉬 생성 방법이 제안되었다.[5]

즉 radiosity 에너지 전이가 가장 활발한 영역에 많은 수의 메쉬를 생성하고, 적분으로 표현되는 형상 변화요소를 함으로 근사하여 계산시간을 향상시켰다. 또한 모델의 법선벡터와 광원의 방향, 시점 방향을 고려하여 정점의 광원 강도를 계산하고, 강도 변화가 큰 영역에서 조밀한 메쉬를 생성하였다.[6]

대다수의 연구에서는 곡면의 법선 벡터나 곡률 등의 기하 및 위상 정보만을 고려하여, 원래 형상의 특징을 최대한 유지하면서 메쉬 곡면을 간략화 및 스무딩할 수 있는 기법을 제안하고 있다. 하지만 메쉬 곡면의 렌더링을 수행할 때 저용량의 메쉬 곡면을 사용하면서 부드러운 결과를 얻기 위해 렌더링 결과에 큰 영향을 주는 라이팅 효과를 고려한 복사조도를 척도로 사용한 예는 거의 없다.

본 논문에서는 기하학적 조건인 이산 곡률과 라이팅 조건의 복사조도를 동시에 척도로 이용하여 메쉬 곡면을 스무딩함으로써 원래 형상을 최대한 유지하면서 렌더링 결과를 향상시킬 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

### 2. 이산 곡률 및 복사조도 정의

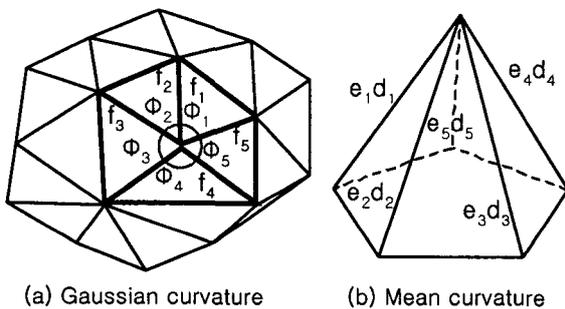
#### 2.1 가우시안 곡률과 평균 곡률

이산 표면으로 구성된 메쉬 곡면의 한 정점에서의 가우시안 곡률은 그 정점을 연결하는 모서리 간의 각도와 면적으로 계산된다. 메쉬 내부 정점에서의 가우시안 곡률(K)은 식 1과 같이 한 정점을 연결하고 있는 삼각형 간의 사이각과 면적으로 정의되며, 경계 정점에서의 곡률은 식 2와 같다

$$K = \frac{2\pi - \sum_{i=1}^k \phi_i}{\frac{1}{3}A} \quad A = \sum_{i=1}^k f_i \quad (1)$$

$$K = \frac{\pi - \sum_{i=1}^k \phi_i}{\frac{1}{3}A} \quad (2)$$

그림 1에서 보는 바와 같이 A는 각 삼각형 면적(f)들의 합이고,  $\phi$ 는 정점 주위 삼각형의 표면각이다. 여기서 가우시안 곡률은 면적을 고려한 이산 표면의 근사값으로 전체 면적의 1/3인 barycentric 면적으로 나누어준다.



(a) Gaussian curvature (b) Mean curvature  
그림 1. Discrete curvature of a vertex

평균 곡률(H)은 정점을 연결하고 있는 모서리의 길이(e)와 모서리를 공유하고 있는 두 삼각형간의 이면각(dihedral angle)으로 식 3과 같이 정의된다.

$$H = \frac{\frac{1}{4} \left( \sum_{i=1}^k \|e_i\| d_i \right)}{\frac{1}{3}A}, \quad d = \begin{cases} \gamma & \text{if } e \text{ is convex} \\ 0 & \text{if } e \text{ is plane} \\ -\gamma & \text{if } e \text{ is concave} \end{cases} \quad (3)$$

이면각(d)의 부호는 해당 모서리가 오목한지, 볼록한지에 따라 결정되며, 경계에서의 평균 곡률은 모서리를 공유하는 삼각형이 두개인 모서리만을 이용하여 계산된다.

### 2.2 Curvedness

메쉬 곡면을 스무딩할 때 특징적인 형상을 유지하기 위해 식 4와 같이 최대 기본곡률( $\kappa_1$ )과 최소 기본곡률( $\kappa_2$ )로 정의되는 curvedness(R)를 사용한다. Curvedness를 가우시안 곡률과 평균 곡률로 표현하면 식 5와 같다.

$$R = \sqrt{\frac{\kappa_1^2 + \kappa_2^2}{2}} \quad (4)$$

$$H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}, \quad K = \kappa_1 \kappa_2, \quad R = \sqrt{2H^2 - K} \quad (5)$$

### 2.3 복사조도

복사조도는 광원으로부터 곡면으로 입사되는 단위면적당 복사 에너지로 정의된다. 복사조도는 광원과 입사되는 지점간의 거리 제곱에 반비례하고(inverse square law), 복사 에너지를 받는 면의 기울어져 있는 각도에 반비례(cosine's law)한다. 따라서 메쉬상의 한 정점에 입사되는 복사조도(E) 값은 식 6과 같이 정의될 수 있다.

$$E = \frac{I(n \cdot l)}{r^2} \quad (6)$$

여기서 I는 광원의 강도이며, n은 정점의 법선벡터, l은 광원벡터, r은 광원과 정점간의 거리를 나타낸다.

### 3. 이산 복사조도-곡률 척도

특징적인 형상을 유지하면서 동시에 부드러운 렌더링 결과를 얻기 위해 그림 2와 같이 curvedness와 복사조도에 선형적인 가중치( $\lambda$ )를 부여하여, 식 7과 같이 이산 복사조도-곡률 척도를 정의한다. 여기서  $E_{max}$ 와  $R_{max}$ 는 각각 복사조도와 curvedness의 최대값이다.

$$W = \lambda \frac{E}{E_{max}} + (1 - \lambda) \frac{R}{R_{max}} \quad (7)$$

$$\frac{E}{E_{max}} \bullet 1 - \lambda \bullet \lambda \bullet \frac{R}{R_{max}}$$

그림 2. Discrete irradiance-curvature metric

이산 복사조도-곡률 척도를 이용하여 곡률이나 복사조도가 큰 부분에 대해서는 조밀한 메쉬를 생성하고 상대적으로 작은 부분은 드문 메쉬를 생성시키기 위해 식 8과 같이 메쉬 곡면상의 정점에 대한 스무딩 식을 정의한다.

$$V_{refined} = \frac{1}{W_{sum}} \left( W_{original} V_{original} + \sum_{i=0}^{n-1} (W_i V_i) \right) \quad (8)$$

where,  $W_{sum} = W_{original} + W_0 + W_1 + \dots + W_{n-1}$

여기서  $V_{original}$ 은 이산 복사조도-곡률 척도가 적용될 정점이고,  $W_{original}$ 은 그 정점에서의 이산 복사조도-곡률 가중치이다.  $V_i$ 와  $W_i$ 는  $V_{original}$ 을 둘러싸고 있는 n개의 1-ring neighborhood 정점과 그 가중치를 나타낸다.  $W_{sum}$ 은 전체 가중치의 합이고,  $V_{refined}$ 은 최종적으로 스무딩된 정점의 좌표값을 나타낸다.

### 4. 실험결과

제안된 스무딩 알고리즘은 Pentium 4, CPU 1.6Hz, 512M의 PC에서 Visual C++을 사용하여 구현되었다. 특히 가우시안 곡률이나 평균 곡률 등의 표면각이나 이면각, 전체 면적 계산에 필요한 1-ring neighborhood의 효

올직한 탐색을 위해 반 모서리 자료구조(halfedge data structure)를 사용하였고, 입력 데이터는 QEM기법으로 간략화하고 Loop 분할기법으로 1회 분할된 모델을 사용하였다. 그림 3은 2050개의 정점과 3992개의 면으로 된 Stanford bunny 모델을 스무딩한 결과를 보여준다.

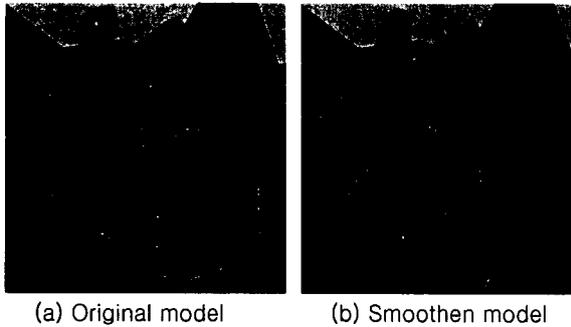


그림 3. Smoothing Stanford bunny(V:2050, F:3882)

그림 4는 초기 입력모델과 스무딩 후의 렌더링 결과를 보여준다. 점 광원을 사용한 local illumination 환경에서 이산 복사조도-곡률 척도의 선형파라미터  $\lambda$  를 0.8로 설정하여 곡률에 비해 복사조도의 가중치를 크게 하였다. 이를 통해 복사조도의 차가 큰 부분에서 부드러운 렌더링 결과를 얻을 수 있었다.

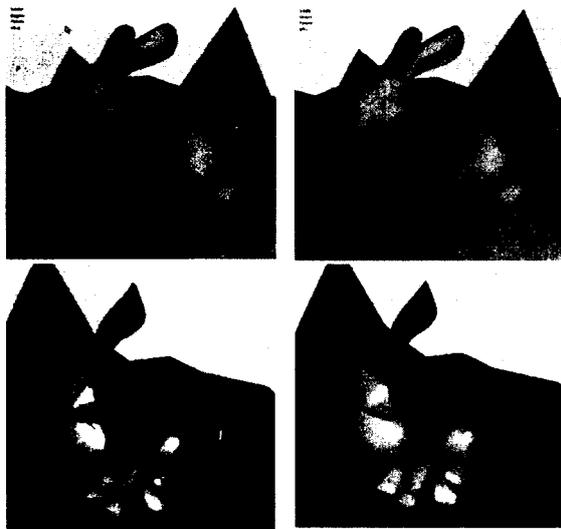


그림 4. Stanford bunny 실형 결과 렌더링

그림 5는 두 모델간의 비교에 사용된 샘플링 점들의 오차 분포 히스토그램이다. 파라미터 계산과 스무딩 수행시간은 0.881초가 걸렸으며, 스무딩 전, 후 모델간의 최대오차는 0.1615mm로 전체 모델의 대각선 길이(5.8721mm)의 2.7%이고, 평균오차는 0.0136mm로 0.2%였다.

결국 원래 특징형상을 유지하면서 정점을 적절히 조절함으로써 향상된 렌더링 결과를 얻을 수 있었다.

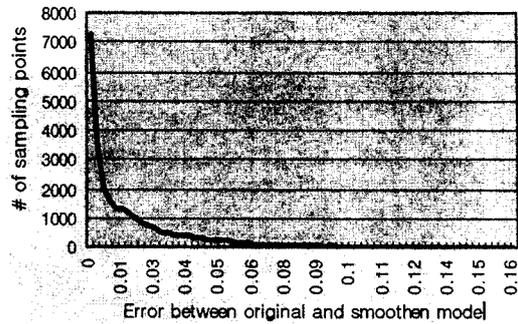


그림 5. Error distribution histogram

### 5. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 반 모서리 자료구조를 이용하여 이산 복사조도-곡률 척도를 계산하고, 이를 이용하여 간략화된 분할 메쉬의 정점을 스무딩함으로써 향상된 렌더링 결과를 얻을 수 있었다. 특히 기하학적인 조건과 광원조건을 동시에 고려할 수 있는 기법을 제안하여 원래 모델의 특징형상을 유지하면서 개선된 메쉬 자유곡면을 얻을 수 있었다. 향후 연구과제로는 제안된 척도를 고려한 적응형 분할 및 간략화 기법을 적용하여 최적화된 메쉬를 생성하고자 한다.

### Acknowledgement

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-041-D00051)

### 6. 참고문헌

- [1]M. Garland and P.S. Heckbert, Surface simplification using quadric error metrics, SIGGRAPH proceedings, pp. 209-216, 1997.
- [2]P. Lindstrom and G. Turk, Fast and memory efficient polygonal simplification, IEEE Visualization Conference Proceedings, pp. 279-286, 1998.
- [3]R. Ronfard and J. Rossignac, Full-range 3D approximations for rendering complex scenes, Modeling in Computer Graphics Forum, Vol.15, pp.67-76, 1996.
- [4]Y. Ohtake, A.G.Belyaev, I.A.Bogaevski, Polyhedral surface smoothing with simultaneous mesh regularization, Proceedings of Geometric Modeling and Processing, 2000.
- [5]A. T. Campbell, III and D. S. Fussell, Adaptive mesh generation for global diffuse illumination, SIGGRAPH proceedings, pp. 155-164, 1990.
- [6]J. C. Xia, J. El-Sana, A. Varshney, Adaptive real-time level-of-detail-based rendering for polygonal models, IEEE Transactions on Visualization and computer graphics, vol.3, No. 2, pp. 171-181, 1997.
- [7]Sun-Jeong Kim, Chang-Hun Kim, and David Levin, Surface simplification using discrete curvature norm, Computers & Graphics, Vol. 26, No. 5, pp. 657-663, 2002.