

티타늄합금의 후방압출 공정해석 및 연성파괴 최소화

신태진* · 이유환** · 이종수** · 황상무*

Backward Extrusion Process Analysis and Ductile Fracture Minimization of Titanium

T. J. Shin, Y. H. Lee, C. S. Lee and S. M. Hwang

Abstract

Titanium alloys are a vital element for developing advanced structural components, especially in aerospace applications. However, process design for successful forming of titanium alloy is a difficult task, which is to be achieved within a very narrow range of process parameters. Presented in this paper is a finite element - based optimal design technique as applied to ductile fracture minimization process design in backward extrusion of titanium alloys.

Key Words : Optimization, Design Sensitivity, Finite Element Method, Ductile Fracture, Titanium

1. 서론

일반적으로 티타늄합금은 열처리 및 가공열처리 등에 의해 미세조직이 다양하게 변화하여, 이에 따라 상당한 기계적 성질의 차이를 나타내는 것으로 알려져 있다. 티타늄합금의 미세조직은 크게 α 상의 형태에 따라 등축정조직 (equiaxed structure), α 상 및 β 상이 서로 일정한 방향관계를 가지고 얇은 층상의 조직을 이루는 Widmanstätten 조직 그리고 이들이 일정한 비율로 존재하는 혼합조직 (bimodal structure) 등과 같이 분류할 수 있다. 등축정조직은 강도, 연신율, 피로균열생성에 대한 저항성 및 저주기 피로특성등이 우수한 반면 Widmanstätten 조직은 크리프 저항성, 파괴인성 및 피로균열 전파에 대한 저항성이 우수한 것으로 알려져 있다. 티타늄합금 중 가장 널리 사용되고 있는 Ti-6Al-4V (Ti64) 합금은 높은 비강도와 우수한 파괴인성 및 부식저항성 등과 같은 특성을 가지고 있는 전형적인 ($\alpha + \beta$)형

티타늄 합금으로 비교적 고온에서 견딜 수 있기 때문에 항공기용 엔진 및 기체구조 재료로 많이 사용되고 있다. 그러나, 티타늄 합금은 여타 금속소재에 비하여 용융상태에서 고온 반응성이 커서 모합금 제조가 어렵고, 소재가격이 비싸며, 가공성이 나쁘기 때문에 공정을 설계함에 있어서 어려움을 겪고 있다.

공정 설계를 위한 과학적인 기법을 개발하기 위해 역추적 기법, 유전알고리즘, 설계민감도를 이용한 최적화 기법등에 관한 연구가 이루어지고 있다.^[1-4] 이 가운데 최적화된 공정의 질적인 면이나 시간비용 측면에서 볼 때, 설계민감도를 이용한 방법이 최선의 방법으로 간주되고 있으며 이에 대한 연구가 활발히 이루어져 왔다. 설계민감도에 기초를 둔 최적화기법에서는 설계민감도를 얼마나 효율적으로 정확하게 구하느냐가 중요한 문제로 대두된다.

본 연구에서는 설계민감도에 기초를 둔 최적화기법을 이용해서 Ti64의 후방압출공정에서 생기는 연성파괴를 최소화 시키기 위한

공정조건을 찾았다.

2. 유한요소 수식화

2.1 유동해석

변형체에 대한 해석영역은 내부영역 Ω 와 경계 Γ 로 나누어지며 경계 Γ 는 속도장이 주어진 Γ_u , 표면력이 주어진 Γ_h , 금형과 접한 Γ_c 로 이루어진다. 소성변형공정은 주어진 해석영역에 대해서 아래와 같은 관계를 만족시키는 속도장을 구하는 문제로 귀결된다.

평형방정식:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

구성방정식:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (2)$$

$$\sigma'_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} \bar{\epsilon}'_{ij} \quad (3)$$

비압축성조건:

$$u_{i,i} = 0 \quad (4)$$

경계조건:

$$\sigma_{ij}n_j = h_i \text{ on } \Gamma_h \quad (5)$$

$$u_i = \bar{u}_i \text{ on } \Gamma_u \quad (6)$$

$$\sigma_n = -\xi(u_n - u_n^D) \text{ on } \Gamma_c \quad (7)$$

$$\sigma_t = -\mu\sigma_n g(\Delta u^t) \text{ on } \Gamma_c \quad (8)$$

여기서 n과 t는 각각 법선 방향과 접선 방향을 나타내며 Δu^t 는 금형에 대한 재료에서의 상대속도를 나타낸다. 함수 g는 sticking과 미끄러짐 마찰을 함께 고려할 수 있도록 Chen과 Kobayashi^[5]에 의해 제안된 함수를 사용하였다.

이상과 같이 주어진 경계값문제에 벌칙장소성유한요소법과 비압축성조건에 대한 벌칙함수를 적용한 후 속도장과 좌표값에 대한 유한요소 근사화를 통해 아래와 같은 형태의 유한요소 수식을 얻을 수 있다.

$$R^{(1)}(p, X, T, \bar{\epsilon}, V, \Delta t) = 0 \quad (9)$$

여기서 X, V, T는 각각 절점의 좌표값, 속도, 온도를 나타내고, $\bar{\epsilon}$ 는 요소의 유효변형률, p는 금형의 형상, billet의 초기 형상, punch 속도등의 설계변수를 나타낸다.

2.2 열전달해석

열전달 해석을 위한 경계값 문제는 해석영역에 대해서 아래와 같은 관계를 만족하는 온도를 구하는 문제로 주어진다.

지배방정식:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = (kT_{,i})_{,i} + Q \quad (10)$$

여기서 Q는 소성발열을 의미하며 금형에 대한 열전달 해석에서는 0이다.

경계조건:

$$T = \bar{T} \text{ on } \Gamma_T \quad (11)$$

$$kT_{,i}n_i = q_f - h_{wb}\Delta T \text{ on } \Gamma_c \quad (12)$$

$$kT_{,i}n_i = -h_w(T - T_w) \text{ on } \Gamma_h \quad (13)$$

$$kT_{,i}n_i = -\sigma\epsilon(T^4 - T_e^4) - h_c(T - T_e) \text{ on } \Gamma_e \quad (14)$$

여기서 Γ_T , Γ_h , Γ_e 는 각각 온도가 주어진 경계, 대류열전달이 발생하는 경계, 외부환경에 노출되어 있는 경계를 나타낸다. q_f 는 금형과 재료간의 마찰로 인해 발생하는 열유량을 나타내는 것으로 금형과 재료에 각각 1/2씩 작용하며 아래식과 같이 구한다.

$$q_f = \frac{1}{2} |\sigma_i| |\Delta u^r| \quad (15)$$

이상과 같이 주어진 경계값문제와 등가한 적분식을 구한 후 유한요소 근사화를 실시하면 결국 아래와 같은 형태의 유한요소 수식이 주어진다.

$$R^{(2)}(p, X, T, T^D, \bar{\epsilon}, T_e, V, \Delta t) = 0 \quad (16)$$

$$R^{(3)}(p, X, T, T^D, T_e^D, V, \Delta t) = 0 \quad (17)$$

여기서 R^2 와 R^3 는 각각 재료와 금형에서의 열전달 해석을 위한 유한요소 수식을 나타낸다. 그리고, 열전달 해석을 위한 time marching scheme으로 θ method 를 사용하였으며 아랫첨자 θ 는 그때의 값을 나타낸다. p는 유동해석과 마찬가지로 설계변수를 의미하며 재료와 금형의 초기 형상 및 온도, 펀치의 속도등이 설계변수로 주어질 수 있다.

3. 설계민감도에 기초한 최적화기법

3.1 급경사법(Steepest Descent Method)

일반적으로 소성가공 공정의 최적화 문제는 식(9), (16), (17)로 주어지는 상태방정식을

만족시키고 목적함수를 최소화하는 형태로 나타난다. 제품의 기계적 성질 및 결함을 줄이기 위한 목적함수의 형태는 일반적으로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\Phi = \Phi(p, X, T, \bar{\epsilon}, V, \Delta t) \quad (18)$$

급경사법에서는 설계변수 p 를 δp 만큼 증가시켜서 목적함수를 점차적으로 감소시켜 최종적으로 최소화시키는 p 를 찾는 방법으로 δp 는 아래와 같이 정의된다.

$$\delta p = -\alpha \frac{d\Phi}{dp} \quad (19)$$

여기서 α 는 stepping size로 2nd order polynomial curve fitting으로 찾을 수 있고 $d\Phi/dp$ 는 설계민감도로 직접미분법(Direct differentiation)으로 계산된다.

3.2 설계민감도 계산

설계민감도는 목적함수의 설계변수에 대한 변화량, $d\Phi/dp$ 이고 식(18)에서 정의한 목적함수에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d\Phi}{dp} = \frac{\partial\Phi}{\partial p} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial\Phi}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial\Phi}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} + \sum_{i=0}^N \frac{\partial\Phi}{\partial \bar{\epsilon}_i} \frac{d\bar{\epsilon}_i}{dp} \quad (20)$$

$$+ \sum_{i=0}^N \frac{\partial\Phi}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dp} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial\Phi}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial\Phi}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp}$$

여기서 상태방정식(9), (16), (17)을 만족시키기 위한 조건에서 아래의 식(21), (22), (23)이 계산되므로 설계민감도를 계산할 수 있다.

$$\frac{dV_i}{dp} = - \left(\frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial V_i} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial p} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} \right. \quad (21)$$

$$\left. + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial \bar{\epsilon}_i} \frac{d\bar{\epsilon}_i}{dp} + \frac{\partial R_i^{(1)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right)$$

$$\frac{dT_{i+\theta}}{dp} = - \left(\frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial T_{i+\theta}} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial p} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} \right. \quad (22)$$

$$\left. + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial T_i^D} \frac{dT_i^D}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial \bar{\epsilon}_i} \frac{d\bar{\epsilon}_i}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(2)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right)$$

$$\frac{dT_{i+\theta}^D}{dp} = - \left(\frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial T_{i+\theta}^D} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial p} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial T_i} \frac{dT_i}{dp} \right. \quad (23)$$

$$\left. + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial T_i^D} \frac{dT_i^D}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dp} + \frac{\partial R_{i+\theta}^{(3)}}{\partial \Delta t_i} \frac{d\Delta t_i}{dp} \right)$$

4. 후방압출공정

4.1 공정 조건

본 연구에서 최적화의 대상으로 삼은 공정은 그림1에서와 같이 상부 펀치가 아래로 하강하면서 가운데 놓여 있는 빌렛이 원통형 모양으로 압출되는 공정이다. 펀치 및 금형의 치수는 그림 1과 같고 펀치의 하강 속도는 30mm/sec이고 펀치의 가운데 부분과 금형의 간격이 11 mm가 될 때까지 공정이 계속된다. 사용된 Ti64 빌렛의 크기는 직경이 67.5mm이고 높이는 95.0mm이며, 재료와 금형간의 마찰조건은 마찰계수가 0.1인 Coulomb 마찰이다. 재료의 초기온도는 970 °C이며 금형과 펀치의 초기온도는 설계변수로서 최적화 반복계산을 통해서 결정된다. 해석에 사용된 소재는 Ti64(식24)이고 금형과 펀치로 사용된 재료는 IN100이다.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{8.8} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{406000}{2e^{8.31447}} \right)^{1/3.577} / 10^{17.135} \right] \quad (24)$$

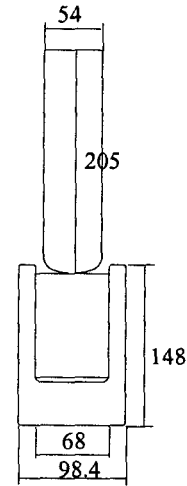


Fig. 1 Process geometry

4.2 공정변수 최적화

연성파괴조건^[6-9]들 중에서 수정 Cockroft-Latham의 파괴조건을 사용했고 식(25)와 같이 나타난다.

$$C = \int_0^{\bar{\epsilon}'} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} \quad (25)$$

여기서 σ^* 는 최대 주응력이다. 따라서 C를 최소화하기 위해 목적함수를 식(26)과 같이

정의했고 편치의 형상, 편치 및 금형의 초기 온도를 설계변수로 정했다.

$$\Phi = \int_{\Omega} C^2 d\Omega \quad (26)$$

그림2는 목적함수의 값이 반복계산회수에 따라 감소함을 보이고 있다. 그림3에는 마지막 상태에서의 C값의 분포를 나타내고 있는데 최적화된 조건에서의 C값이 초기 가정치 보다 낮은 값을 보여주고 있다.

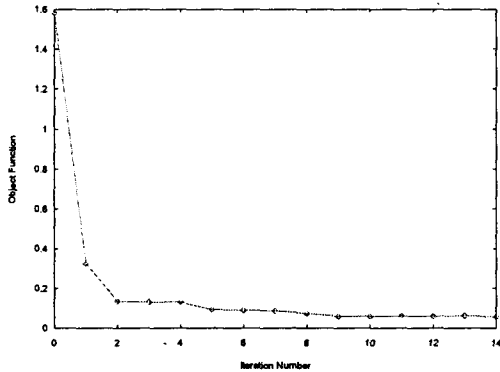


Fig. 2 Objective function variation

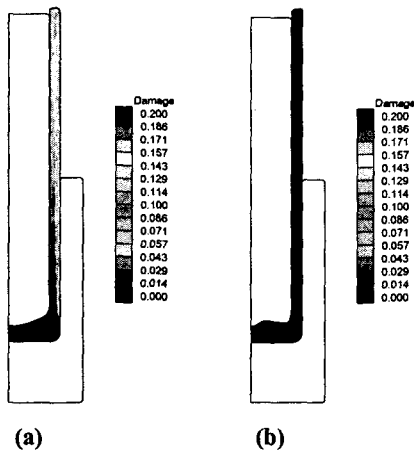


Fig. 3 Objective function variation
(a) initial guess, (b) optimal value

5. 결론

본 연구에서는 직접미분법을 기초로 한 최적화 기법을 이용하여 티타늄합금의 후방압출 공정에 있어 연성파괴를 최소화하기 위한 공정 변수를 설계하였으며 원하는 결과를 얻을 수 있었다

참고 문헌

- (1) S.M. Hwang and S. Kobayashi, 1984, "Preform design in plane strain rolling by the finite element method", Int. J. Tool Des Res., Vol. 24, p. 253.
- (2) J.S. Chung and S.M. Hwang, 1998, "Application of genetic algorithm to process optimal design in non-isothermal metal forming", J. Mater. Proc. Tech., Vol. 80-81, pp. 136-143.
- (3) S.H. Chung and S.M. Hwang, 1998, "Optimal process design in non-isothermal, non-steady metal forming by finite element method", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 42, pp. 1343-1390.
- (4) S.H. Chung, L. Fourment, J. L. Chenot and S.M. Hwang, "Adjoint state method for shape sensitivity analysis in non-steady forming applications", Int. J. Num. Meth. Eng., accepted.
- (5) C. C. Chen and S. Kobayashi, 1978, "Rigid plastic finite element analysis of ring compression, application of numerical methods to forming processes", ASME Publication, AMD, Vol. 28, p. 163.
- (6) M.G. Cockroft and D. J. Latham, J. Inst. Metals, vol. 96, 1968, p.33-
- (7) S.I. Oh, C.C. Chen, and S. Kobayashi, "Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing" Trans. ASME, J. Eng. Ind., vol. 101, 1979, p23-
- (8) S.I. Oh, C.C. Chen, and S. Kobayashi, "Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing" Trans. ASME, J. Eng. Ind., vol. 101, 1979, p36-
- (9) 박종진, 이영석, "소성가공을 위한 연성파괴 조건의 재고찰", 대한기계학회논문집(A), 제 21 권 제 7 호, 1997, p1021