

격자 정방형화 방법을 이용한 박판 성형해석의 효율개선

윤종현* · 허훈*

Efficiency enhancement of sheet metal forming analysis with a mesh regularization method

J. H. Yoon, H. Huh

Abstract

This paper newly proposes a mesh regularization method for the enhancement of the efficiency in sheet metal forming analysis. The regularization method searches for distorted elements with appropriate searching criteria and constructs patches including the elements to be modified. Each patch is then extended to a three-dimensional surface in order to obtain the information of the continuous coordinates. In constructing the surface enclosing each patch, NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) surface is employed to describe a three-dimensional free surface. On the basis of the constructed surface, each node is properly arranged to form unit elements as close as to a square. The analysis results with the proposed method are compared to the results from the direct forming analysis without mesh regularization in order to confirm the validity of the method.

Key Words : Mesh regularization, Distorted element, NURBS, Patch, Finite element analysis

1. 서론

균일한 두께분포나 좋은 형상을 얻기 위한 다단계의 성형공정이나 성형공정에 이은 충돌해석 등이 많아짐에 따라 연계 해석의 필요성이 대두되었다. 예를 들어 성형 과정을 거쳐 생산된 충돌부재는 실제로 충돌해석 시에 성형 이력을 고려하여 충돌을 수행한 경우와 그렇지 않은 경우 사이에 어느 정도 경향 차이를 보이고 있음이 알려진바 있다. 그러나 이러한 연계 해석을 수행하는 과정에서 1차 성형해석으로 인하여 처음 구성된 격자 구조는 왜곡과 변형이 극심하게 발생하게 된다. 이는 다음

단계의 해석 시에 해석의 신뢰성을 감소시키고 해석 시간을 급격하게 증가시켜 결과적으로 해석의 효율을 떨어뜨리게 된다. 그러므로 1차 성형해석으로부터 얻어진 왜곡된 격자 구조를 부분적으로 개선하여 다음 단계의 해석에 직접 적용하는 과정은 해석의 신뢰성과 효율성을 높일 수 있다는 점에서 의미가 있다.

본 논문에서는 일차 성형해석으로 변형과 왜곡이 심한 격자구조를 패치(patch) 단위로 구성한 뒤 구성된 패치를 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)를 이용하여 3차원 곡면으로 재구성한다. 정방형화 과정은 재구성된 곡면 상에서 곡면 위에 놓여진 절점들을 재배치시키

* 한국과학기술원 기계공학과

는 과정을 통하여 수행되며 동시에 다음단계 해석에 직접 적용할 수 있는 향상된 질의 격자구조를 만들어내게 된다.

2. 왜곡요소의 정방형화

2.1 왜곡요소의 판별기준

(a) 내각 : Zhu[1]는 사각형 요소의 경우 만족스런 요소를 내각이 $90^\circ \pm 45^\circ$ 인 경우로 정의했으며 반대로 적절하지 못한 요소를 $90^\circ \pm 60^\circ$ 의 경우로 정의했다. 또한 Lo와 Lee[2]는 $90^\circ \pm 52.5^\circ$ 를 적절한 요소로 정의했다. 본 논문에서는 식(1)[3]과 같이 함수를 구성한 뒤 이것의 크기 (2)가 $\frac{\pi}{3}$ 보다 커지거나 $(\delta\theta_i)_{\max}$ (3)[3]이 $\frac{\pi}{6}$ 보다 커지는 경우를 내각에 대한 왜곡이라 정의한다. 이처럼 보다 엄격한 범위를 제시하는 이유는 협소한 영역 내에서 정방형화를 수행할 경우 발생하는 지역적인 제약을 피하기 위함이다.

$$\vec{f}_Q = \delta\theta_1 \hat{e}_1 + \delta\theta_2 \hat{e}_2 + \delta\theta_3 \hat{e}_3 + \delta\theta_4 \hat{e}_4 \quad (1)$$

$$\|\vec{f}_d\| = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\delta\theta_i)^2} \quad (2), \quad \delta\theta_i = \left| \frac{\pi}{2} - \theta_i \right| \quad (3)$$

(b) 요소의 세장비 : 본 논문에서는 식(4)와 같이 요소 길이 비를 정의하고 이 값이 5보다 클 경우를 길이 비에 대한 왜곡으로 정의하였다.

$$\frac{\max\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}}{\min\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}} \quad (4) \text{ 단, } r_{ij} \text{는 요소 각변의 길이}$$

2.2 영역의 선정

2.2.1 패치의 구성

정해진 기준에 따라 탐색된 왜곡 요소들은 성형 형상의 복잡성에 따라 여러 곳에 분포하게 된다. 이렇게 찾아진 왜곡 요소들을 프로그램의 효율상 그룹으로 만들어 패치를 형성한다. 또한 패치의 형상은 찾아진 왜곡 요소를 모두 포함하는 최소의 사각형으로 구성하여 정방형화 과정 시 발생할 수 있는 지역적인 제약을 최소화 하고 뒤에서 언급할 NURBS곡면 식에 적용을 수월하게 한다. 이러한 과정은 Fig. 1에서와 같은 순서로 진행된다.

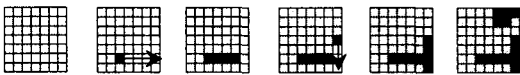


Fig. 1 Construction of patch

다음으로는 구성된 패치를 NURBS곡면을 이용하여 3차원 자유곡면으로 재구성한다. 이는 유한요소 모델링 시 발생하는 형상차이를 극복하고 대상 영역에 대한 다양한 정보를 얻을 수 있으므로 수행된다.

2.2.2 NURBS 곡면의 구성[4]

NURBS곡면은 u방향으로 p차수, v방향으로 q차수의 텐서 곱 형태의 다항식으로 식(4)와같이 일반화시켜 나타낼 수 있다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j}} \quad (4)$$

여기서 $\{P_{i,j}\}$ 는 조정망으로서 각 u, v방향으로의 조정점이고, $\{w_{i,j}\}$ 는 가중치, $\{N_{i,p}(u)\}$ 과 $\{N_{j,q}(v)\}$ 는 basis function으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+1} - u_i} N_{i,p}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

이렇게 구성된 곡면 위에 주어진 절점의 개수보다 많은 수의 점을 생성한 뒤 이 중 정방형화를 통해 이동된 절점과 가장 가까운 점을 찾아 그 점을 이동될 절점의 위치로 대처하는 방법을 통해 절점의 이동이 곡면 위에서 이뤄지도록 한다.

2.3 정방형화

직사각형 형태로 구성된 각 패치를 기준으로 정방형화를 수행한다. 요소의 선택은 Fig. 2와 같은 방향으로 진행하면서 결정하고 일단 요소가 결정되면 요소가 변형된 방향으로 사각형 요소를 두개의 삼각형 요소로 분할한다. 그리고 분할선을 기준으로 삼각형과 같은 평면에 분할선을 직경으로 하는 원을 생성한 뒤 식(6)에 따라 삼각형의 꼭짓점을 원 위로 이동시켜 주어진 삼각형이 직각 삼각형이 되도록 해준다(Fig. 3). 이 과정이 끝나면 역의 순서로 같은 과정을 다시 반복해 준다.

$$\frac{\vec{x}_1 + \vec{x}_2}{2} = \vec{x}_{cen}, \quad \frac{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|}{2} = r$$

$$\vec{x}_{cur} - \vec{x}_{cen} = \vec{x}_{dir} \quad (6)$$

$$\vec{x}_{new} = \frac{\vec{x}_{dir}}{|\vec{x}_{dir}|} \cdot r \cdot factor + \vec{x}_{cen}$$

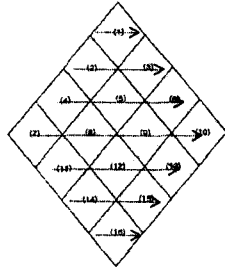


Fig. 2 Selecting direction of distorted element

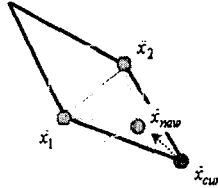


Fig. 3 Regularization

이러한 과정을 통하여 절점의 위치가 결정되면 최종적인 절점의 선택은 이것과 가장 가까운 NURBS곡면 위의 점으로서 대체한다.

2.4 왜곡의 지표(Level of Distortion)

정방형화 과정을 전 후로 왜곡된 격자 구조의 질이 얼마나 향상 되었는지를 평가하고 이에 대한 정량적인 기준을 마련하기 위하여 왜곡의 지표인 LD(Level of Distortion)를 제안하였다. ($LD=A \times B$)

LD는 0~1 사이의 값을 가지며 1일 경우 이상적인 사각형 요소가 된다. A는 요소의 내각에 대한 지표가 되며 θ_i 는 한 요소의 네 내각이 된다. 또한 B는 요소의 길이 비에 대한 지표로서 \tanh 함수를 사용하여 전체 LD값이 B에 의해 민감해 지는 것을 막았다.

$$A = \frac{\sum_{i=1}^4 |\sin \theta_i|}{4}, \quad B = \tanh(k \times \hat{B}) \quad (7)$$

$$\hat{B} = \frac{\min\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}}{\max\{r_{12}, r_{23}, r_{34}, r_{41}\}}, \quad k = \frac{\tanh^{-1}(\beta)}{\alpha}$$

3. 수치해석 예제

3.1 오일팬 성형해석

성형 단계에서 정방형화 과정을 적용하기 위하여 다음과 같이 변형이 집중되는 각 단계 사이에서 정방형화 방법을 적용한다.(Fig. 4)

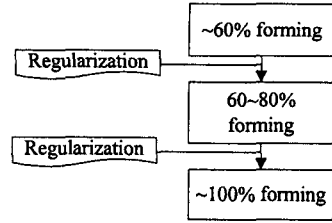


Fig. 4 Applying to the forming stage

Fig. 4는 성형 60%단계에서 정방형화 과정을 나타낸 그림으로서 형상차이로 인해 세 곳에 걸쳐 왜곡이 집중되므로 구성된 패치의 개수도 세 개가 된다. 패치 단위로 정방형화를 수행한 뒤 같은 과정을 성형 80%단계에서 다시 한번 적용한다.

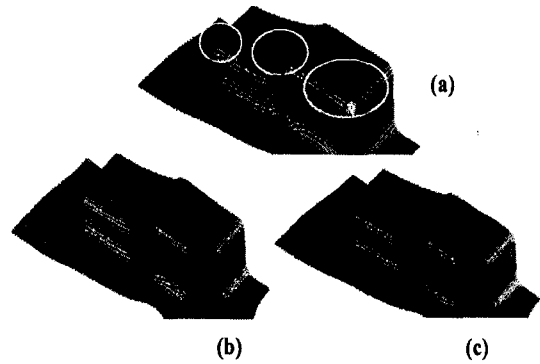


Fig. 5 (a)searching (b)patch construction (c)regularization

정방형화를 통하여 개선된 격자 구조의 향상도를 측정하기 위하여 제안된 왜곡 요소의 지표인 LD를 비교해 보았다. 정방형화를 통해 전체적인 격자의 질이 상향 평준화됨을 알 수 있다(Fig. 6). 이러한 개선된 격자 구조로 인하여 Fig. 7에서 나타내듯이 해석 도중에 상대적으로 큰 시간 증분크기로 해석이 가능함을 알 수 있으며 결과적으로 약 12%정도의 계산시간을 단축할 수 있었다.

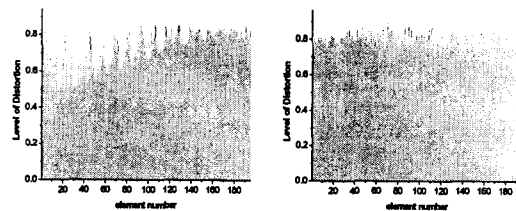


Fig. 6 (a) original mesh (b) regularized mesh

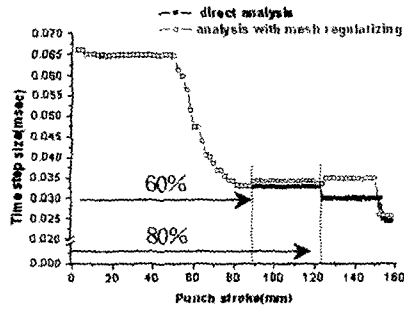


Fig. 7 Comparison of time step size

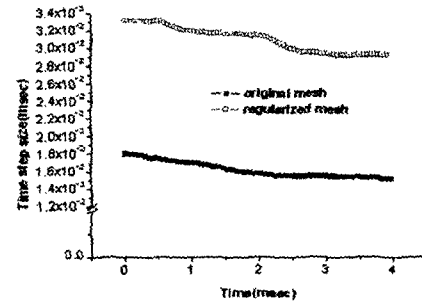


Fig. 10 Comparison of time step size

3.2 Front side member 충돌해석에 적용

성형 해석에 이은 충돌 해석의 경우 성형 해석 시에 발생하는 요소의 왜곡과 변형으로 성형 해석에 사용된 격자구조를 충돌 해석에 그대로 사용할 수 없게 된다. 그러므로 정방형화 방법을 통하여 성형 해석으로 인한 부분적인 격자 구조의 왜곡을 완화시키고(Fig. 9) 이를 충돌 해석에 적용하도록 하였다. 해석에 사용된 충돌부재는 Fig. 8의 *reinf_frt_C*(reinforce front frame C)이며 해석 조건은 한쪽 단이 고정된 충돌 부재에 40kg의 rigid wall을 초기속도 13.3m/s 으로 충돌시키는 예제가 된다.

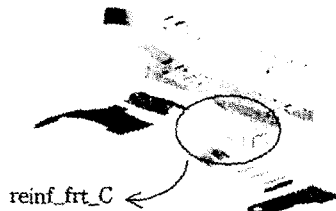


Fig. 8 Front side member



Fig. 9 Regularization

이 경우 정방형화를 통하여 개선된 격자 구조는 해석 시 더 큰 시간 증분(Fig. 10)으로 해석이 가능함을 알 수 있으며 결과적으로 대략 40%정도의 계산시간을 단축할 수 있었다.

4. 결론

1차 성형 해석으로 인해 변형과 왜곡이 심한 격자 구조를 정방형화 방법을 이용하여 다음 단계의 연계 해석을 위한 향상된 질의 격자구조로 개선하였다. 이는 왜곡된 격자 구조를 연계 해석에 적용할 경우 발생하는 모델링 과정에서의 번거로움과 많은 시간의 소요를 줄이고 해석 과정에서 발생하는 시간의 급격한 증가를 막아 전체적인 해석의 효율을 높일 수 있게 된다. 또한 이러한 정방형화 방법은 예제에서 제시된 바와 같이 다단계 성형 해석이나 성형 해석과 연이은 충돌 해석에까지 적용할 수 있음을 보여주었다.

참고 문헌

- (1) Zhu, J. Z., Zienkiewicz, O. C., Hinton, E., Wu, J., 1991, "A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation." *Int. J. Numer. Meth. Eng.* Vol. 32, 849~866
- (2) Lo, S. H., Lee, C. K., 1992 "On Using Meshes of Mixed Element Types in Adaptive Finite Element Analysis." *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 11, 307~336
- (3) El-Hamalawi, A., 2000. "A Simple and Effective Element Distortion Factor." *Computers and Structures*, Vol. 75, 507~513
- (4) Piegl, L., Tiller, W., 1997. "The NURBS Book." 2nd Ed., Springer-Verlag