

# 압연공정해석을 위한 판과 롤의 접촉 경계면 처리

김태호 · 황상무\*

## Treatment of Contact between Roll/Roll and Roll/Strip for Rolling Process Simulation

T.H. Kim and S.M. Hwang

### Abstract

Surface normal vector and surface velocity are very important parameters to simulate rolling processes precisely. In this study, Local displacement functions are constructed for each node on the contact surface and parameters are found by the least square fitting of displacement on the neighbor nodes. Deformation gradient tensor is calculated from the displacement function and surface normal vector and velocity also can be derived. Flat rolling simulation model is presented on the basis of the suggested contact scheme. Series of rolling process simulation are carried out and the results are compared with the experiments.

**Key Words** : Flat rolling, FEM, Contact surface, Surface normal vector

### 1. 서론

판 압연공정은 점점 고급화되어가는 수요가의 요구에 부응하고자 다양한 품질의 제품을 생산함과 동시에 가격 경쟁력을 위한 원가절감에 노력하고 있다. 기존에 작업자의 숙련도를 바탕으로 대략의 정밀도를 유지하는 수준에서 수요가의 요구와 일치하는 정밀한 치수의 제품을 생산하기 위한 기술개발에 박차를 가하는 중이며, 이에 따라 수치해석을 이용한 공정해석도 더불어 활발해지고 있다. 초기에는 컴퓨터의 계산능력이 충분하지 못하여 주로 단순 빔 모델이나, 무한탄성체 모델등 근사해석<sup>1~4)</sup> 위주로 해석이 이루어져 정밀도에 한계가 있었으나, 전산 기술이 발달함에 따라 계산시간이 단축되어 롤의 3차원 탄성 변형을 연계한 해석 모델이 시도되고 있다<sup>5,6)</sup>. 현재 판압연에서 요구되는 판프로파일 예측 정밀도는 수십  $\mu\text{m}$ 이므로 판의 소성변형과 워크롤의 탄성 변형의 연

계 해석은 물론이고, 백업롤의 3차원적 변형도 고려할 필요가 있다. 따라서 롤변형에 따른 판/롤, 롤/롤간의 접촉면에 대한 정확한 처리가 필요하다.

본 연구에서는 판/롤, 롤/롤간의 연계해석에 필요한 접촉면 처리기법을 제안하고, 이를 바탕으로 한 판압연 공정 해석모델을 제시하였다.

### 2. 접촉 경계면 처리

#### 2.1 접촉 경계면

압연은 그 공정상, 회전하고 있는 롤의 마찰력에 의해 판이 변형하므로, 판의 변형을 해석하기 위해서는 마찰력 계산을 위한 접촉면에서의 법선 벡터와 표면 속도를 알 필요가 있다.

롤을 강체로 해석할 경우에는, 롤표면에 대해 해석적 함

\* 포항공과대학교 기계공학과

수를 가지므로, 법선벡터등을 간단히 구할 수 있으나, 물의 탄성 변형등을 연계 해석할 경우 물 또한 유한요소격자로 구성하게 되어, 표면을 근사적으로 표현하게 된다. 따라서, 압연과 같이 소재와 물간의 접촉이 중요한 공정의 경우, 해석상에서 실제 표면과 다른 형태의 접촉이 일어나고, 이에 따른 해석 정밀도가 낮아지는 문제가 생긴다. 따라서 유한요소로 구성된 물의 표면으로부터 실제 표면에 근사한 정보를 만드는 기법이 필요하다.

변형된 유한요소격자상의 임의의 한 점에 대한 값은 보통 계산적인 측면을 고려해 해당 접촉점이 위치한 요소의 절점에 대해 구한 속도 및 법선벡터를 보간하여 사용한다.

물 변형후의 표면 절점에서의 속도 및 법선 벡터는 다음의 몇 가지 방법으로 구할 수 있다.

## 2.2 요소 법선벡터의 가중치 합

일반적으로 법선벡터를 구할 때 사용되는 방법으로, 먼저 구하고자 하는 절점을 포함하는 각 요소에서, 해당 절점에서의 요소 법선 벡터를 계산하고, 구해진 요소 법선 벡터들에 적절한 가중치를 두어 절점의 법선벡터를 결정한다.

현재의 격자정보만을 사용하므로, 계산량이 적고, 요소의 구성에 관계없이 적용 가능한 장점이 있으나, 인접 요소의 크기와 분포에 영향을 받으며, 적절한 가중치를 구하기가 어려운 점등이 단점으로 지적될 수 있다.

## 2.3 근사 표면 함수

법선벡터를 구하고자 하는 절점에 대해 간단한 표면 함수를 정의하고, 최소자승법등을 사용하여 그 계수를 찾아내는 방법이다. 이 방법도 현재의 인접한 절점 정보만을 사용하므로 계산량이 크지 않고, 단순히 요소 법선 벡터를 가중치를 두어, 구한 경우보다 실제 물체에 근사한 결과를 보여 주며, 격자의 밀도에도 비교적 영향을 덜 받는다.

따라서, 아무런 초기 정보가 없을 경우에는 상당히 유용한 방법이나, 변형후의 표면 속도등은 따로 구해야 한다

## 2.4 deformation gradient tensor를 이용한 방법

변형 전, 후의 물체의 상태를 각각 reference, current configuration이라 하면, 두 configuration 사이에는 변형에 의한 functional relation이 존재하고, 따라서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_k &= x_k(X_K) \\ dx_k &= x_{k,K} dX_K = F_{kK} dX_K \\ dX_K &= X_{K,k} dx_k = G_{Kk} dx_k \\ F_{kK} &= G_{Kk}^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

이때  $F_{kK}$  는 deformation gradient tensor이다.

Fig. 1에서 reference configuration에서의 임의의 평행 육면체를 구성하는 세 vector를  $dX_K^{(i)}$ , 해당 vector의 current configuration에서의 image를  $dx_k^{(i)}$  라 하면, 육면체의 부피는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} dv &= n_i ds dx_i^{(3)} \\ dV &= N_I dS dX_I^{(3)} = dSN_I X_{I,i} dx_i^{(3)} \\ dv &= JdV \end{aligned}$$

따라서

$$\therefore n_i ds = JdSN_I X_{I,i} \quad (2)$$

혹은,

$$\therefore n_i = \text{normalize}(N_I G_{Ii}) \quad (3)$$

따라서, 변형 후 표면에서의 법선 벡터는 해당 절점에서의  $F_{kK}$  을 구하는 것에 의해 구할 수 있다. 같은 방법을 사용하면 표면속도도

$$u_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial x_i}{\partial X_I} \frac{dX_I}{dt} = x_{i,I} U_I = F_{iI} U_I \quad (4)$$

로 나타내어 지므로, 역시  $F_{kK}$  로 나타내어 진다.

절점에서  $F_{kK}$  를 구하는 방법으로 해당 절점을 포함하는 각 요소에서의  $F_{kK}^e$  를 계산하여, 가중치를 두어 절점의 값을 결정하는 방법이 있으나, 적절한 가중치를 정하는 것 또한 쉽지 않은 문제이고, 선형요소를 사용할 경우에는 정확도 또한 문제가 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Fig.3과 같이 인접 절점들에서의 변위를 이용하여 변위에 대한 공간함수를 만들고, 그 계수를 최소 자승법을 이용하여 구하는 방법을 사용하였다.

한 절점 A에서의 인근 절점 B에 대한 변형 근사함수를 reference configuration에서 다음과 같이 정의한다.

$$x_i(X_K) = x_i^A + x_{i,K}^A (X_K - X_K^A) \quad (5)$$

인접 절점에서의 변위를 이용하여 전개하면,

$$\begin{aligned} x_i^B - x_i^A &= x_{i,K}^A (X_K^B - X_K^A) \\ \text{for } B &\in \{\text{set of neighbor nodes about A}\} \end{aligned} \quad (6)$$

최소 자승법을 이용하여  $x_{i,K}^A$  을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (x_i^B - x_i^A)(X_L^B - X_L^A) &= x_{i,K}^A (X_K^B - X_K^A)(X_L^B - X_L^A) \\ P_{iL} &= x_{i,K}^A Q_{KL} \\ \therefore x_{i,K}^A &= P_{iL} Q_{KL}^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

정리하면, 변형후의 물체 표면상에 있는 절점에서의 법선벡터  $n_i$ 와 표면 속도  $u_i$ 는 변형전의 법선벡터  $N_i$ 와 속도  $U_i$ 를 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} n_i &= \text{normalize}(N_i Q_{iL} P_{iL}^{-1}) \\ u_i &= P_{iL} Q_{iL}^{-1} U_i \\ \text{, where } P_{iL} &= (x_i^B - x_i^A)(X_L^B - X_L^A) \\ Q_{KL} &= (X_K^B - X_K^A)(X_L^B - X_L^A) \end{aligned} \quad (8)$$

계속적인 변형을 하는 비정상상태 해석이나 물체의 변형이 복잡한 경우에는 변위에 대해 일차 선형을 가정하는 위의 모델은 너무 단순할 수 있으나, 판 압연공정의 경우, 롤의 변형이 복잡하지 않고, 변형량도 크지 않으므로 적용이 가능하므로 초기 롤 형상 정보를 이용함으로써 보다 정확한 변형 후 표면 정보를 얻을 수 있다.

### 3. 압연공정 해석 모델

판의 소성 유동에 관한 경계치 문제의 해(속도와 정수압)는 경계  $\Gamma_u$  상에서 기하 경계 조건을 만족해야하며, 임의함수(test function)  $q$ 와  $\Gamma_u$  경계 상에서 영의 값을 가지는 임의 함수  $\omega_i$ 에 대하여 아래 적분식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma'_{ij} \omega'_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} p \omega_{ii} d\Omega \\ - \int_{\Omega} f_i \omega_i d\Omega - \int_{\Omega} u_{i,i} q d\Omega \\ - \sum_{\alpha} \int_{\Gamma_{\alpha}} h_{\alpha} \omega_{\alpha} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \xi(u_n - u_n^D) \omega_n d\Gamma \\ - \int_{\Gamma_c} \mu \xi(u_n - u_n^D) g(\Delta u) \omega_i d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

롤의 탄성변형을 위한 경계치 문제의 해( $u_i$ )는  $\Gamma_u$ 에서의 기하경계조건을 만족 해야하고,  $\Gamma_u$ 에서 0의 값을 가지는 임의 함수  $\omega$ 에 대해서 다음의 적분 방정식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma'_{ij} \omega'_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\sigma_{kk}}{3} \omega_{i,i} d\Omega - \int_{\Omega} f_i \omega_i d\Omega \\ - \sum_i \int_{\Gamma_m} h_i \omega_i d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \xi(u_n - \bar{u}_n) \omega_n d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

식(9),(10)을 일반적인 절차로 유한요소로 근사하면 비선형 대수 방정식을 얻을 수 있다. 구해진 대수 방정식은 뉴턴 랩슨법을 사용하여 해를 구한다.

정상상태로 판의 변형을 해석하는데 필수적인 자유표면

예측은 확장 유선추적법에 기초한 방법<sup>7)</sup>을 사용하며, 판의 물성치의 변화는 유선추적에 의해 유선을 역추적하는 방법으로 구한다.

Fig.2에 압연공정해석을 위한 해석 모델을 나타내었다.

### 4. 공정 해석 및 결과 비교

개발된 판압연 공정 해석 모델을 시험 압연기를 이용한 실험 결과와 비교해 보았다. 이때의 공정조건은 다음과 같다<sup>5)</sup>.

- 판 입력 치수	: 3×251(mm)
□ 압하량	: 30 %
□ 압연온도	: 900 °C
□ 압연속도	: 0.92 m/s
□ 마찰계수	: 0.25
□ 영 계수	: 208.8 GPa
□ poisson ratio	: 0.3
□ 롤크라운	: -100, 0, 100 (mm)
□ 판재질	: SPCC
□ 변형저항식	: $\bar{\sigma} = 157 \bar{\epsilon}^{0.21} \bar{\epsilon}^{0.13}$ (MPa)

Fig.4은 사용된 요소격자를 보여준다. Fig.5는 해석결과로 구한 판두께 분포를 실험결과와 비교한 것으로 각각의 롤크라운 조건에 대해 잘 일치함을 알 수 있다.

### 5. 결론

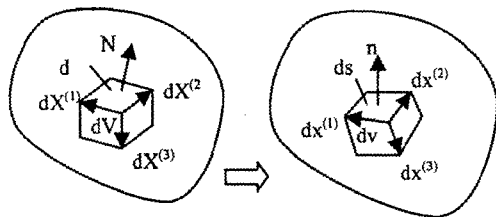
압연공정의 정밀해석을 위해서 롤과 롤, 롤과 판사이에 일어나는 마찰 경계조건 처리법을 제시하고, 이를 적용한 압연 해석모델을 세웠다. 제시한 해석모델을 실제 공정에 적용하여 실험결과와 비교한 결과 잘 일치함을 알 수 있었다.

### 참고 문헌

- (1) K.N. Shohet, N.A. Townsend, "Roll bending methods of crown control in four-high plate mills", J. Iron & Steel Inst., 1968, vol. 206, pp.1088-1098
- (2) K.I. Yasuda, S. Shida, "Characteristic of Shape control in HC-Mill", 소성 과 가공, 1991, vol.22, no.244, pp.460-466
- (3) S. Ogawa, S. Matsumoto, T. Kawanami, "Prediction of flatness of fine gauge strip rolled by 12-high cluster mill", 1991, ISIJ Int., vol.31, 599-606
- (4) K. Nakajima, H. Matsumoto, Proc.24th Japanese Joint Conf. For Technology of Plasticity, JSTP, Tokyo,1973, vol.29
- (5) J. Yanagimoto, M. Kiuchi, "Three-dimensional

simulation system for coupled elastic/rigid-plastic deformation of rolls and workpieces in strip rolling processes”, NUIFORM92, 1992, pp.763-768

- (6) A. Hacquin, P. Montmitonnet, “Coupling of roll and strip deformation in three-dimensional simulation of hot rolling”, Simulation of Mat. Proc., 1995, pp.921-927
- (7) H.J. Kim, T.H. Kim, and S.M. Hwang, A New Free Surface Scheme for Analysis of Plastic Deformation in Shape Rolling, J. Materials Processing Tech., 104 (2000), 81-93



Reference Configuration Deformed Configuration

Fig. 1 Reference and deformed configuration

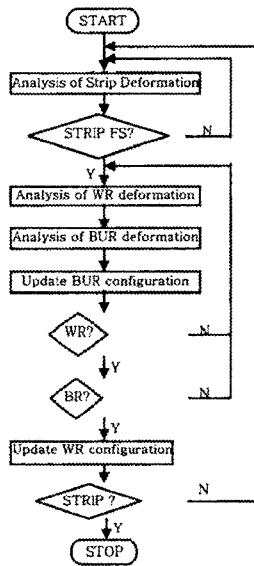
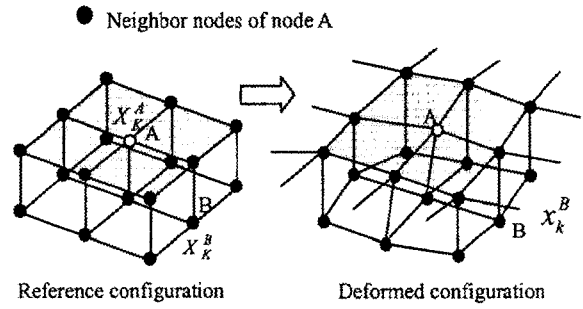


Fig. 2 Flat rolling simulation model



Reference configuration Deformed configuration

Fig. 3 Neighbor nodes

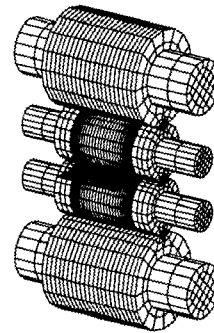


Fig. 4 Finite element mesh used for rolling simulation

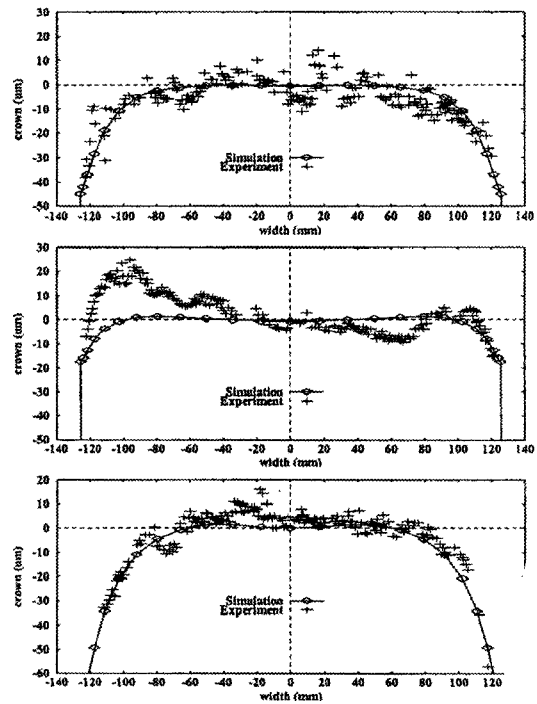


Fig. 5 comparison of results w/ experiments (roll crown 100, -100 µm)