

이상 브레이튼 사이클에서의 램 제트 추진기관 성능의 기본 특성

이태호*

Performance Characters of the Ramjet Based on Ideal Brayton Cycle

Tae-Ho Lee

ABSTRACT

In order to investigate the performance characters of the ramjet propulsion, at the first step, in this paper Ideal Brayton cycle is adopted. In the Ideal Ramjet cycle some of the parameters are independent of the heat input, for example thermal efficiency but in the Ideal Brayton cycle, Mach number and the entry temperature of the combustion chamber are important variables with the heat input.

1. 서 론

램제트를 연구함에 있어서 기존의 로켓 추진 기관은 연료 즉 추진제에 자체적으로 산소를 공급하는 산화제를 함유하고 있으나 램제트는 비행 중 흡입하는 대기의 산소를 사용하여 연소시켜 힘을 얻는다는 기본적인 전제는 이미 다 알고 있는 바이나 구체적, 이론적 설명(연구) 등에 대해서는 단편적인 연구 논문 위주로 발표되어 있어 체계적인 이해에 불편함을 느낀 것도 사실이다.

이에 램제트 추진기관에 대하여 열역학적 사이클을 근간으로 연소실 손실만 있다고 가정한

이상 브레이튼(ideal Brayton) 사이클에 대하여 단계적으로 접근함으로써 램제트 추진기관의 성능 특성에 대한 이해를 돕고자 본 연구 보고서를 작성하였다.

2. 램제트의 이상 브레이튼 사이클

이상 브레이튼 (ideal Brayton) 사이클에서는 흡입이나 배기 노즐의 흐름을 등엔트로피 과정으로 가정하고 등압 연소에 속도가 있는 과정이다. 이상 브레이튼 사이클은 이상 램제트 사이클과 비교하여 단지 연소실에서 속도가 있는 것이 차이이다. 마찰이 없는 유동 ($dp = \rho V dV$)의 Euler 식에서 연소실의 등압 관계를 얻을 수 있다.

* 국방과학연구소 (Propulsion Department of Agency for Defence Development)

$$p_3 = p_2 \text{ and } V_3 = V_2 \quad (1)$$

열 관계식 $T_t = T + \frac{V^2}{2c_p}$ 이므로

$$\frac{q}{c_p T_0} = \frac{T_3}{T_0} - \frac{T_2}{T_0} = \frac{T_3}{T_0} - \frac{T_2}{T_0} \quad (2)$$

*($q = c_p(T_3 - T_2)$, $T_3 = T_2 + q/c_p$), 흡입과정은 단열 과정($T_2 = T_0$)으로

$$\frac{T_2}{T_0} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \quad (3)$$

$V_3 = V_2$ 이므로 연소실에서의 마하수 비는

$$\frac{M_3}{M_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_3}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{q}{c_p T_2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{q}{c_p T_0} \frac{T_0}{T_2}}} \quad (4)$$

$$*\left(\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_2 + q/c_p} = \frac{1}{1 + q/c_p T_2}\right)$$

열이 첨가되므로 항상 $M_3 < M_2$ 이다. 또 $p_3 = p_2$ 이므로 $p_3 < p_2$ 임을 알 수 있고 이는 연소실에서의 총압력 손실을 의미한다. 연속방정식과 $p_3 = p_2$ and $V_3 = V_2$ 의 관계에서

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{M_2}{M_3}\right)^2 = 1 + \frac{q}{c_p T_0} \frac{T_0}{T_2} \quad (5)$$

열량이 가해지므로 $A_3 > A_2$ 이고 등압 연소실은 확대 채널 (divergent channel) 채널이어야 한다.

흡입구와 배기 노즐에서 단열 유동이므로 에너지 식은

$$q = c_p(T_3 - T_2) = c_p(T_w - T_0) \quad (6)$$

$$= c_p(T_e - T_0) + \frac{V_e^2 - V_0^2}{2}$$

여기서 일반적인 열효율 표시를하면

$$\eta_{th} = \frac{V_e^2 - V_0^2}{2q} = 1 - \frac{1}{q/c_p T_0} \left(\frac{T_e}{T_0} - 1\right) \quad (7a)$$

식 (2) [$q = c_p(T_3 - T_2)$]와 등압 연소에서

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_e - T_0}{T_3 - T_2} \quad (7b)$$

흡입구와 배기 노즐의 등 엔트로피 과정 및 $p_3 = p_2$ and $p_e = p_0$ 의 관계에서

$$\frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_3}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_3}{T_e} \quad (8a)$$

또는

$$\frac{T_e}{T_0} = \frac{T_3}{T_2} \quad (8b)$$

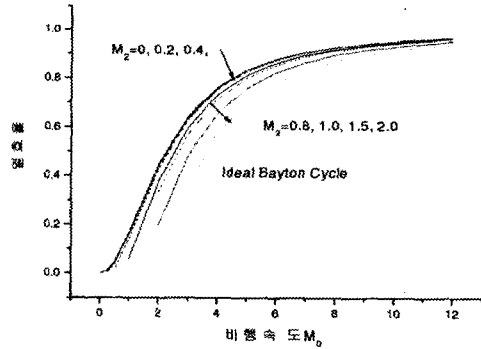


그림 1 이상 브레이튼 사이클의 열효율

이러한 관계를 식 (3)과 함께 식 (7)에 적용하면

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_0}{T_2} = 1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad (9)$$

$$*\left[\frac{T_e - T_0}{T_3 - T_2} = \frac{T_0(T_e/T_0 - 1)}{T_2(T_3/T_2 - 1)}\right]$$

이상 브레이튼 사이클에서 열 효율은 연소시

에서의 열의 가함(addition)과는 무관하며 주어진 자유 유동장 마하 수에서 마하 M_2 가 증가하면 효율은 감소한다. 흡입구와 배기 노즐의 등엔트로피 유동에서는 스크램제트 ($M_2 > 1$)는 언제나 주어진 M_0 에서 램제트($M_2 < 1$)보다 효율이 떨어진다. 열 효율 η_{th} 의 최대 값은 $M_2 = 0$ (ideal ramjet) 일 때이다. 더구나 식 (9)에서 $M_2 = M_0$ 이면

$\eta_{th} = 0$ 가 되고 $V_e = V_0$ 로 열의 증가는 연소실에서의 총압력 손실에만 쓰인다. 추력을 얻기 위해서는 $M_2 < M_0$ 인 확산 흡입구가 필수적이다. 전체적인 효율은 참고 문헌 1의 식(1.4)에서

$$\eta_{tot} = \frac{(\gamma-1)M_0^2}{q/c_p T_0} \left(\frac{V_e}{V_0} - 1 \right) \quad (10)$$

열효율 정의 식인 (1.2)로부터

$$\frac{V_e}{V_0} = \sqrt{1 + \frac{q/c_p T_0}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \eta_{th}} \quad (11)$$

식(9)와 (11)에서 전체 효율은

$$\eta_{tot} = \frac{(\gamma-1)M_0^2}{q/c_p T_0} \left[\sqrt{1 + \frac{q}{c_p T_0} \frac{1 - \left(\frac{M_2}{M_0}\right)^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} - 1 \right] \quad (12)$$

*{

$$\frac{V_e}{V_0} = \sqrt{1 + \frac{q/c_p T_0}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \left(1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \right)}$$

$$= \frac{\sqrt{1 + \frac{q/c_p T_0}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \left(1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \right)}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad \left. \vphantom{\frac{\sqrt{1 + \frac{q/c_p T_0}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \left(1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \right)}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} \right\}$$

열효율과 달리 브레이튼 사이클의 전체 효율은 $q/c_p T_0$ 에 의존하며, 주어진 M_0 와 $q/c_p T_0$ 에 대하여 전체효율은 연소실 입구의 마하수 M_2 가 증가함에 따라 줄어든다.

비행 마하수가 증가하면 속도비 V_e/V_0 (식11 등 참조)는 감소하며, 추진 효율 η_j 는 커져 η_{th} 와 η_{tot} 의 차이는 적어지게 된다.

M_2 의 열효율에 대한 영향은 연소실에서 총압력 손실뿐이고, 이 총 압력 손실은 식 (2), (3), (4)들과 $p_3 = p_2$ 의 관계로 결정한다.

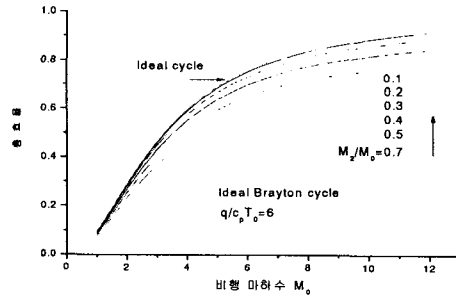


그림 2 비행 마하 수와 브레이튼 사이클 총효율

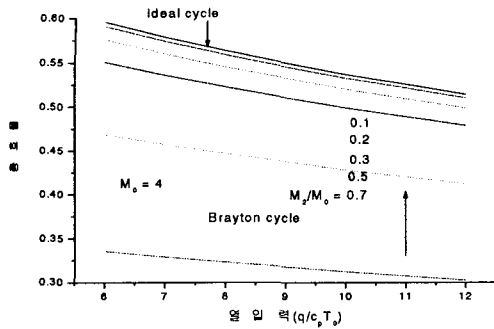


그림 3 열입력과 브레이튼 사이클 총효율

$$\frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$1 + \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}} = \left[\frac{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right]^{\gamma/\gamma-1}$$

$$= \left[\frac{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}} \right]^{\gamma/\gamma-1} \quad (13)$$

*{

$$\frac{M_3^2}{M_2^2} = 1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{T_0}{T_2}, \quad M_3^2 = M_2^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{T_0}{T_2}} \right)$$

$$1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{T_0}{T_2}} \right)$$

$$1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} \right)$$

$$= 1 + \left(\frac{\frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} \right)$$

$$= \left[\frac{\frac{a}{c_p T_0} \frac{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2)}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} + (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2)}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} \right]$$

$$= \left[(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2) \frac{\frac{a}{c_p T_0} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} + 1}{1 + \frac{a}{c_p T_0} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}} \right]^*$$

그림 4에 압력비 p_3/p_2 를 $q/c_p T_0$ 가 6일 때 M_0 의 함수로 표시하였다. 일정한 M_2 와 일정한 M_2/M_0 비에 대하여 주어져 있다. 전통적 램제트라 할 수 있는

M_2 값이 0.4인 경우에 비행 마하 구간에 대하여 총 압력 손실은 10 퍼센트 미만이고 열효율도 이상 램제트와 거의 같다. 스크램제트의 경우에는 총 압력 손실도 크고 열효율에도 영향이 크다

스크램제트의 경우에 연소실에서 열이 가해짐에 따라 $M_3 < M_2$ 이고 $M_3 < 1$ 인 조건들을 찾을 수 있다. 즉 초음속 유동이 아음속으로 바뀌는 것이다. 이는 실제적으로 가능하나, 연소실

이후에 아음속 흐름이 초음속으로 가속되기 위하여 목(throat)이 필요하며 스크램제트의 경우 $M_3=1$ 이 한계치이고 그림 4에 표시되어 있다. 주어진 $q/c_p T_0$ 에 대하여 M_2 와 M_0 의 관계는 식 (4)와 (3) 그리고 $M_3=1$ 에 의하여 결정되며, 총 압력비 p_3/p_2 는 식 (13)에 의하여 M_2 에만 의존한다. 그림4에서 $M_3=1$ 인 커브를 보면, M_0 가 4 이상인 경우에 $M_2 \geq 2$ 이면 thermal choking은 없음을 알 수 있다.

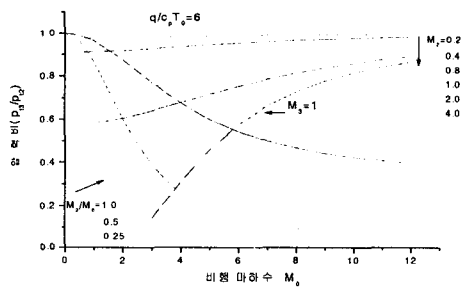


그림 4 연소실에서의 압력손실

3. 결론

1. 이상 브레이튼(Ideal Brayton) 사이클에서는 $V_3 = V_2$ 이므로 연소실에서의 마하수 비는 열이 첨가되므로 항상 $M_3 < M_2$ 이다. 또 $p_3 = p_2$ 이므로 $p_3 < p_2$ 임을 알 수 있다.
2. 이상 브레이튼 사이클에서 열효율은 열의 첨가됨과는 무관하며 주어진 비행 마하속도에서는 M_2 가 증가하면 열효율은 감소한다. 흡입구와 배기노즐에서 등엔트로피 과정이라면 스크램제트($M_2 > 1$)는 언제나 주어진 M_0 에서 램제트($M_2 < 1$)보다 효율이 떨어진다.
3. 이상 브레이튼 사이클에서 총 효율은 열효율과 달리 $q/c_p T_0$ 에 의존하며 M_0 와 $q/c_p T_0$ 가 주어진 경우 총 효율은 연소실 입구 마하속도 M_2 가 증가하면 감소한다.

4. 이상 브레이튼 사이클에서 총 효율은 $q/c_p T_0$ 가 주어진 경우 비행 마하수가 커질수록 증가하고 M_2/M_0 비의 값이 커질수록 급격히 감소한다. 그러나 M_2 가 일반적인 램제트라 할 수 있는 0.4 근처의 값인 때는 이상 램제트와 별 차이 없다. 또한 연소실에서의 총 압력 손실도 10% 미만이나, 스크램제트의 경우에는 총 압력과 열효율에 영향을 크게 미친다.

5. 스크램제트의 경우에 연소실에서 열이 가해지므로 $M_3 < M_2$ 이고 $M_3 < 1$ 인 조건들을 찾을 수 있다. 연소실 이후에 초음속 흐름이 되기 위해서는 노즐목, 즉 $M_3=1$ 인 조건이 한계치이다. 그러나 M_0 가 4 이상인 때에 $M_2 \geq 2$ 이면 thermal choking은 일어나지 않는다.

참고 문헌

1. 이 태호, "사이클 해석을 통한 램제트 추진기관 성능의 기본 특성연구", 국방과학 기술 연구, 제 9권 2호, 2003. 7
2. J. P. Holman, "Thermodynamics", McGraw Hill. 1980
3. G. Van Wylen, R. E. Sonntag, "fundamentals of Classical Thermodynamics", John Wiley & Sons. 1978
4. E. L. Fleeman, "Propulsion considerations in Tactical Missile Design", AIAA education series tactical missile design, AIAA. 2001
5. H. Wittenberg, "Some Fundamentals on the Performance of Ramjets with Subsonic and Supersonic Combustion", TNO Prins Maurits Laboratory. 2000