

# 궤도섭동을 고려한 저궤도 위성의 추진제 소모량 예측 및 궤도 해석

정도희\*, 이상기\*

## The Estimation of Fuel Consumption of Satellites and Orbit Analysis under Orbit Perturbations

Do-hee Jung\* , Sang-kee Lee\*

### ABSTRACT

In this work variations of orbital parameters are first derived from the perturbation equations using difference equation method under Earth oblateness and atmospheric drag. A simple and effective scheme is proposed to compute the required delta v and fuel consumption to compensate for atmospheric drag. The scheme is applied to KOMPSAT example. And by means of numerical simulations we quantitatively analyze influences due to each perturbation source, i.e., nonspherical Earth, atmospheric drag , third body gravities (Sun , Moon ), and solar radiation.

### 초 록

본 연구에서는 섭동가속도의 변화식으로 주어지는 궤도 섭동 방정식으로부터 지구 편원현상과 대기저항에 의해 기인하는 궤도요소들의 변화를 표현하고 궤도 일회전당 변화량을 근거로 하여 대기저항에 의한 속도 보정과 그에 필요한 연료소모량을 효과적으로 예측하는 방법을 제시하고 그 기법을 다목적위성 궤도해석에 적용하였다. 그리고 궤도 해석을 위해 위성에 영향을 미치는 섭동력을 비대칭 중력장, 대기 저항력, 태양과 달의 인력, 태양 복사압에 의한 영향을 계산하여 정량적으로 비교 분석하였다.

Key Words : perturbation equations(섭동방정식) Earth oblateness(지구편원현상)  
fuel consumption (연료소모량) correct orbit (궤도보정)

### 1. 서 론

목표궤도에 진입한 위성은 지구 중력권의 비

대칭, 태양과 달의 중력, 대기저항, 태양 복사압 등으로 인해 궤도에서 조금씩 벗어난다.[1] 이러한 경우에도 목표궤도를 유지하기 위한 제어가

\* 조선대학교 항공우주공학과

필요하며, 이를 위해서는 정확한 궤도추적 및 섭동해석이 필요하다.[2][3]

저궤도 위성의 경우 주요 섭동 요소들은 지구 편원 현상과 지구 대기 영향인데 이러한 두 가지 요소에 기인하는 궤도 요소들의 변화는 위성 설계자들이 반드시 고려해야 할 사항이다.[4]

본 연구에서는 섭동가속도의 변화식으로 주어지는 궤도 섭동 방정식으로부터 지구 편원현상(Oblateness)과 대기에 의해 기인하는 궤도요소들의 변화를 표현하고[5] 궤도 일회전당 변화량을 근거로 하여 대기저항에 의한 속도 보정과 그에 필요한 연료소모량을 효과적으로 예측하는 방법을 제시하고 그 기법을 다목적위성 궤도해석에 적용하고자 한다.[6]~[10]

## 2. 본 론

### 2.1 궤도유지와 소요연료 소모량 예측

저궤도에서 운행하는 위성은 대기항력에 의해 고도가 점점 낮아지는데 만일 이를 위성체 추진장치로 교정하지 않으면 고도는 마침내 밀도가 높은 대기에 도달하게 되고 위성체 수명은 끝나게 된다.[11] 따라서 본 연구에서는 대기 저항하에서 타원궤도의 유지를 위한 연료 소모량을 예측하는 간단하고 효과적인 방법을 제시한다.

#### 2.1.1 궤도 수정의 차분 방정식

궤도섭동의 미분 방정식은 일반적으로 다음과 같이 쓸 수가 있다.

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{i=1}^m R_i f_i \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

식 (1)은 다음과 같이 차분방정식이 된다.

$$\Delta x_i = \sum_{j=1}^m R_j \Delta v_j \quad (2)$$

궤도 유지를 위한 속도 변화량은 대개 작은 값이므로 궤도섭동의 미분방정식을 차분 방정식으로 변환하는 것은 타당성이 있다. 궤도섭동 방정식 첫번째 그룹의 경우,  $r, u, h$  방향으로의 속도변화량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta v_r = f_r \Delta t, \quad \Delta v_u = f_u \Delta t, \quad \Delta v_h = f_h \Delta t \quad (3)$$

첫번째 그룹의 차분 방정식들은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \Delta a &= \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} [e \sin \theta \Delta v_r + (1 + e \cos \theta) \Delta v_u] \\ \Delta e &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \sin \theta \Delta v_r + \left[ \left(1 + \frac{r}{p}\right) \cos \theta + \frac{er}{p} \right] \Delta v_u \right\} \\ \Delta P &= 2\sqrt{\frac{p}{\mu}} r \Delta v_u \\ \Delta \Omega &= \frac{1}{\sqrt{\mu p \sin i}} r \sin(\omega + \theta) \Delta v_h \\ \Delta i &= \frac{1}{\sqrt{\mu p}} r \cos \theta (\omega + \theta) \Delta v_h \\ \Delta \omega &= \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[ -\cos \theta \Delta v_r + \left(1 + \frac{r}{p}\right) \sin \theta \Delta v_h \right. \\ &\quad \left. - \frac{er}{p} \sin(\omega + \theta) \cot i \Delta v_h \right] \quad (4) \end{aligned}$$

식 (2)의 궤도 섭동 방정식 두번째 그룹의 경우에  $t, n, h$  방향의 속도변화량들은

$$\Delta v_t = f_t \Delta t, \quad \Delta v_n = f_n \Delta t, \quad \Delta v_h = f_h \Delta t \quad (5)$$

로 나타나며 그에 따른 궤도수정 차분 방정식의 두번째 그룹이 아래와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Delta a &= \frac{2a^2 v}{\mu} \Delta v_t \\ \Delta e &= \frac{1}{v} \left[ 2(e + \cos \theta) \Delta v_t - \frac{r}{a} \sin \theta \Delta v_n \right] \\ \Delta p &= \frac{2p}{v} \Delta v_t + \frac{2r}{v} \sin \theta \Delta v_n \\ \Delta \Omega &= \frac{1}{\sqrt{\mu p \sin i}} r \sin(\omega + \theta) \Delta v_h \\ \Delta i &= \frac{1}{\sqrt{\mu p}} r \cos(\omega + \theta) \Delta v_h \\ \Delta \omega &= \frac{2}{ve} \sin \theta \Delta v_t + \frac{a(1 + e^2) - r}{av e^2} \Delta v_n \\ &\quad - \frac{\cot i}{\sqrt{\mu p}} r \sin(\omega + \theta) \Delta v_h \quad (6) \end{aligned}$$

요구되는 수정 궤도요소  $\Delta a, \Delta e, \Delta p, \Delta \Omega, \Delta i, \Delta \omega$ 가 주어질 때, 필요 속도 변화량  $\{\Delta v_r, \Delta v_u, \Delta v_h\}$ 나  $\{\Delta v_t, \Delta v_n, \Delta v_h\}$ 과의 관계 식들은 상식들로부터 계산할 수 있으며 그로부터 필요연료량을 예측할 수 있다.

### 2.1.2 대기 기인된 궤도 감쇄와 수명의 예측

고도변화율은 원궤도의 경우 궤도 주기  $P$ 로부터 아래와 같이 구해진다.

$$\frac{dh}{dt} = \Delta r_{atm} / P = -2\sqrt{\mu\sigma\rho}\sqrt{r}$$

적분하면,

$$t_f - t_0 = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\mu}} \int_{h_f}^{h_0} \frac{dh}{\rho(h)\sqrt{r}} \quad (7)$$

이 고 침자 0은 초기값  $f$ 는 최종값이다. 이 식은  $t_f$ 와  $h_f$ 가 주어질 때 고도 감쇄에 따라 위성의 수명을 예측할 때 쓰여 질 수 있다.

타원궤도의 경우에 일회전당 변화량식들이 사용된다. 그 식들을 궤도주기  $P = 2\pi\sqrt{a^3/\mu}$ 로 나누고 관계식  $p = a(1 - e^2)$ 을 사용하면 다음과 같은 미분 방정식들이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{\sigma}{\pi\mu\sqrt{1-e^2}} \int_0^{2\pi} r^2 v^3 \rho du \\ \frac{de}{dt} &= -\frac{\sigma}{\pi a^2\sqrt{1-e^2}} \int_0^{2\pi} r^2 v(e + \cos\theta) \rho du \end{aligned} \quad (8)$$

이 식들은 대기에 의한 타원궤도의 감쇄를 나타내고 있으며 수치해를 구하고 위성체의 수명을 예측하는데 사용한다.

### 2.1.3 타원 궤도 유지에 위한 필요한 연료 소모

타원궤도의 경우에, 평균 연료 소모율은 다음과 같이 유도할 수 있다.

Table 1. KOMPSAT Data

Name	Values
Mass, m	500kg
Crossing Area, S	8.256
Drag Coefficient, Cd	2.3
Specific Impulse, Isp	218sec
Inclination, I	98.127deg
Semi-major axis, a	7063.270km
Orbital Period, P	98.58min
Eccentricity ,e	0 ~ 0.001
Altitude, h	685.13 km

먼저 일회전당 장반경  $a$ 와 이심률  $e$ 의 변화량 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta a_{atm} &= -\frac{2\sigma a^2}{\sqrt{\mu^3 p}} S_a \\ \Delta e_{atm} &= -\frac{2\sigma}{\sqrt{\mu p}} S_e \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} S_a &= \int_0^{2\pi} r^2 v^3 \rho du \\ S_e &= \int_0^{2\pi} r^2 v(e + \cos\theta) \rho du \end{aligned} \quad (10)$$

한편, 인공위성이 근지점과 원지점을 통과하는 매회마다 추진장치가 수정 충격속도를 발휘하한다고 하면 그에 따라  $a$ 와  $e$ 는 차분 방정식 두번째 그룹으로부터 다음과 같이 변하게 된다.

$$\begin{aligned} \Delta a_{cor} &= \frac{2a^2}{\mu} (v_p \Delta v_p + v_a \Delta v_a) \\ &= \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} [(1+e)\Delta v_p + (1-e)\Delta v_a] \\ \Delta e_{cor} &= \frac{2}{v_p} (e+1)\Delta v_p + \frac{2}{v_a} (e-1)\Delta v_a \\ &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[ 2\frac{e+1}{1+e} \Delta v_p + 2\frac{e-1}{1-e} \Delta v_a \right] \end{aligned}$$

$$= 2\sqrt{\frac{p}{\mu}}(\Delta v_p - \Delta v_a) \quad (11)$$

여기서

$$v_p = \sqrt{\mu/p}(1+e), v_a = \sqrt{\mu/p}(1-e)$$

이고, 궤도 유지를 위하여 아래식이 만족되어야 한다

$$\Delta a_{cor} + \Delta a_{atm} = 0$$

$$\Delta e_{cor} + \Delta e_{atm} = 0 \quad (12)$$

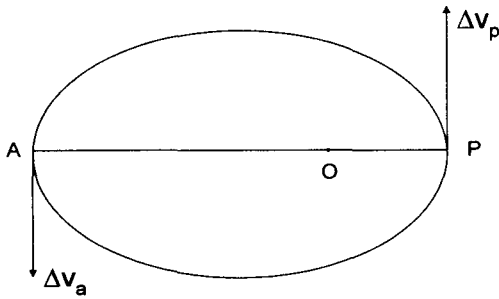


Fig. 1 Corrective Deltav's  $\Delta v_p$  and  $\Delta v_a$

식 (10), (11), (12) 을 결합하면

$$\frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}}[(1+e)\Delta v_p + (1-e)\Delta v_a] = \frac{2\sigma a^2}{\sqrt{\mu^3 p}} S_a$$

$$2\sqrt{\frac{p}{\mu}}(\Delta v_p - \Delta v_a) = \frac{2\sigma}{\sqrt{\mu p}} S_e$$

즉

$$(1+e)\Delta v_p + (1-e)\Delta v_a = \frac{\sigma}{\mu} S_a$$

$$\Delta v_p - \Delta v_a = \frac{\sigma}{p} S_e \quad (13)$$

이 되고 이 대수 방정식의 해는

$$\Delta v_p = \frac{\sigma}{2} \left[ \frac{S_a}{\mu} + (1-e) \frac{S_e}{p} \right]$$

$$\Delta v_a = \frac{\sigma}{2} \left[ \frac{S_a}{2} - (1+e) \frac{S_e}{p} \right] \quad (14)$$

가 되며 두 개의 충격속도의 합은

$$\Delta v_{\Sigma} = \Delta v_p + \Delta v_a = \sigma \left[ \frac{S_a}{\mu} - e \frac{S_e}{p} \right] \quad (15)$$

Table 2. Estimated Fuel Consumption Due to Atmospheric Drag

e	Sa (per turn)	Se (per turn)	Delta v, m/sec (per turn)	Fuel/3yrs, kg (worst)	Fuel/3yrs, kg (Jacchia 1970)
0.0000	3.1062839E+12	0.00	1.4797925E-04	5.7718524	3.5748552
0.0005	3.1062841E+12	13.76	1.4797924E-04	5.7718520	3.5748550
0.0010	3.1062847E+12	27.52	1.4797922E-04	5.7718509	3.5748543
0.0015	3.1062857E+12	41.28	1.4797917E-04	5.7718491	3.5748532
0.0020	3.1062870E+12	55.04	1.4797911E-04	5.7718466	3.5748517
0.0025	3.1062888E+12	68.80	1.4797902E-04	5.7718433	3.5748497
0.0030	3.1062909E+12	82.57	1.4797892E-04	5.7718394	3.5748472
0.0035	3.1062934E+12	96.33	1.4797880E-04	5.7718347	3.5748443
0.0040	3.1062964E+12	110.10	1.4797866E-04	5.7718293	3.5748409
0.0045	3.1062997E+12	123.80	1.4797850E-04	5.7718232	3.5748372
0.0050	3.1063033E+12	137.60	1.4797833E-04	5.7718163	3.5748329
0.0055	3.1063074E+12	151.40	1.4797813E-04	5.7718087	3.5748282
0.0060	3.1063119E+12	165.10	1.4797792E-04	5.7718004	3.5748231
0.0065	3.1063167E+12	178.90	1.4797769E-04	5.7717914	3.5748175
0.0070	3.1063220E+12	192.60	1.4797744E-04	5.7717817	3.5748115
0.0075	3.1063276E+12	206.40	1.4797717E-04	5.7717712	3.5748050
0.0080	3.1063336E+12	220.20	1.4797688E-04	5.7717600	3.5747980
0.0085	3.1063400E+12	233.90	1.4797653E-04	5.7717481	3.5747907
0.0090	3.1063468E+12	247.70	1.4797626E-04	5.7717355	3.5747828
0.0095	3.1063540E+12	261.40	1.4797592E-04	5.7717222	3.5747746
0.0100	3.1063616E+12	275.20	1.4797555E-04	5.7717081	3.5747659

로 된다. 따라서, 일회전당 연료소모량은 다음 관계로부터 구해진다.

$$\Delta m_p = \frac{m \Delta v_{sum}}{w} \quad (16)$$

저궤도 위성인 KOMPSAT 데이터를 이용하여 일회전당  $S_a$ 와  $S_e$ 를 계산하고 그로부터 일회전당  $\Delta v_{sum}$  를 구한 후 3년간 대기저항 보상에만 필요한 연료량을 계산한 결과를 표 2에 나타내었다. 여기서 Worst Case는 Harris Preister 모델의 최대치인  $\rho_{max} = 2.438E-4 \text{ kg/km}^3$  를 사용한 경우이며 Jacchia 1970 모델은 다음과 같이 공기밀도의  $\rho_{max} = 1.51E-4 \text{ kg/km}^3$  를 사용한 경우이다. 참고로 참고문헌 [12]에서는 Hohmann Transfer와 다음 공식 [13]을 이용하

여

$$\Delta m_b = m \left( 1 - \exp\left(-\frac{\Delta v}{g I_{sp}}\right) \right) \quad (17)$$

Worst Case에 대하여 계산한 결과 3년간 대기 저항 보상에만 필요연료량은 5.779 kg로 계산되었다. 두 결과치가 상당히 일치함을 알 수 있고 또한 이심률의 변화에 따라 필요연료량은 별 차이가 나지 않음을 알 수 있다.

## 2.2 코델의 방법에 의한 궤도 시뮬레이션

위성 궤도운동 모의 실험은 다목적 실용위성 (KOMPSAT)에 대하여 가정된 궤도 데이터를 입력하여 실시 하였다.

초기 데이터는 다음과 같이 주어졌다.

- $t_0$  초기 시간 ( 1999.07.01. 00:00:00 )
- $a$  궤도 장반경 ( 7054.187 km )
- $e$  이심률 ( 0.000541 )
- $\Omega_0$  시간  $t_0$ 에서 승교점 적경( $81.107^\circ$ )
- $i$  궤도 경사각 (  $98.13027^\circ$  )
- $\omega_0$  시간  $t_0$ 에서 근지점 폭각( $270.357^\circ$ )
- $M_0$  시간  $t_0$ 에서 평균근점이각( $179.639^\circ$ )



Fig. 2 KOMPSAT Satellite track on the earth

궤도 계산시 STK S/W를 부분적으로 활용하였다. 다목적 실용위성의 주기는 98.58분으로 하루에 14.6 회 ( 실제 계산시 14.6249 회 )를

회전한다. 지구 주위를 항행하는 것이 Fig. 2 이고 세계 지도위를 Ground- Tracking하는 것이 Fig. 3 이다. [14]

궤도운동에서 나타나는 여러 가속도들을 계산해 보았는데 이를 Fig. 4에 나타내었다.



Fig. 3 KOMPSAT Satellite track on the world map

맨 위는 위성과 지구를 2체 모델(Two-body)로 가정했을 때의 가속도이다. 2체간 인력에 의한 가속도와 모든 섭동 요인을 반영한 가속도를 비교한 결과  $8 \times 10^{-3} \text{ km/sec}^2$  부근에서 아주 미세한

차이를 나타 냈으며,  $J_2$  효과에 의한 가속도는 이들의 0.1%에 해당하는  $1 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-5} \text{ km/sec}^2$  정도의 값이다.  $J_3 \sim J_7$  효과가 대기저항 보다 크다. 대기 저항력에 기인한 가속도의 경우는  $2.5 \times 10^{-11} \sim 2.6 \times 10^{-10} \text{ km/sec}^2$ 의 범위이며 ( $J_2$  효과의  $1/10^5$  크기) 태양 복사압의 경우는 결과치  $10^{-12} \text{ km/sec}^2$  보다도 작은 값이다.

## 3. 결론

저 궤도 위성의 경우 연료 소모율을 예측하는 간단하고 효과적인 계산 방법을 제시하였는데 섭동 미분 운동 방정식을 차분 운동방정식으로 변환하여 산출하고 1회전당 값의 변화를 수치적분해서 예측하여 궤도 요소 변화를 상쇄시키는 방법으로 저궤도 위성인 KOMPSAT 데이터를 이용하여 대기저항 보상에만 필요한 연료량을 계산한 결과 연료예측량에서는 기존의 다른 방법과 차이를 별로 보이지 않는 반면 계산 방식들은 상당히 간단하면서 정확하게 계산됨을 알 수 있었다. 또한 이심율의 변화에 따라 필요 연료량은 별 차이가 나지 않음을 확인

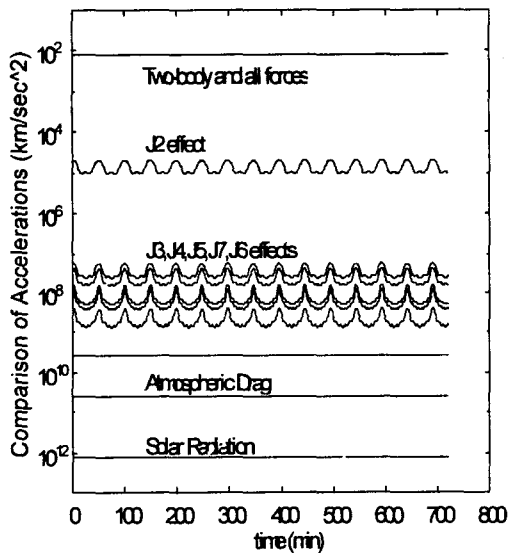


Fig. 4 Comparison of all accelerations 하였다. 궤도 섭동력을 정량적으로 해석하기 위하여 저궤도 위성의 수치 모의실험을 통하여 섭동해석을 하여 그 값들을 살펴 보았다.

궤도 섭동 가속도는 비대칭 중력( $J_2 \sim J_7$ ), 대기저항력, 태양과 달의 인력, 태양 복사압을 고려해서 직접 적분한 코웰의 방법 이용하여 궤도 모의실험을 실시 하였다. 그 결과 섭동가속도는 비대칭 중력  $J_2$  와  $J_3 \sim J_7$  이 대부분을 차지하고 2체 (two-body) 인력 가속도의 0.1% 정도이다. 대기 저항력도 비대칭 중력의  $1/10^5$

크기이다.

### 참고 문헌

1. Griffin M. D., French J. R., *Space Vehicle Design*, AIAA Education Series, AIAA Inc.,
2. Xiao Yelun, *Principles of Spacecraft Flight Dynamics*, Press Astronautics, Beijing, 1995
3. Werts J. R. (ed), *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Publ. D. Reidel, Boston MA, 1985
4. Suggs R., *Space Station Freedom Natural Environment Design Models*, AIAA 1993
5. Chobotov V.A. (ed), *Orbital Mechanics*, 2<sup>nd</sup> ed., AIAA, E.S Reston, Virginia, 1996.
6. Bate R.R., *Fundamentals of Astrodynamics*, Dover Publications, New York, 1971
7. Cornelisse J. W. et al. , *Rocket propulsion and Spaceflight Dynamics*, Pitman Publ. 1979
8. Werts J.R., Larson W.J., *Spacecraft Mission Analysis and Design*, Kluwer Academic Publishers, 1994
9. M. H. Kaplan, *Modern Spacecraft Dynamics and control*. Wiley & Son, New York, 1976
10. Rimrott F.P.J., *Introductory Orbit Dynamics*, vieweg, 1989
11. R. H. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, AIAA Education Series, New York, NY, 1987
12. 원창희, 이정숙, "다목적실용위성 궤도조정 분석," 1997년도 한국항공우주학회 추계학술대회, pp.614-619.
13. 이병선, 이정숙, 은종원, "GPS 항행해를 이용한 다목적위성의 궤도결정 시뮬레이션," 1997년도 한국항공우주학회 추계학술대회, pp. 610-613.
14. 이상률, 김응현, 김학정 "태양 동기특성을 고려한 다목적 실용위성의 최적 초기 경사각" 한국항공우주학회지, Vol.27, No.6, pp.66-72 1999