

# WAVENET을 이용한 모형 헬리콥터 시스템의 자세 제어

Attitude Control of Model Helicopter systems using the WAVENET

박 두 환, 이 준 탁

동아대학교 전기전자컴퓨터공학부 지능제어연구실

Doo-Hwan Park, Joon-Tark Lee

Dept. of Electrical Engineering Graduate School of Dong-A University

E-mail : dhparkor@chollian.net

## 요약

본 논문에서는 대표적인 비선형 동특성을 가지는 실제 헬리콥터의 회전 및 자세 운동을 근사화 한 모형 헬리콥터의 시스템을 소개하고 이 시스템의 정지 자세 제어를 목표로 직접 적용 웨이브렛 신경회로망 제어기를 다음의 과정에 의해 만든다. 우선 상태 공간에 적용할 웨이브렛 기준 함수를 정의하고 나서 제어기로 들어오는 입력 값의 대략적인 범위와 특성을 파악해서 웨이브렛 이론에 근거해 신축(dilation)과 이동(traslation) 변수 값을 선택하여 초기 적용 웨이브렛 신경회로망 제어기를 건설한다. 마지막으로 시스템의 안정화 제어를 위하여 선택, 교배, 돌연변이의 진화연산자에 의해 일시에 최적의 구조와 결합가중치로 진화시켜 가는 새로운 형태의 ENNC를 제안하여 연결 가중치(weight)를 조정한다. 이 직접 적용 웨이브렛 신경회로망 제어기를 비선형 시스템인 모형 헬리콥터 시뮬레이터에 적용하여 제어기의 견실성 및 그 우수성을 입증하고자 한다.

## 1. 서론

모형 헬리콥터 시뮬레이터는 주DC모터의 회전속도에 의해 주 프로펠러의 항력을 조절할 수 있으며, 시뮬레이터의 꼬리부인 보조 DC모터의 회전속도로 비행의 진행방향을 제어할 수 있는 시스템이다. 이 시스템은 불안정하고 비선형이 강한 다변수 시스템으로서 그 안정화 제어문제는 제어 공학자들에 의해 오래 전부터 연구되어 왔었다. 그러나, 비선형성 시스템에 있어서는 다양한 동작 모드에 대응하는 정확한 수학적 모델을 얻기 어렵고, 얻어진다 하더라도 주어진 비선형 모델에 대한 제어기의 설계는 만족스럽지 못한 경우가 많다. 일반적으로, 동작점 근방에서의 피이드백 선형화를 통해 PID, LQ 제어 등의 고전 제어기법이나 무모델 제어가 가능한 Fuzzy 및 신경회로망, GA 등에 의한 다양한 자동제어 기법들도 제안되고 있다.

이들 기존 제어기의 대부분의 경우, 제어기의

설계 파라미터의 동정이 어렵고, 내,외부 외란이나 동작 모드들에 따른 제어기 파라미터들의 적용성이 저하되어 동작영역이 상이해지면 안정화 가능 영역이 협소해지고 시스템이 불안정하게 된다.

최근의 연구결과에 의하면, 신경회로망과 웨이브렛 분해(decomposition) 사이의 유사성에 기인하여 웨이브렛 이론과 신경회로망을 결합한 웨이브렛 신경회로망이 여러 논문에서 제안되고 적용되었다. 웨이브렛 신경회로망이 기존의 신경회로망보다 우수한 근사화 능력을 가진다는 것을 여러 논문에서 증명하였다.

따라서, 본 논문에서는 일반적인 고차 비선형 연속 시스템에 대한 직접 적용 웨이브렛 신경회로망 제어기를 다음의 과정에 의해 만든다. 우선 상태 공간에 적용할 웨이브렛 기준 함수를 정의한다. 그리고 나서 제어기로 들어오는 입력 값의 대략적인 범위와 특성을 파악해서 웨이브렛 이론에 근거해 신축(dilation)과 이동(traslation) 변수

값을 선택하여 초기 적응 웨이브렛 신경회로망 제어기를 건설한다. 마지막으로 시스템의 안정화 제어를 위하여 선택, 교배, 돌연변이의 진화연산자에 의해 일시에 최적의 구조와 결합가중치로 진화시켜 가는 새로운 형태의 ENNC를 제안하여 연결 가중치(weight)를 조정한다. 이 직접 적응 웨이브렛 신경회로망 제어기를 비선형 시스템인 모형 헬리콥터 시뮬레이터에 적용하여 제안한 제어기의 견실성 및 그 우수성을 입증하고자 한다.

## 2. 헬리콥터의 수학적 모델링

### 2.1 헬리콥터의 동역학 방정식

그림 1은 모형 헬리콥터의 프로펠러 장치의 구성도를 나타내고 있다. 여기서  $\theta_1$ 은 수직각,  $\theta_2$ 는 수평각(방위각),  $\omega_1$ 은 Main Rotor의 각속도,  $\omega_2$ 는 Tail Rotor의 각속도이다.

헬리콥터의 동역학 방정식을 유도하기 위해 Lagrange 방정식과 힘의 평형 법칙을 이용하고, 헬리콥터의 양력은 Main Rotor 속도의 제곱에 비례하고, 헬리콥터의 속도가 Main Rotor의 속도에 비해서 훨씬 적다고 가정한다면 수직 평면 내에서의 헬리콥터에 작용하는 토크는 다음과 같다.

(단, 헬리콥터 속도에 의한 영향은 무시)

$$I\ddot{\theta}_1 = K_{\omega 1}\omega_1^2 + \frac{1}{2}ml\dot{\theta}^2 \sin \theta_1 - (C_{\theta 1} \text{sign} \dot{\theta}_1 + B_{\theta 1}\dot{\theta}_1) - mgls \sin \theta_1 + K_G \dot{\theta}_2 \omega_1 \cos \theta_1 \quad (1)$$

여기서,

$K_{\omega 1}$  : 공기저항계수  $C_{\theta 1}$  : 쿠롱 마찰 계수

$B_{\theta 1}$  : 점성 마찰계수  $m$  : 질량

$g$  : 중력 가속도  $l$  : Main Rotor 반경

$K_G$  : 자이로스코프이득

$I$  : 몸체관성모멘트

수평면에서의 토크의 방정식은  $\theta_2$  각 방향에서 헬리콥터의 몸체에 작용하는 힘들을 고려하면 다음과 같이 된다.

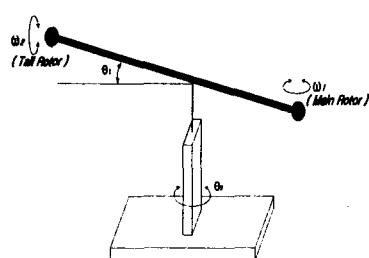


그림 1. 모형 헬리콥터 시스템

$$I \sin \theta_1 \ddot{\theta}_2 = K_2 l_2 \sin \theta_1 \omega_2^2 - (C_{\theta 2} \text{sign} \dot{\theta}_2 + B_{\theta 2} \dot{\theta}_2) - \tau_r \quad (2)$$

식(2)에서  $K_2, C_{\theta 2}$  및  $B_{\theta 2}$ 는 상수이며,  $l_2$ 는 Tail Rotor의 반경,  $\tau_r$ 은 주전동기의 회전에 의한 반발 토크이며, 식(1)과 식(2)에서  $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 는  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 에 의해서 결정된다.

### 2.2 주 및 보조 직류전동기의 수학적 모델

프로펠러 장치의 수학적 모델은 그림2와 같다. 헬리콥터에 장착된 주 및 보조 직류 전동기는 실제로 Main Rotor와 Tail Rotor를 구동하는 구동 원이므로 입력전압  $U_1$ 과  $U_2$ 는 프로펠러를 구동하는 전동기들의 입력들이고  $\omega$ 는 각속도이며 전동기의 전달함수는 다음과 같이 1차로 모델링 한다.

$$\frac{\omega}{U} = \frac{K_m}{T_m s + 1} \quad (3)$$

전동기의 각속도는 프로펠러의 수직인 팔에  $F$  만큼의 힘으로 작용함으로써 각축이 회전하게 된다. 각 운동량 보존의 법칙에 의해서 회전에 의한 각운동량은 프로펠러 지지대에 의해서 보상되며, 전동기와 프로펠러의 관성력 즉,  $J_1$ 과  $J_2$ 는 각각의 전달함수에 상호작용을 하게 된다. 각각  $l_1, l_2$  길이를 가지는 팔에 가해지는 힘  $F_1, F_2$ 의 곱은 회전토크를 발생시키며, 발생된 토크는 이차함수로 표시되는 기계적 전달의 입력으로 가해진다. 또한  $J_v$ 와  $J_h$ 는 각각 팔과 프로펠러에 의해 발생하는 수직성분과 수평성분의 관성력이고  $f_v, f_h$ 는 각 방향으로의 마찰력을 나타낸다.  $F_1, F_2$ 는 전동기의 회전에 의한 양력으로서 회전의 속도  $\omega$ 와 다음과 같은 비선형 관계로 표시 된다.

$$F_i = C_T \lambda (\omega R)^2 \pi R^2, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

여기서  $C_T$ 는 양력계수,  $\lambda$ 는 공기밀도,  $R$ 은 각 프로펠러의 지름을 나타낸다.

위에서 살펴본 바와 같이 대상 시스템은 비선형성을 지니고 있고 이러한 비선형성은 전체 시스템의 시정수로부터 전동기의 시정수를 분리함으로써 근사적으로 선형화 시킬 수 있다. 즉 전체적인 시스템의 구성에 있어서 전동기의 시정수 ( $T_m$ )가 기계적 부분의 시정수보다 상대적으로 매우 빠르므로 전동기의 과도상태는 전체 시스템

의 과도상태에 거의 영향을 미치지 않는다고 볼 수 있다. 이 점을 활용하여 선형화 과정에서 전동기 전달함수의 제곱항은 근사화된 전달함수로 대체할 수 있다. 이 경우에 각 프로펠러에 의해 가해지는 힘은 프로펠러 속도의 제곱에 비례하기 때문에 식(4)에서의 비선형성은 제어 입력 전압에 제곱근을 취하고 그 값을 전압입력으로 선형화한다. 근사화 식은 다음과 같다.

$$F_i \propto \left[ \frac{K_m}{T_m s + 1} \sqrt{U_i} \right]^2 \approx \frac{K_m^2}{2 T_m s + 1} U_i, \quad i=1, 2 \quad (5)$$

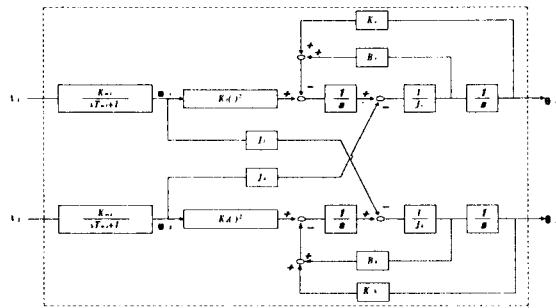


그림 2. 모형 헬리콥터의 구성도

### 3. 제어기의 설계

#### 3.1 웨이브렛 이론

웨이브렛은 진동 특성과 수렴 특성을 동시에 만족하는 함수이다. 진동 특성은 주어진 구간  $[-t, t]$ 에서 사인함수와 같이 진폭이 일정한 파장으로 변화하며, 수렴 특성은 진동 함수의 진폭이 빠른 속도로 0(zero)에 수렴하는 것을 의미한다. 일반적으로 웨이브렛 집합은 다음과 같은 식으로 나타낸다.

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a_i = [a_1, a_2, \dots, a_n] \quad (6)$$

식(6)에서  $\psi(t)$ 를 웨이브렛 모함수(Mother function)라고도 정의하며 웨이브렛 압축계수 “a”와 전이계수 “b”를 변화시켜 크기가 다른 다양한 웨이브렛의 집합을 정의하는 것이며 웨이브렛 패밀리로 식(7)과 같이 정의한다.

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a = [a_{\max}, a_{\min}] \quad (7-a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(w)|^2 \frac{dw}{w} = C_g < \infty \quad (\text{허용 가능 조건}) \quad (7-b)$$

식(7-b)에서  $\psi(w)$ 는  $\psi(t)$ 의 푸리에 변환이다. 임의의 함수  $f(x) \in L^2(R)$ 의 연속 웨이브렛 변환

(Continuous Wavelet Transform)은 다음과 같다.

$$CWT_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{a,b}(x) f(x) dx = \langle \psi_{a,b}(x), f(x) \rangle \quad (8)$$

$f(x)$ 는  $CWT_f(a, b)$ 에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CWT_f(a, b) \psi_{a,b}(x) \frac{da db}{a^2} \quad (9)$$

식(9)는 임의의 함수  $f(x) \in L^2(R)$ 이 신축되고 이동된 웨이브렛 함수들의 중첩에 의하여 표현된다. 연속 웨이브렛 변환의 이산화를 위하여, 신축 변수  $a$ 를  $a_0^m$  ( $m \in Z, a_0 \neq 1$ )으로 이산화하고, 이동 변수  $b$ 를 고정 변수  $b_0 > 0$ 의 정수배로 이산화한다. 이 때  $b_0$ 는  $\psi(x - nb_0)$ 가 전체  $x$ 축 영역을 포함할 수 있도록 선정한다. 여기서 함수의 폭을 나타내는 함수  $A_x(f)$ 를 정의하면

$$A_x(\psi_{a_0^m}, 0) = a_0^m A_x(\psi(x)) \quad (10)$$

이고, 신축  $a = a_0^m$ 에서  $\psi_{a,b}(x)$ 가 전체 축을 포함하기 위해서, 이동  $b$ 는  $nb_0 a_0^m$  임을 알 수 있다. 따라서 식(11)과 같이 이산화하면,

$$a = a_0^m, \quad b = nb_0 a_0^m, \quad m, n \in Z, \quad a_0 > 1, \quad b_0 > 0 \quad (11)$$

웨이브렛 함수의 이산화된 형태는 아래의 식(12)와 같다.

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m}x - nb_0) \quad (12)$$

#### 3.2 웨이브렛 신경회로망

출력 함수는 허용조건과 대상에 충분히 근사한 네트워크를 만족한다. 예를 들면 시간-주파수대는 K 차에 의해 효과적으로 갖추어진다.

$$\hat{y} = u(t) \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k b_k}(t) \quad (13)$$

네트워크 근사신호는 식(13)에 의해 표시 할 수 있다. 여기서 K는 웨이브렛 창함수이고  $w_k$ 는 가중치 계수이다. 그림 3은 적용 웨이브넷의 구조를 나타내며 신경망 계수  $w_k, a_k, b_k$  그리고 모든 시간 t에서의 평균 함수 E의 최소화에 의한 LMS로 최적화할 수 있다.

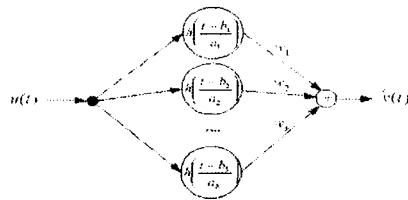


그림 3. 적응 웨이브넷 구조

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (14)$$

식(14)은 시간  $t$ 에서 시변 오차 함수이다. 여기서  $y(t)$ 는 원하는 (목표)응답이다. 평가함수는 식(15)로 정의된다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T e^2(t) \quad (15)$$

$E$ 를 최소화하기 위해서는 각각의 개별적인 파라미터  $w_k$ ,  $a_k$ 와  $b_k$ 의 경사도와 추가된 변화의 증분인 최급강하법을 사용하면 다음의 식과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_k} = - \sum_{t=0}^T e(t) h(t) u(t) \quad (16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_k} = - \sum_{t=0}^T e(t) u(t) w_k \frac{\partial h(t)}{\partial b_k} \quad (17)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = - \sum_{t=0}^T e(t) u(t) w_k \frac{\partial h(t)}{\partial a_k} = \tau \frac{\partial E}{\partial b_k} \quad (18)$$

여기서,  $\tau = \frac{t - b_k}{a_k}$  이다.

수정된 계수들은 다음 식과 같다.

$$\Delta w = -\frac{\partial E}{\partial w}, \Delta b = -\frac{\partial E}{\partial b}, \Delta a = -\frac{\partial E}{\partial a} \quad (19)$$

각각의 계수와 네트워크는 수정된 파라미터의 학습율인 식(20), (21), (22)의 규칙에 일치하게끔 갱신되어진다.

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) + \mu_w \Delta \underline{w} \quad (20)$$

$$\underline{b}(n+1) = \underline{b}(n) + \mu_b \Delta \underline{b} \quad (21)$$

$$\underline{a}(n+1) = \underline{a}(n) + \mu_a \Delta \underline{a} \quad (22)$$

### 3.3 IIR을 갖는 웨이브넷 제어기

웨이브넷은 근거리 네트워크이며 출력 함수는 시간과 주파수 영역 모두에 좋은 편재이다. 이중 근거리 네트워크는 지역 무한 임펄스 응답(IIR) 네트워크의 결합으로 접근할 수 있다.

IIR 순환루프는 훈련 시스템의 계산에 능률적인 방법과 최소 오차 판별기준에 도달하는 시간을 더욱 더 빠르게 수렴한다.

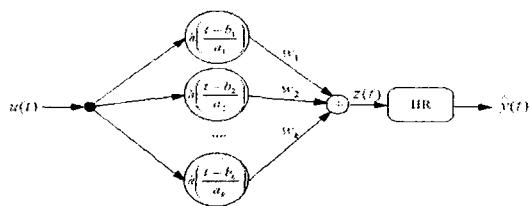


그림 4. IIR을 갖는 웨이브넷의 구성도

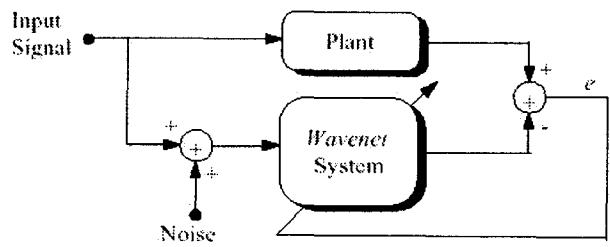


그림 5. WAVENET 제어기

## 4. 결론

본 논문에서는 대표적인 불안정 비선형 시스템으로 알려진 모형 헬리콥터의 정지 자세제어를 제어 목표로 하여 두 개의 프로펠러로 구성된 모형 헬리콥터 장치를 모델링하고 시뮬레이션을 행하였으며, 이를 위한 제어기 설계에 있어서 기존의 신경회로망보다 근사화 능력이 뛰어난 웨이브넷 신경회로망에서 신축과 이동을 최적으로 구성하고 학습시키는 유전 알고리듬을 이용하여 주어진 문제 해결에 적합한 신축과 이동 값을 결정한 후에 웨이브넷 제어기로 모의 실험을 행하였다.

향후, 비선형 시스템에서 보다 우수한 제어 성능을 보이도록 웨이브넷에 사용한 적절한 웨이브넷 함수를 선택하여 실시간으로 직접 비선형 시스템을 제어하는 문제를 수행하여야 할 것이다.

## 6. 참고문헌

- [1] 박기훈, 손원기, 권오규 “TMS320C31을 이용한 모형 헬리콥터의 자세제어 시스템 실현” KACC, October, PP.329-332, 1997.
- [2] Mats Akesson, Erik Gustafson and Karl Henrik Johansson. “Control Design for a Helicopter Lab Process” IFAC. 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA. pp. 41-46, 1996
- [3] J. Zhang, G. G. Walter, Y. Miao and W. N. W. Lee, “Wavelet neural networks for function learning,” IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, pp. 1485-1497, June. 1995.
- [4] G. Lightbody, “Direct neural model reference adaptive control,” IEE Proc., Control Theory appl., Vol. 142, No 2, pp. 651-657, 1995.