

# 퍼지 의사결정 방법을 이용한 서술식 성적 평가 방법

## The Descriptive Grade Evaluation System using Fuzzy Decision Making Method

김두완, 김성국, 정환목  
대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부

Doo-Ywan Kim, Sung-Kook Kim, Hwan-Mook Chung  
Faculty of Computer & Information Communication Engineering,  
Catholic University of Daegu  
kimdy@amare.ac.kr, ksk75@dreamwiz.com, hmchung@amare.ac.kr

### 요 약

본 논문에서는 교사가 학생의 성적을 효과적으로 평가하기 위하여 유사 척도 방법을 이용한 서술식 성적평가 시스템을 제안한다. 사용자(교사)로부터 수행평가요소의 결과와 과목의 최종적인 평가를 퍼지 추론에 적용하여 객관적인 성적평가를 한 후, 추론규칙과 실제 학생의 점수의 유사도를 이용하여 가장 높은 값의 성적평가 문장을 추출하여 서술식 평가 문장을 생성하도록 하였다.

### 1. 서론

7차 교육과정의 제정되면서 기존의 서열화나 점수화의 평가를 바탕으로 학생의 장점을 살려주고 소질을 개발시키는 관찰법, 면접법, 보고서법, 포트폴리오의 다양한 평가방법으로 서술식 성적평가를 도입하였다. 그러나 7차 교육과정에서 요구하는 서술식 성적평가는 실제적으로 교사들의 업무부담을 가중시킬 뿐만 아니라 학부모에게는 학생의 성적에 대해서 큰 혼란을 야기 시키고 있다. 또한 평가 교과목과 학생의 수가 많고, 교사의 주관적인 성적평가는 일률적이지 못하다는 것과, 교사와 학부모의 성적에 대한 견해가 다를 수 있고, 서술식 문장은 애매 모호함이 있다라는 문제점이 있다[1]. 이런 이유로 평가하려고 의도했던 것을 얼마나 충실히 평가하느냐의 평가의 타당도가 떨어지게 된다.

성적 평가는 정량적 평가와 정성적인 평가인 관능평가를 병행해야 한다. 평가자의 감성을 이용하는 관능평가는 전문가의 오랜 숙련을 바탕으로 이루어지는 비선형적 평가과정이다. 따라서 이 평가과정을 전통적 수치를 사용해서 규정하거나 규칙으로 설정하는 것은 대단히 어려운 문제이다[2]. 그래서, 전통적 수치 대신에 퍼지집합과 퍼지수를 도입하면 언어변수를 사용하여 관능검사 규칙 또는 전문가의 지식을 표현할 수 있다[3].

퍼지를 이용한 많은 의사결정 시스템들이 소개되고 있는데, Shyi-Ming Chen은 의료진단문제를 다루기 위해 지식표현을 위해 퍼지 집합이론과 퍼지 생성 규칙들을 이용하여 가중치 퍼지 추론 알고리즘을 제안했다[4]. 이 알고리즘에서는 각 증상에 중요성 정도를 두어 환자의 증상이 입력되면 지식베이스의 규칙과 유사한 정도를 구하여 질병존재의 확실성 정도를 나타냈다[4]. 이처럼 퍼지 집합과 원소 사이의 유사도 측정은 중요한 연구 주제로 대두되고 있다. H. L. Lee는 max와 min 연산자들은 각각 t-conorm과 t-norm 연산자로 대처하여 퍼지 집합들 사이에 유사성을 측정하였고 또한 퍼지 집합에서 원소들 사이에 유사성을 측정하였다[5]. C. P. Pappis는 합집합과 교집합의 연산자에 기반된 척도, maximum 차이에 기반된 척도, 소속 정도의 차이와 합에 기반된 척도를 수반한 퍼지 값의 유사성 척도에 대한 평가를 만들었다[?].

본 논문에서 제안한 시스템은 문장의 조합으로 이루어지는 다른 서술식 평가 시스템과 달리, 교사가 평가요소의 세부적인 평가 사항을 입력하는 과정을 통해서 한 교과목의 성적처리에 필요한 서술식 평가 문장을 자동으로 연도록 구축하였다.

서술식 성적평가의 보다 객관적인 문장을 생성하기 위해 각 항별로 측정되는 평가항목에 대해

서 평가기준을 작성하고 이 기준을 바탕으로 전문가에 의해 추론 규칙을 생성한다. 또한, 퍼지 추론을 하기 위해 평가 기준에 대한 소속함수를 만든 다음, 평가항목을 해석하고, 이를 바탕으로 학습자에 대한 평가와 일치하는 규칙들을 추출하여 가장 유사한 항목을 도출하여 결과를 제시한다. 이와 같은 서술식 평가 방법은 교사의 업무를 경감시킬 수 있으며, 보다 객관적인 성적평가를 할 수 있기 때문에 서술식 평가에 많이 활용될 수 있을 것이다.

## 2. 유사성 척도(Similarity measure)

퍼지값의 유사도를 측정하는 척도들을 비교하는데, 퍼지 집합 사이의 유사도를 측정하는 척도를 세 가지로 분류하고 비교 분석한다. 첫째는 기하학적인 거리에 기반을 둔 척도, 둘째는 집합이론에 근거한 척도, 셋째는 매칭함수에 근거한 척도이다.

### 2.1 퍼지집합 사이의 유사성

퍼지집합 A와 B 사이의 유사성 척도(similarity measure)  $S(A, B)$ 를 다음과 같이 정의한다[13].

(정의 1) 퍼지집합의 유사성 척도

$$S(A, B) = \max_{x \in X} \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (1)$$

퍼지집합의 유사성 척도에 대한 속성은 다음과 같다:

- (1)  $S(A, B)$ 는  $A \cap B$ 에서 최대 소속도이다.
- (2) 유사도의 구간은  $0 \leq S(A, B) \leq 1$  이다.
- (3) A와 B가 정규화되어 있을 때  $A = B$ 이면  $S(A, B) = 1$ 이 되며,  
 $A \cap B = \emptyset$ 이면  $S(A, B) = 0$ 이 된다.
- (4) 척도는 상호교환적(commutative)이다.  
 $S(A, B) = S(B, A)$
- (5) 집합 A와 B가 크리스프 집합(crisp sets)이면

$$S(A, B) = 0 \text{ if } A \cap B = \emptyset, \\ S(A, B) = 1 \text{ if } A \cap B \neq \emptyset.$$

### 2.2 원소들 간의 유사성.

퍼지집합  $A_i \in X (i=1, \dots, n)$ 에서 두 원소  $x, y \in X$ 들 사이의 유사성 척도는 다음과 같이 정의된다.

(정의 2) 원소들 간의 유사성 척도

$$S_e(x, y) = \max_i \min(\mu_{A_i}(x), \mu_{A_i}(y))$$

원소들 간의 유사성 척도는 다음 속성을 만족한다:

- (1)  $0 \leq S_e(x, y) \leq 1$
- (2)  $x=y$ 이면  $S_e(x, y) = 1$ 이며,  
 $\forall A_i (x \in A_i, y \in A_i)$ 이면  $S_e(x, y) = 0$ 이다.

$$(3) S_e(x, y) = S_e(y, x)$$

## 3. 퍼지추론을 이용한 성적평가

### 3.1 성적 평가 시스템의 기본 구조

퍼지 추론을 이용한 성적 평가 시스템은 언어적 형식의 규칙으로 구성되었고, 퍼지 합성 규칙에 의해서 입력이 결정된다. 본 시스템의 기본 구성 요소는 학생들의 각 항목의 평가 값이 입력되면 규칙베이스에서 이에 대응되는 규칙들을 추출한다. 그런 다음 각 규칙들과의 거리 척도를 계산하여 유사도를 구하여 가장 높은 값에 대응하는 규칙을 추출하여 학생들에게 제시한다.

### 3.2 퍼지화

성적 평가 시스템에 대한 입력 변수는 교사가 각 평가 항목으로 결정되고 IF-THEN 형식의 언어적인 규칙으로 나타낸다. 이러한 규칙은 주로 전문가(교사)의 지식이나 경험에 의해서 만들어졌다.

IF  $x_i$  is  $a_k$  THEN  $m_j$

여기서,  $x_i$ 는 시스템의 평가 항목이다. 그리고  $a_1$ (우수하다),  $a_2$ (보통이다),  $a_3$ (미숙하다),  $m_j$ 와 같이 애매 모호한 언어적인 값으로 표현되는 값을 퍼지 레벨(Fuzzy Label)이라고 하며, 이 언어적인 값들에 대응되는 소속함수를 표 1과 같이 나타냈다.

Fuzzy Quantifiers	Numerical Intervals
$a_1$	$5 < a \leq 10$
$a_2$	$0 < a < 10$
$a_3$	$0 \leq a < 5$

표 1. 언어적 변수에 대한 소속 구간

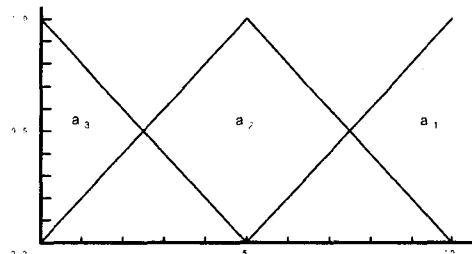


그림 1. 입력 변수에 대한 소속함수

규칙에서 사용되는 언어적 변수들의 애매함을 0과 1의 명확한 값이 아니라 0에서 1까지의 구간 내에서 정량적으로 나타내기 위해 소속함수를 사용하였다. 또한 소속함수는 연속 또는 이산적인 언어적 값과 모양에 따라 여러 가지 형태가 있지

만 계산이 간단하고 메모리의 크기를 줄일 수 있기 때문에 삼각 소속 함수를 사용하였다.

그림 1은 위 언어변수에 대한 소속함수를 나타낸 것이다.

### 3.3 규칙 베이스

성적 평가 시스템의 추론 규칙은 전문가의 지식이나 경험에 의해서 생성된다. 규칙은 IF-THEN 형식으로 구성되므로, 전문가의 경험과 지식을 자연언어로 사용할 수 있다. 평가 요소의 성적을 반영한 27가지의 규칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

- $R_1$  : IF  $x_1$  is  $a_1$  and  $x_2$  is  $a_1$  and  $x_3$  is  $a_1$   
THEN  $E$ 는  $m_j$ ;
- $R_2$  : IF  $x_1$  is  $a_1$  and  $x_2$  is  $a_1$  and  $x_3$  is  $a_2$   
THEN  $E$ 는  $m_j$ ;
- ⋮
- $R_{27}$  : IF  $x_1$  is  $a_3$  and  $x_2$  is  $a_3$  and  $x_3$  is  $a_3$   
THEN  $E$ 는  $m_j$ ;

여기서,  $a_1, a_2, a_3$ 는 언어적인 값이고,  $m_j$  ( $1 \leq j \leq 27$ )는 평가 값에 따라 대응되는 평가 문장을 나타낸다.

추론 규칙은 시스템 설계 후, 적용 예에서 혹은 전문가에 의해 추론 규칙은 약간의 조정도 가능하며, 추론 규칙은 표 2에 나타냈다.

규칙	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$E$	규칙	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$E$
규칙1	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$\rightarrow m_1$	규칙15	$a_2$	$a_2$	$a_3$	$\rightarrow m_3$
규칙2	$a_1$	$a_1$	$a_2$	$\rightarrow m_2$	규칙16	$a_2$	$a_3$	$a_1$	$\rightarrow m_3$
규칙3	$a_1$	$a_1$	$a_3$	$\rightarrow m_2$	규칙17	$a_2$	$a_3$	$a_2$	$\rightarrow m_3$
규칙4	$a_1$	$a_2$	$a_1$	$\rightarrow m_2$	규칙18	$a_2$	$a_3$	$a_3$	$\rightarrow m_1$
규칙5	$a_1$	$a_2$	$a_2$	$\rightarrow m_2$	규칙19	$a_3$	$a_1$	$a_1$	$\rightarrow m_2$
규칙6	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\rightarrow m_3$	규칙20	$a_3$	$a_1$	$a_2$	$\rightarrow m_3$
규칙7	$a_1$	$a_3$	$a_1$	$\rightarrow m_2$	규칙21	$a_3$	$a_1$	$a_3$	$\rightarrow m_4$
규칙8	$a_1$	$a_3$	$a_2$	$\rightarrow m_3$	규칙22	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$\rightarrow m_3$
규칙9	$a_1$	$a_3$	$a_3$	$\rightarrow m_4$	규칙23	$a_3$	$a_2$	$a_2$	$\rightarrow m_3$
규칙10	$a_2$	$a_1$	$a_1$	$\rightarrow m_2$	규칙24	$a_3$	$a_2$	$a_3$	$\rightarrow m_4$
규칙11	$a_2$	$a_1$	$a_2$	$\rightarrow m_2$	규칙25	$a_3$	$a_3$	$a_1$	$\rightarrow m_4$
규칙12	$a_2$	$a_1$	$a_3$	$\rightarrow m_3$	규칙26	$a_3$	$a_3$	$a_2$	$\rightarrow m_4$
규칙13	$a_2$	$a_2$	$a_1$	$\rightarrow m_2$	규칙27	$a_3$	$a_3$	$a_3$	$\rightarrow m_5$
규칙14	$a_2$	$a_2$	$a_2$	$\rightarrow m_3$					

표 2. 추론 규칙

### 3.4 유사성 척도

퍼지 집합들 사이의 유사성 정도를 측정하는데 사용되는 함수  $f$ 는  $a_i, p_i$  ( $0 \leq a_i, p_i \leq 1$ )사이의 기

리 척도  $T(a_i, p_i)$ 에 의해 측정한다.

$$T(a_i, p_i) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |a_i - p_i|}{n} \quad (2)$$

여기서  $T(a_i, p_i) \in [0, 1]$ ,  $T$  값이 큰 것은  $a_i$ 와  $p_i$ 의 유사성이 높다는 것을 나타낸다.

$U$ 를 전체집합이라고 하고,  $R_i$ 와  $P$ 는 전체 집합  $U$ 의 퍼지집합이고 다음과 같이 나타낸다.

$$U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$R_i = \{(x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)\}$$

$$P = \{(x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots, (x_n, p_n)\}$$

여기서  $a_i \in [0, 1]$ ,  $1 \leq i \leq n$ 이다. 위의  $U, R_i$ 와  $P$ 를 벡터 방법에 의해 표현하면 벡터  $\vec{R}_i$ 와  $\vec{P}$ 로 표현될 수 있다.

$$\vec{R}_i = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$$

$$\vec{P} = \langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$$

전체 집합  $U$ 에서 각  $x_i$ 는 중요성의 정도가 다르다고 가정하자.  $x_i$ 의 중요도는  $w_i$ 로 나타낸다. 여기서  $w_i \in [0, 1]$  그리고  $1 \leq i \leq m$ 이다. 전체 집합  $U$ 에서 각  $x_i$ 의 중요성의 정도를 가중치 벡터  $\vec{W}$ 로 나타내고,  $\vec{W} = \langle w_1, w_2, \dots, w_n \rangle$ 이다.

### 3.5 가중치 퍼지 추론

지식 베이스는 다음과 같은 생성 규칙들을 포함한다.

$$\text{Rule : IF } R_i \text{ THEN } m_j$$

여기서  $R_i = \{(x_i, a_i) | a_i \in [0, 1], 1 \leq i \leq n\}$ ,  $m_j \in [0, 1]$   $1 \leq i \leq p$ 이다. 실제 추출된 값  $P$  집합을 가진다고 가정하자. 그러면  $P = \{(x_i, p_i) | p_i \in [0, 1], 1 \leq i \leq n\}$ 를 벡터 표현 방법을 3.4절에서 나타냈다.

$\vec{w}_i$ 은  $R_i$ 에서 나타나는 항목에 대한 가중치 벡터로 표현하면 다음과 같이 나타낸다.

$$\vec{w}_i = \langle w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in} \rangle$$

가중치 벡터를 정량화 시키면 다음과 같이 나타낸다.

$$\vec{W}_i = \left\langle \frac{w_{i1}}{\sum w_{ij}}, \frac{w_{i2}}{\sum w_{ij}}, \dots, \frac{w_{in}}{\sum w_{ij}} \right\rangle$$

실제 추출된 벡터 값은 식 (2)를 이용하여 지식 베이스의 생성 규칙에 대한 유사도를 구하고, 벡터값에 대해 가중치 추론을 적용하기 위해 식 (3)에 대입하여 결과 값을 얻는다.

$$f_i(\vec{P}, \vec{R}_i, \vec{W}_i) = T_i(b_i, a_i) \times \vec{W}_i = s_i \quad (3)$$

추출된 값과 각 규칙들과의 유사도를 구할 수 있고, 이 때 F의 값이 크면 클수록 E와 D<sub>i</sub>의 유사성이 밀접해진다. 그리고 가장 유사한 규칙에 해당하는 결과 값으로 사상되어 결과 값으로 제시된다.

#### 4. 모의 실험

적용 사례로 인터넷의 한 분야인 웹 기술을 활용하여 초등학교 5학년 수학과와 성적 평가를 대상으로 Windows-2000 웹서버 시스템을 바탕으로 ASP와 MS-SQL을 이용하여 성적평가 시스템을 구현하여 보았다. 다음의 그림들은 실제 적용 사례의 결과 화면을 나타낸 것이다.

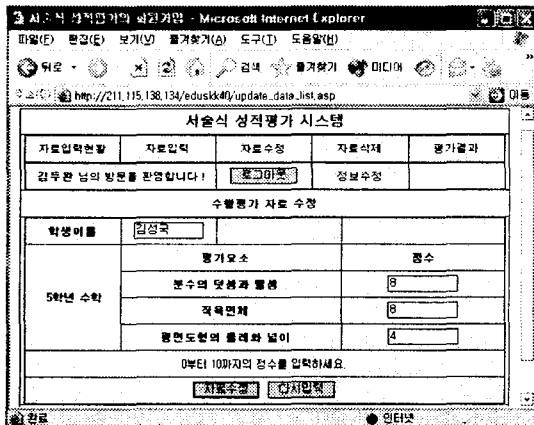


그림 2. 평가 항목 입력 단계

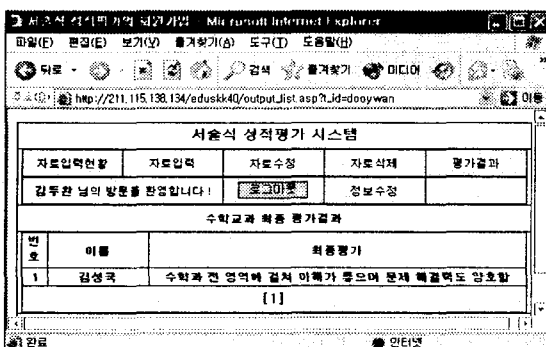


그림 3. 평가 결과 화면

그림 2는 평가 요소에 평가 자료를 입력하는 과정이다. 평가 요소에는 분수의 덧셈과 뺄셈, 직육면체, 평면도형의 둘레와 넓이에 대한 항목으로 각 평가 데이터를 입력한다. 그림 3은 평가 요소에 입력된 데이터를 기반으로 평가 결과를 해석하여 제시된 화면이다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 교사 업무중의 하나인 평가를 좀 더 효율적이고 객관적으로 할 수 있는 성적 평가 시스템을 구축하였다.

퍼지 의사결정 시스템은 미리 정해놓은 규칙에 의해서 실제점수와 유사도를 측정하여 가장 유사한 규칙의 값을 제시하여 주기 때문에 학생들의 성적을 객관적으로 평가하는데 적합한 방법이다. 따라서, 정해진 규칙에 의하여 학생들의 성적을 평가함으로써 교사의 주관적이고 애매 모호한 판단을 줄일 수 있고, 객관성이 떨어질 수 있는 문제점을 해결하여 학생들의 평가에 대한 문장을 생성함으로써 교사들의 업무 부담을 경감시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 전체의 규칙에 적용하지 않고, 평가 점수에 해당되는 규칙의 언어 변수에 해당되는 규칙들만 추출하여 의사결정에 이용하므로, 전체의 규칙들 모두를 이용하는 것보다 빠르게 처리 할 수 있다. 본 논문에서는 항목을 3개로 한정하였지만, 실제 초등학교에서 사용하고 있는 5개의 항목을 사용하면 본 시스템이 더욱 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

#### 6. 참고문헌

- [1] 김갑수, "수술식 평가문장 생성 시스템", 서울대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2001.
- [2] 이진춘, "퍼지 적분을 이용한 관능 검사치의 정량화", 경일대학교 논문집, Vol.16 No.6, pp.727-740, 1999.
- [3] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets", Information and control. Vol.8, pp.338-353, 1965.
- [4] Shyi-Ming Chen, "A Weighted fuzzy reasoning algorithm for medical diagnosis",
- [5] Kwang-Hyung Lee, Yoon-Seon Song, Keon-Myung Lee "Similarity measure between fuzzy sets an between elements", Fuzzy Sets Systems 62(3) pp. 291-293, 1994.
- [6] C. P. Pappis and N.I. Karacapilidis, "A comparative assessment of measures of fuzzy values", Fuzzy Sets and Systems 56, 1993.
- [7] Shyi-Ming Chen, Ming-Shiow Yeh, Pei-Yung Hsiao, "A comparison of similarity measures of fuzzy values", Fuzzy Sets Systems 72(1) pp. 79-89, 1995.