

GMA용접에서 용접 비드 형상의 모델링

Mathematical Modeling of Weld Bead Geometry during Gas Metal Arc Fillet Welding

김철희*, W. Zhang**, T. DebRoy**

* 한국생산기술연구원

** 펜실바니아주립대학

1. 서 론

GMA 용접공정에서 비드형상을 모델링을 하기 위하여 용융풀 및 모재에서의 온도분포 해석, 자유표면형상의 해석, 용적이행현상의 모사 등이 요구된다. 용접부의 온도해석은 Rosenthal에 의해 해석적인 방법이 발표된 이래 많은 연구자들에 의해 해석적인 방법과 수치해석적인 방법을 통해 수행되었다¹⁾. 이러한 연구의 결과로 비드용접(bead welding)에 대하여 용융풀의 유동을 고려하고 자유표면에서의 표면에너지최소화를 이용한 용접비드형상의 해석에 관한 연구가 수행되었으며^{2,3)}, 용접부의 형상이 비교적 복잡한 필릿용접부에 대해서 해석해를 이용하거나⁴⁾, 열전도 해석을 통하여 용접비드형상의 해석이 수행되었다⁵⁻⁷⁾. 최근의 연구에서 용접 비드의 형상을 고려한 필릿용접부의 온도해석을 수행하기 위하여 열전도해석에서 좌표 변환후 보존형식(conservative form)으로의 차분화하여 용접부의 온도 해석과 용융풀의 모델링을 수행하였으나 용융풀에서의 유동의 효과는 고려하지 못하였다⁷⁾. 본 연구에서는 필릿용접부의 용융풀 유동해석을 수행하여 보다 정확히 용접비드형상을 모델링하고자 한다.

2. 지배방정식

용접부에서 온도 및 유동해석을 위하여 운동량 보존방정식, 연속방정식, 에너지보존방정식을 지배 방정식으로 이용하였다. GMA용접공정은 정속으로 진행되는 용접토치에 고정된 좌표계를 이용할 때 준정상상태로 가정할 수 있고, 이에 따른 j번째 방향의 운동량 보존식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + S_j \quad (1)$$

여기에서 ρ 는 밀도이고, x_i 는 i번째 방향의 좌표, u_i 와 u_j 는 각각 i번째와 j번째의 속도, μ 는 점성이고, S_j 는 이 식의 source 항이 되며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$S_j = -\frac{\partial p}{\partial x_j} - \rho U_w \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - C \left(\frac{(1-f_1)^2}{f_1^3 + B} \right) u_j + F_j^e + F_j^b \quad (2)$$

여기에서 p 는 압력이며, U_w 는 용접속도, F_j^e 와 F_j^b 는 전자기력과 부력으로 인한 항이 된다. 식(2)의 우변의 세번째항은 mushy zone에서 마찰로 인한 손실을 고려하기 위하여 이용되었다.

본 해석에서 이용한 연속방정식과 에너지 보존식은 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 식들에 사용된 항들에 대한 정의는 참고문헌 7과 8에 따른다^{7,8)}.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial(u_i h)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) - \rho L \frac{\partial(u_i f_1)}{\partial x_i} - \rho U_w \frac{\partial h}{\partial x_1} - \rho U_w L \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + S_h \quad (4)$$

2.1 좌표변환

필릿용접부의 물리적 해석 영역을 그림 1과 같이 직교좌표로 좌표 변환하여 해석을 수행하였다. 그림에서와 같이 (x, y, z) 로 구성된 곡선 좌표계는 (ξ, η, ζ) 의 직선좌표계로 변환된 후 지배 방정식들은 유한체적법(finite volume method)을 이용하여 보존형식(conservative form)으로 전개된다⁹⁾. 여기에서 식변환 및 해석을 용이하게 하기 위하여 물리적 좌표계의 z축만을 변환하여 직교좌표로 변환함을 유의하여야 한다⁷⁾. 일반곡선

좌표계에서 식(1)-(3)을 전개하기 위하여 다음과 같이 좌표평면에 수직한 세 개의 contravariant vector를 이용하였다¹⁰⁻¹¹⁾.

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{\xi_x u}{J} + \frac{\xi_y v}{J} + \frac{\xi_z w}{J} = z_\zeta u \\
 V &= \frac{\eta_x u}{J} + \frac{\eta_y v}{J} + \frac{\eta_z w}{J} = z_\zeta v \\
 W &= \frac{\zeta_x u}{J} + \frac{\zeta_y v}{J} + \frac{\zeta_z w}{J} = -z_\xi u - z_\eta v + w
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

여기에서 J는 변환의 자코비안(Jacobian)이며 $J = 1/z_\zeta$ 으로 나타낼 수 있다.

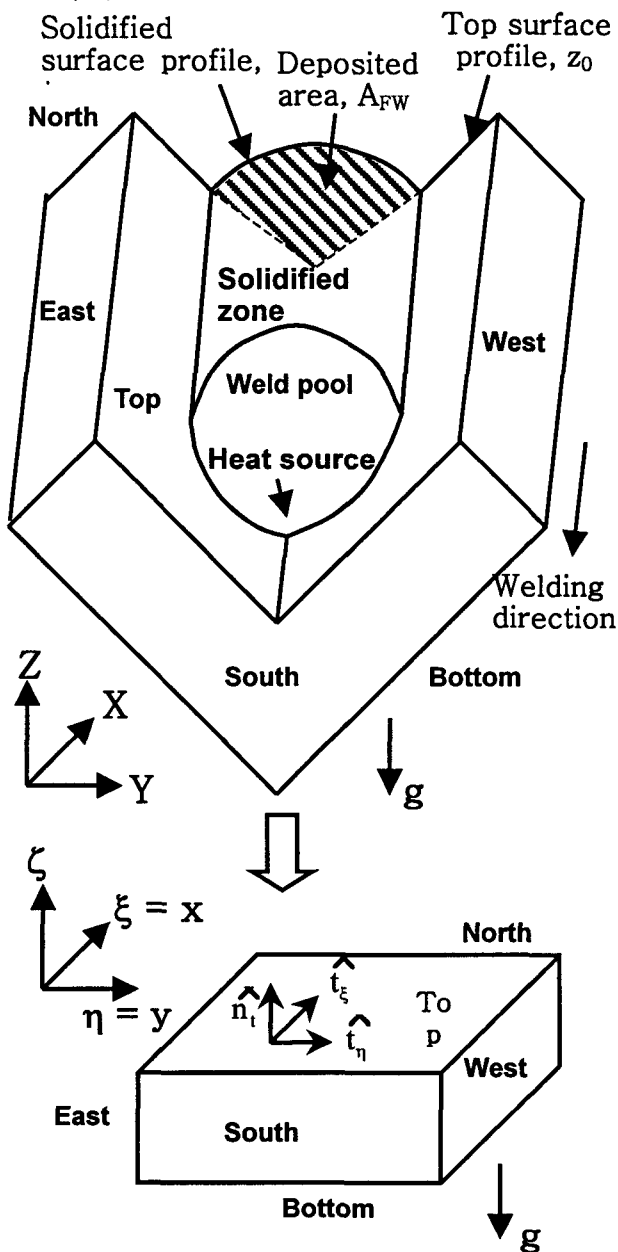


그림 1 좌표 변환

좌표변환에 의하여 식 (1)-(3)은 다음과 같이 변환되며 자세한 유도방법은 참고문헌 10과 11에 기술되어 있다.

$$\begin{aligned}
 \rho \left[\frac{\partial(Uu)}{\partial \xi} + \frac{\partial(Vu)}{\partial \eta} + \frac{\partial(Wu)}{\partial \zeta} \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\mu(z_\zeta \frac{\partial u}{\partial \xi} - z_\xi \frac{\partial u}{\partial \zeta}) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\mu(z_\zeta \frac{\partial u}{\partial \eta} - z_\eta \frac{\partial u}{\partial \zeta}) \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu(-z_\xi \frac{\partial u}{\partial \xi} - z_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} + q_{33} \frac{\partial u}{\partial \zeta}) \right] - \left(z_\zeta \frac{\partial p}{\partial \xi} - z_\xi \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) \\
 &- \rho U_w \left(\frac{\partial(z_\zeta u)}{\partial \xi} - \frac{\partial(z_\xi u)}{\partial \zeta} \right) - C \left(\frac{1-f_1}{f_1^3 + B} \right) z_\zeta u + z_\zeta F_x^* + z_\zeta F_x^b
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial W}{\partial \zeta} = 0
 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \rho \left[\frac{\partial(Uh)}{\partial \xi} + \frac{\partial(Vh)}{\partial \eta} + \frac{\partial(Wh)}{\partial \zeta} \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\alpha(z_\zeta \frac{\partial h}{\partial \xi} - z_\xi \frac{\partial h}{\partial \zeta}) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\alpha(z_\zeta \frac{\partial h}{\partial \eta} - z_\eta \frac{\partial h}{\partial \zeta}) \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\alpha(-z_\xi \frac{\partial h}{\partial \xi} - z_\eta \frac{\partial h}{\partial \eta} + q_{33} \frac{\partial h}{\partial \zeta}) \right] - \rho U_w \left[\frac{\partial(z_\zeta h)}{\partial \xi} - \frac{\partial(z_\xi h)}{\partial \zeta} \right] \\
 &- \rho L \left[\frac{\partial(Uf_1)}{\partial \xi} + \frac{\partial(Vf_1)}{\partial \eta} + \frac{\partial(Wf_1)}{\partial \zeta} \right] - \rho U_w L \left[\frac{\partial(z_\zeta f_1)}{\partial \xi} - \frac{\partial(z_\xi f_1)}{\partial \zeta} \right] + z_\zeta S_v
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

2.2 경계조건

운동량보존식에서 윗면 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \hat{v} \cdot \hat{n}_t &= 0 \\
 \mu \nabla \cdot (\hat{v} \cdot \hat{t}_\xi) \cdot \hat{n}_t &= f_1 \left(\frac{dy}{dT} \right) \nabla T \cdot \hat{t}_\xi \\
 \mu \nabla \cdot (\hat{v} \cdot \hat{t}_\eta) \cdot \hat{n}_t &= f_1 \left(\frac{dy}{dT} \right) \nabla T \cdot \hat{t}_\eta
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

여기에서 \hat{v} 는 용융금속의 속도이고 dy/dT 는 표면장력의 온도구배, \hat{n}_t 는 윗면에 수직인 단위 벡터, \hat{t}_ξ 와 \hat{t}_η 는 각각 ξ 와 η 에 접하는 단위 벡터이다. 윗면이 아닌 다른 면들에서는 속도를 가지지 않는 경계조건을 주었다.

윗면과 아랫면에서 다음과 같은 에너지보존식에 대한 경계조건들이 이용되었다.

$$\alpha \nabla h \cdot \hat{n}_t = F = \frac{TV\eta}{\gamma_m} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{\gamma_m^2} \right) (k \cdot \hat{n}_t) - \sigma \epsilon \eta^4 - T^4 - h_c(T - T_s)
 \tag{10}$$

$$\alpha \nabla h \cdot \hat{n}_b = F_b = h_c(T - T_s)
 \tag{11}$$

3. 용적이행 및 자유표면의 모델링

GMA용접에서 용적 이행으로 인한 열전달을 고려하기 위하여 실린더 형상의 균일한 열원을 가정하였다. 실린더형상을 정의하기 위하여 실린더의 폭은 용적의 두 배로 가정하였으며, 실린더의 깊이는 아크에서 가속되어 용융풀에 충돌하는 용적의 운동량으로부터 계산하였다¹²⁾. 이를 위하여 기존 연구결과들로부터 용적의 운동량을 실험적으로 모델링하였으며 자세한 내용은 참고문헌 7에 기술되어있다.

용융풀의 표면에 작용하는 중력과 표면장력, 아크압력에 의한 표면에너지를 최소화하여 자유 표면형상을 모델링하였다. 이를 위하여 라그랑지 상수 λ 를 이용하여 식 (12)와 같이 오일러방정식을 수립하고, 제한조건 (13)을 이용하여 해를 구하였다⁵⁻⁷⁾.

$$\gamma \left\{ \frac{(1 + \phi_y^2)\phi_{xx} - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + (1 + \phi_x^2)\phi_{yy}}{(1 + \phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}} \right\} = \rho g \phi + P_a + \lambda \quad (12)$$

$$\int (\phi_s - z_0) dy - \frac{\pi r_w^2 w_f}{U_w} = 0 \quad (13)$$

4. 해석결과 및 고찰

윗 절에서 기술된 방정식들을 이용하여 해석된 용접부의 온도분포를 그림 2에 나타내었다. 용적에 의한 열전달을 실린더형상의 균일한 열원을 이용함에 따라 용입깊이가 실린더 열원의 깊이에 크게 영향을 받으므로 열전도모델을 이용한 경우에도 중심부에서 깊은 용입의 관찰이 가능하였으며, 용융풀 유동을 고려한 경우 유동에 의한 대류 열전달에 따라 더 좁고 깊은 용입의 예측이 가능하여 실제 실험결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 이는 해석에 이용한 용접조건에서 열전도에 의한 열전달과 유동에 의한 열전달의 비를 나타내는 Peclet수가 120정도로 상당히 큰 값을 가지게 되므로 이 경우 유동에 의한 열전달이 지배적인 역할을 하기 때문으로 사료된다. 본 연구에서는 아래보기자세에 대한 필릿용접부를 모델링하였으나 중력방향을 바꾸어 수평필릿용접부 해석에 이용할 수 있다. 이 경우 과도한 언더컷이나 오버랩의 발생하는 경우 식 (12)를 이용한 자유표면이 불가능한 경우가 존재함을 유의할

필요가 있다.

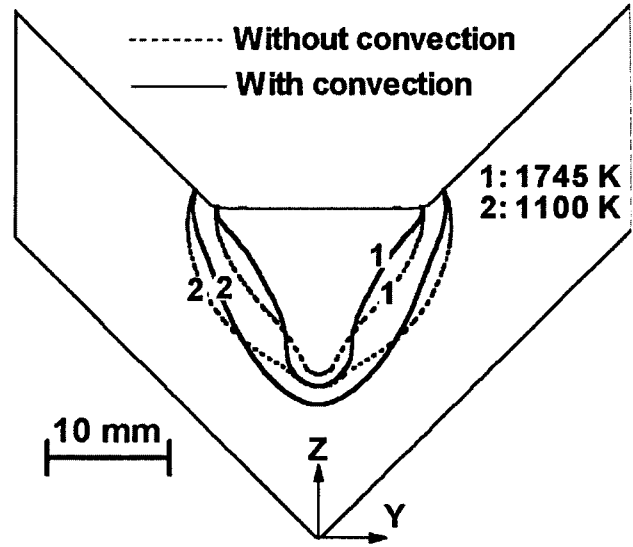


그림 2 해석결과

참고문헌

1. D. Rosenthal: Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting, Welding Journal, 20-5 (1941), 220s-234s
2. J.-W. Kim and S.-J. Na: A Study on Effect of Tube-to Workpiece Distance on Weld Pool Shape in Gas Metal Arc Welding, Welding Journal, 74 (1995), 141s-152s
3. Z. N. Cao and P. Dong: Modeling of GMA Weld Pools With Consideration of Droplet Impact ASME Journal of Engineering Materials and Technology, 120(1998), 313-320
4. S. K. Jeong and H. S. Cho: An Analytic Solution for Transient Temperature Distribution in Fillet Arc Welding including the Effect of Molten Metal, PIME part B, Journal of Engineering Manufacture., 211B(1997), 63-72
5. C.-H. Kim and S.-J. Na: A study of an Arc Sensor Model for Gas Metal Arc Welding With Rotating Arc. Part 2 : Simulation of an Arc Sensor in Mechanically Rotating Gas Metal Arc Welding, PIME part B, Journal of Engineering Manufacture, 215B-9(2001), 1281-1288
6. S.-H. Cho and J.-W. Kim: Thermal Analysis of Horizontal Fillet Joints by Considering Bead Shape in Gas Metal Arc Welding, Science Technology of Welding and Joining, 6-4(2001), 220-224
7. C.-H. Kim, W. Zhang and T. DebRoy: Modeling of Temperature Field and Solidified Surface Profile during Gas Metal Arc Fillet Welding, Journal of Applied Physics, 94-4 (2003), 2667-2679
8. K. Mundra, T. DebRoy and K. M. Kelkar: Numerical Prediction of Fluid Flow and Heat Transfer in Welding with a Moving Heat Source, Numerical Heat Transfer, Part A, 29(1996), 115-129
9. S. V. Patankar: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill Co., New York, 1980
10. J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi, and C. Wayne Mastin: Numerical Grid Generation - Fundamentals and Applications, Elsevier Science, New York, 1985
11. S. Thakur, J. Wright, W. Shyy and H. S. Udaykumar: SEAL - Theory, Implementation and User's manual, 1997
12. J.F. Lancaster: The Physics of Welding, 2nd edition, Pergamon Press, Oxford, 1986