

칼만필터를 적용한 인천항의 조위예측에 관한 연구

Study for Tidal Prediction in Incheon Harbor Using Kalman Filter Theory

안경수, 박종현^o, 박만희, 이임근

1. 서론

연안이나 해양 지역에서의 구조물 축조나 활동의 계획을 결정함에 있어 조위 예측은 매우 중요한 부분이다. 정확한 예측은 전통적 방법에 의해 측정된 장기간의 조위 자료가 없이는 얻어질 수 없다. 조석의 움직임은 연안과 해양공학에서 중요한 문제였으며 이러한 조석현상을 질적으로 묘사하기 위해 조석의 평행이론이 1687년 Newton에 의해 처음 발표되었고, 1741년 Bernoulli 에 의해 발전되었다. 그러나 Newton의 평행이론은 지표면의 수심이 균등하고 물 중량의 관성력(Inertial force)을 무시한다는 가정 때문에 실제적용에는 적합치 않았다. 그래서 1825년 Laplace는 모든 주기를 묶는 평행이론을 발표하였고, Thomson(1885)은 조석성분을 합하기 위해 Laplace의 방법을 사용하였다. 조화분석의 이론에 의해 측정된 자료에 의해 각 조석성분의 위상(Phase)과 진폭(Amplitude)이 결정되기 때문에 어떤 장소가 선정되어지더라도 조위는 정확하게 예상될 수 있다. Thomson 이후에 조화분석 방법은 Darwin(1898)에 의해 수치계산 기법으로 발전했으며, Doodson(1958)은 1928년 최소자승법을 출간했고, 1957년 조화상수 결정에 대한 Admiralty 방법을 출간했다. 그 이후에 Newton의 일의 원리를 따르는 Laplace, Thomson, Darwin 그리고, Doodson과 같은 연구자들에 의해 많은 조위예측방법이 발전되어왔다.

본 연구는 인천항에 대한 조위관측기록 분석에 Kalman Filtering 이론을 적용하여 분조계수 및 매개변수들의 변동 특성을 분석하고, 표준계산오차와 RMS(Relative root Mean Squares error)를 이용하여 조위 관측치와 Filtering에 의한 예측치에 대한 정확성의 검정을 통하여 조위예측에 Kalman Filtering 방법의 적용성에 대한 연구를 목적으로 하였다.

2. Kalman Filter를 위한 모델링 구성

2.1 Harmonic Tide Model

어느 지역의 시간 t일 때 연직 조위는 조화분조 형태의 합은 (3.1)식으로 나타낼 수 있다.

$$Y(t) = A_o + \sum_{i=1}^N h_i \cos(w_i t + \epsilon_i) \quad (2.1)$$

여기서, A_o = 선택된 자료의 평균수위

(각 cosine 항은 분조로 구성됨)

h_i = 진폭(Amplitude)

w_i = 진폭의 각속도(angular frequencies)

각 분조의 위상

ϵ_i = 위상(Phase angle)

N = 전체 분조의 수

분조의 수는 지역에 의존하며 정확도가 요구되는 조석해석에 사용되고, 이 때 많은 분조들이 사용된다면 예측 과정에서 많은 계산시간이 소요되게 된다.

식(2.3)을 식(2.1)에 대입하면 식(2.2)로 변환된다.

$$Y(t) = A_0 + \sum_{i=1}^N (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (2.2)$$

여기서, A_i, B_i = 분조계수

$$h_i = (A_i^2 + B_i^2)^{1/2}, \epsilon_i = \tan^{-1}(B_i / A_i) \quad (2.3)$$

어떤 위치나 장소에 대하여 매개변수($A_0, h_i, \omega_i, \epsilon_i$)들은 장기간 (한달 이상)의 조위기록만 있다면 조화분해에 의해 구할 수가 있다. 현재까지 적용되는 기존의 전통적 방법에 의해서는 장기간의 자료 없이는 매개변수의 정확한 규명이 불가능하다. 그러나 이 연구에서는 장기간의 조석기록 자료가 없는 지역에 대한 매개변수들을 추정하는 최적의 방법을 제안코져 한다.

4대 주요분조 (K_1, O_1, M_2, S_2)는 조석예측에 의해서 결정되어진다. 표2.1은 4대 주요 분조의 각속도(Angular frequencies)를 나타낸 표이다. (2.2)식의 매개변수 A_0, A_i, B_i ($i = 1, 2, 3, 4$)들은 기지의 각속도(Angular frequencies)의 가정과 이용 가능한 관측조위자료의 가정으로 Kalman Filtering 에 의해 추정되어진다.

표 2.1 4대 주요분조의 각빈도

Component tides	K_1	O_1	M_2	S_2
Angular frequencies (degrees/h)	15.0410	13.9430	28.9841	30.0000

Kalman Filtering에 의해 규명된 매개변수 값들은 각 Filtering 시간 간격 k 에서는 같지 않을 것이다. 매개변수들이 $A_0(k), A_i(k), B_i(k)$ 로 표현되어 질 때 (3.4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(t) = A_0(k) + \sum_{i=1}^4 [A_i(k) \cos \omega_i t + B_i(k) \sin \omega_i t] \quad (3.4)$$

2.2 최적추정 프로그램의 수립

이 프로그램의 수립에 있어서 Kalman Filtering Theory and Practice의 프로그램 소스(source)를 분석하였고, 프로그램 작성시 Harmonic Tide Model을 이 연구에서 도입하여 사용하였으며, 프로그램 수행시 적용된 알고리즘은 그림 2.1과 같다. 이 프로그램의 알고리즘 구성의 단계를 살펴보면, 1단계로 인천항의 1996년 시간별 조위자료를 획득하였으며, 2단계는 9개의 파라미터에 대응하는 상태추정 초기값 $\hat{X}(0)$ 를 결정하였다. 3단계는 9개의 파라미터를 가지고 식(2.3)에 대입하여 추정된 예측조위를 계산하였다. 4단계는 추정오차 공분산 행렬 $P(0|0)$ 과 $P(1|0)$ 의 초기값은 단위행렬로 가정하였으며, 예측전의 유효한 자료로부터 추정된 $w(k)$ 와 $v(k)$ 의 공분산 행렬은 필터링과정을 통하여 각각 0 벡터와 0.0001 시간단위 행렬로 가정하여 Kalman Gain인 $K(k)$ 행렬을 계산하였다. 5단계는 4번째 과정에서 구한 $K(k)$ 값과 관측상태벡터 $Z(k)$ 를 이용하여 초기값 \dots 에 대한 최적추정값인 $X(1)$ 을 분석하였다. 6단계는 $P(k)$ 공분산 행렬의 성분값을 계산 처리하는 과정으로 진행되며, 7단계는 $P(k)$ 값을 이용하여 $P(k+1)$ 예측오차 공분산을 계산하였다. 마지막으로 $k = k+1$ 로 증가시켜 해당되는 24시간의 관측조위자료를 입력하게 된다. 필터링적용에 따른 최적의 분조계수값과 조위예측값은 이 과정을 반복하여 분석하였다.

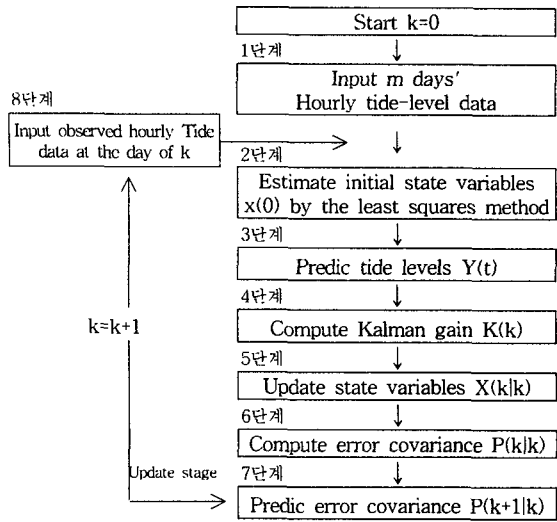


그림 2.1 칼만필터 알고리즘

표 2.2 칼만필터 방정식의 정리

System model	$x(t+1) = A(t)x(t) + w(t)$
Measurement model	$Z(t) = M(t)x(t) + v(t)$
State estimate update	$\hat{x}(t t) = \hat{x}(t t-1) + K(t)[Z(t) - M(t)\hat{x}(t t-1)]$
Error covariance update	$P(t t) = \{I - K(t)M(t)\}P(t t-1)$
Kalman gain matrix	$K(t) = P(t t-1)M^T(t) [M(t)P(t t-1)M^T(t) + R]^{-1}$
State estimate prediction	$\hat{x}(t t-1) = A(t-1)\hat{x}(t-1 t-1)$
Error covariance prediction	$P(t t-1) = A(t-1)P(t-1 t-1)A^T(t-1) + Q$

3. 최적 추정에 의한 분조계수의 결정

조위예측 모델을 결정하는데 있어서 1996년 1월 1일부터 1996년 2월 1일까지 인천항으로부터 얻은 시간별 조위 자료를 사용하였다. 결정된 조위예측 모델에 대한 매개변수는 단기간의 관측자료를 가진 칼만 알고리즘을 통해 분석하였다. 한달간의 조위 자료를 사용하여 칼만 예측기법으로 얻을 수 있는 결과를 분석하였으며, 시스템의 매개변수를 최적화로 추정하기 위해 한달 자료를 사용하였다. 칼만 알고리즘을 사용함에 있어서 중요한 매개변수의 초기값 $A_0(0)$, $A_1(0)$, $B_1(0)$ 들은 필터링 과정 전 가장 최근에 관측된 시간별 조위를 바탕으로 최소자승법을 사용하여 개발한 영국해양연구소의 조석분해 프로그램인 TIRA 프로그램을 사용하여 추정하였다. 이 프로그램을 사용하여 얻어진 매개변수의 초기값은 표 3.1에 나타나있다. 이 때 추정오차의 공분산 행렬 $P(0|0)$ 의 초기값과 $P(1|0)$ 의 초기값은 단위 행렬로 가정하였다.

표 3.1 최적추정에 의한 초기 파라미터

Paramters	$A_0(0)$	$A_1(0)$	$A_2(0)$	$A_3(0)$	$A_4(0)$	$B_1(0)$	$B_2(0)$	$B_3(0)$	$B_4(0)$
X(0)	0.1231	0.3368	-0.1555	-2.0052	-1.0879	-0.3423	-0.2938	2.0736	-0.2236

예측전의 유효한 자료로부터 추정되는 $w(k)$ 와 $v(k)$ 의 공분산 행렬은 Kalman Filtering 과정을 통하여 각각 0 벡터와 0.0001 시간단위행렬로 가정하였다. 조위예측 모델을 사용하여 Filtering 과정 단계를 거친 9개의 매개변수들 $A_0(k)$, $A_1(k) \sim A_4(k)$, $B_1(k) \sim B_4(k)$ 에서 $A_0(k)$ 와 K_1 분조에 대한 분조계수의 변화를 그림 3.1~그림 3.2에 나타내었다.

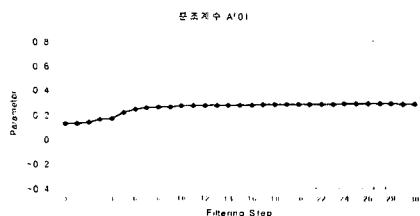


그림 3.1 칼만필터에 의한 최적 파라미터 추정 $A_0(k)$

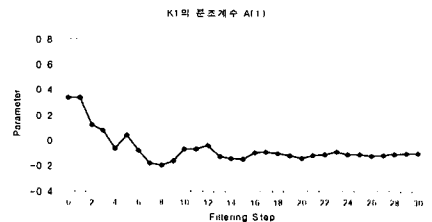


그림 3.2 칼만필터에 의한 최적 파라미터 추정 $A_1(k)$

4. Kalman Filter 모델의 적용성 검토

최적 추정 모델링의 적용성을 평가하기 위하여 영국해양연구소에서 개발한 TIRA 조화분해프로그램을 이용하여 각각의 분조계수를 얻어 조위예측 프로그램인 MARIE에 의해 조위예측 자료와 칼만필터 이론을 적용하여 얻어진 조위예측 자료를 서로 비교 검토하기 위하여 각각 표준계산 오차를 구하여 적합성과 정확도를 분석하였다.

4.1 분조갯수에 따른 조위예측치의 변화

분조의 갯수가 정확도에 미치는 영향을 알아보기 위하여 다음의 4가지 데이터 Set을 구성하고, TIRA 프로그램의 역계산 기능을 사용하여 조위예측을 실시하였다.

4.2 칼만필터 이론에 의한 조위예측치의 변화

..... Observed
 _____ Predicted by Kalman filter (Step = 60)

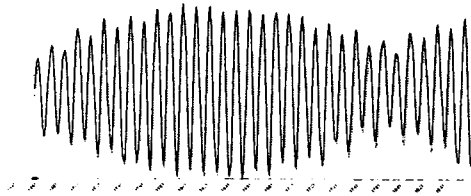


그림 4.1 관측조위와 칼만필터에 의한 조위의 비교 (k=60)

표 4.2 표준계산오차 및 RMS값 분석 (k=60)

Filtering Step	표준계산 오차	RMS 값
k=60	15.947	0.034

5. 결 론

단기간의 조위기록을 사용하여 Kalman Filter 이론을 적용한 장기간의 조위예측의 가능성을 연구하였고 이 때 Harmonic Tide Model을 사용하였으며 연구분석한 결과는 다음과 같다.

- (1) 단기간의 조위기록을 사용한 칼만필터 모델링에 의해 조위를 예측하였을시 관측조위와 유사한 결과를 발생시켜 주었으며 필터 단계 k가 증가할수록 관측치에 더 근접함을 알 수 있었다.
- (2) Harmonic Tide model 구성과 함께 9개 분조계수를 초기값으로 형성하였으며, Kalman Filter를 적용하여 조위 자료의 평균수위와 4대 주요분조의 진폭과 위상을 나타내는 9개의 분조계수 $\{A_0, A_i, B_i (i = 1, 2, 3, 4)\}$ 들의 최적 추정치를 구하여 Harmonic Tide model의 식(3.4)의 조위예측치를 결정하였다.
- (3) Kalman Filter에 의한 모델링의 적용성을 검토하기 위하여 칼만이론에 의한 조위예측치와 TIRA 프로그램에 의한 조위예측치를 분석하였는데 칼만필터에 의한 표준계산오차값이 1.262로 더 크게 나왔다. 이는 칼만필터 모델링은 4개 주요분조를 적용하여 예측, 분석하였고 TRIA 프로그램은 63개의 분조를 적용하여 예측한 결과라 보여진다. 따라서 칼만필터에 의한 Harmonic Tide model을 결정함에 있어서 4대 주요분조 이외의 더 많은 분조 개수를 사용하면 조위예측에 있어서 보다 나은 조위예측 결과를 보여줄 것으로 사료된다.

6. 참 고 문 헌

1. Pei-Hwa Yen(1996), " Applied of kalman filter to short term tide level prediction ", Journal of waterway, port, coastal engineering, september pp.226~231
2. S. M. Bozic(1979), " Digital and Kalman filtering ", Edward Arnold, pp.119~124
3. Mohinder S. Grewal, " Kalman Filtering ", Theory and Practice Using Matlab, pp.121~125
4. Mizumura, K. (1984). Applications of Kalman Filter to ocean data. J. of Wtrwy., Port, Coast. And Oc. Div., ASCE, 111(2), 179-193.