

경사지형에서 크노이드파의 최대 처오름높이

Maximum Run-up Heights of Cnoidal Waves on Slopes

전 찬 후*, 조 용 식**

1. 서 론

지진해일과 같은 장파의 최대 처오름높이는 연안 구조물을 설계할 때 반드시 고려되는 중요한 요소이다. 일반적으로 지진해일을 가장 잘 표현하는 것은 고립파와 크노이드파로 알려져 있다. 이 중 고립파는 수리모형실험과 수치모형실험에서 재현하기가 상대적으로 쉬워 많은 연구가 이루어졌다. 그러나 크노이드파는 발생시키기가 어렵고, 전파과정에서도 초기 파형과 파고 등의 특성을 간직하기 어려워 많은 연구가 이루어지지 않고 있다.

Ohya(1987)는 수리모형실험을 통하여 크노이드파의 최대 처오름높이를 산정하여 발표하였다. Synolakis 등(1988)은 크노이드파의 처오름높이는 파장에 단순히 비례하지 않는다는 것을 연구하였고, 처오름높이에 관한 근사 해석해를 제시하였다. Liu와 Cho(1994)는 경계요소법을 이용하여 크노이드파의 처오름높이를 산정하였다. 조용식과 윤태훈(1996)은 급경사에서 크노이드파의 처오름에 대해서 연구하였고, 조용식 등(1999)은 주기파의 처오름높이에 대한 연구를 하면서 크노이드파와 정현파, 고립파의 관계에 대해서 언급하였다.

본 연구에서는 난류 흐름의 평균 운동을 표현하는 것이 가능한 Reynolds 방정식을 지배방정식으로 사용하여 크노이드파의 최대 처오름높이에 대해 연구하였다. 그리고, 복잡한 자유수면 변위를 나타내기 위해서 VOF(volume of fluid) 기법을 사용하였다. 또한, 강력한 난류가 발생할 경우, 평균 흐름 운동에 난류가 미치는 영향을 고려하기 위해서 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다.

2. 지배방정식과 경계조건

난류 흐름에서 속도 u_i 는 평균 속도 $\langle u_i \rangle$ 와 난류 속도 u_i' 로 구별하여 $\langle u_i \rangle + u_i'$ 로 나타내고, 압력 P 는 평균 압력 $\langle P \rangle$ 와 난류 압력 P' 로 구분하여 $\langle P \rangle + P'$ 로 나타낸다. 만일, 유체가 비압축성이라고 가정하면

* 한양대학교 대학원 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea. (e-mail) wjscksgn@ihanyang.ac.kr

** 한양대학교 공과대학 토목공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University, (e-mail) ysc59@hanyang.ac.kr

평균 흐름은 식 (2)와 식 (3)과 같은 Reynolds 방정식에 의해 지배받는다(Lin과 Liu, 1998).

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j} \quad (2)$$

식 (2)에서 ρ 는 유체의 밀도를 나타내며, g_i 는 중력가속도의 방향 성분을 의미한다. 또한, $\langle \tau_{ij} \rangle$ 는 평균 흐름의 점성 응력에 대한 텐서(tensor)이며, 뉴턴 유체(Newtonian fluid)에서는 분자 점성을 나타내는 μ 와 평균 흐름의 변형률 텐서 $\langle \sigma_{ij} \rangle$ 를 이용하여 $2\mu \langle \sigma_{ij} \rangle$ 로 나타낸다.

Reynolds 응력 텐서 $\rho \langle u_i' u_j' \rangle$ 가 비선형 Reynolds 응력 모델로부터 평균 흐름의 변형률과 상관 관계가 있다고 가정하면 (3)과 같이 나타낼 수 있다(Shih 등, 1996).

$$\begin{aligned} \rho \langle u_i' u_j' \rangle = & \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - C_d \rho \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \\ & - \rho \frac{k^3}{\epsilon^2} \left[C_1 \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_l} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_l} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) \right. \\ & \left. + C_2 \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} - \frac{1}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + C_3 \left(\frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_i} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_j} - \frac{1}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 C_d , C_1 , C_2 , C_3 는 경험상수이고 δ_{ij} 는 Kronecker delta 함수를 의미한다. 또한, k 는 난류 운동 에너지, ϵ 은 난류 운동 에너지의 소산율을 의미하며, 이들에 대한 지배방정식은 Navier-Stokes 방정식으로부터 유도된다(Lin과 Liu, 1998).

본 연구에서 Reynolds 방정식과 $k-\epsilon$ 방정식은 two-step projection 기법을 사용하여 해석하였다. 시간항은 전방차분법으로 차분화하였고, 이송항은 중앙차분법과 풍상차분법의 조합으로 이산화하였다. 또한 자유수면을 추적하기 위하여 밀도변화 방정식을 이용한 VOF 기법을 적용하였다.

평균 흐름에서 고체 경계에는 no-slip 경계조건을 적용하였다. 그리고, 자유수면 주위에서 밀도의 변동을 무시하고 난류 흐름에서 평균 자유수면은 층류 흐름과 동일하다고 가정한다. 자유수면에서 k , ϵ 에는 영경사 경계조건을 적용하였다.

3. 최대 처오름높이

조용식 등(1999)은 크노이드파의 자유수면변위와 전파속도를 각각 식 (4)와 식 (5)와 같이 제안하였다.

$$\zeta(t) = y_t + H \cdot \text{cn}^2 \left[2K(m) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), m \right] \quad (4)$$

$$c^2 = gh \left\{ 1 + \frac{H}{h} \frac{1}{m^2} \left[-m^2 + 2 - 3 \frac{E(m)}{K(m)} \right] \right\} \quad (5)$$

여기서, y_t 는 정지수면과 파곡 사이의 거리이고, H 는 입사파의 파고를 나타내며, T 와 L 은 각각 주기와 파장을 의미한다. 또한, cn 은 cosine에 대한 Jacobian 타원형 함수이며, $K(m)$ 은 타원형 매개변수 m 에 대한 제1종 완전 타원형 적분을 의미한다. 그리고 c 는 크노이드파의 전파속도를 나타내며, $E(m)$ 은 제2종 완전 타

원형 적분이다.

그림 1~3은 각각 경사각이 30° , 45° 및 60° 인 지형에 무차원 주기가 12인 크노이드파가 입사했을 때의 최대 처오름높이를 나타낸 것이다. 그림에서 점선은 Liu와 Cho(1994)가 경계요소법으로 수치해석한 결과이고, 사각형은 Ohyama(1987)가 수행한 수리모형실험의 측정값이다. 그리고 삼각형이 이번 연구에서 수행한 수치해석의 결과이다. 그림에서 보면 알 수 있듯이, 수치해석의 결과는 실험값과 매우 유사함을 알 수 있고, 전체적으로 경계요소법에 의한 결과값보다 수리모형실험의 측정값과 더욱 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 이는 VOF기법을 이용하여 정확한 자유수면변위의 표현이 가능하였고, 실제 경사와 유사한 고체 경계로 인해 기존 모델에서 발생할 수 있는 유한차분 오차가 감소했기 때문이다.

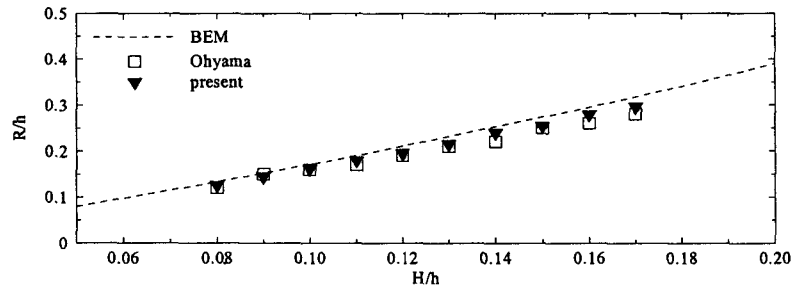


그림 1. Maximum run-up heights on a 30° slope

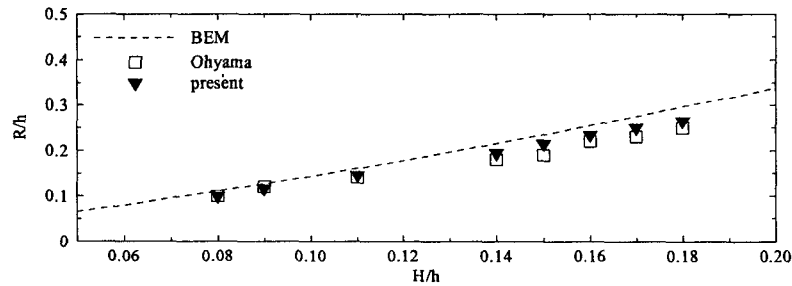


그림 2. Maximum run-up heights on a 45° slope

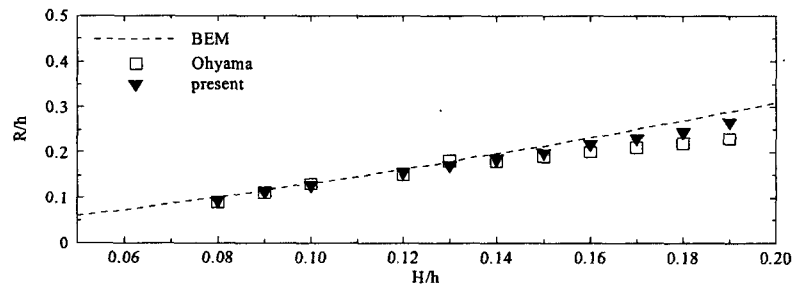


그림 3. Maximum run-up heights on a 60° slope

4. 결 론

본 연구에서는 Reynolds 방정식을 지배방정식으로 하고, VOF 기법과 $k-\varepsilon$ 모델을 사용한 수치해석 모델을 이용하여 크노이드파의 발생과 최대 처오름높이에 대해 알아보았다. Reynolds 방정식은 수심 평균된

천수방정식이나 Boussinesq 방정식과 달리 복잡한 자유수면변위의 정확한 형상을 계산하는 것이 가능하다. 또한, 밀도변화 방정식을 이용한 VOF 기법으로 자유수면변위를 정확하고 효율적으로 추적할 수 있으며, $k-\epsilon$ 모델을 도입하여 와도와 난류의 발생과 이송에 대한 해석이 가능하였다.

본 연구에서는 무차원 주기가 12이고 상대파고(H/h)가 0.05~0.2인 크노이드파가 30° , 45° 및 60° 인 경사지역에 도달했을 때의 최대 처오름높이를 계산하여 수리모형실험의 관측값 및 경계요소법에 의한 수치해와 비교하였다. 본 연구의 결과는 수리모형실험의 관측값과 매우 근사하였으며, 경계요소법에 의한 수치해보다 높은 정확도를 보였다. 또한, 크노이드파의 최대 처오름높이는 경사가 커짐에 따라 작아지고 있음을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실사업(한양대학교 해안공학연구실)으로 수행되었기에 이에 사의를 표합니다.

참고문헌

- 조용식, 윤태훈, 1996. “급경사에서 크노이드파의 처오름.” **한국해양공학회지**, 제8권, 1호, pp. 44-51.
- 조용식, 이봉희, 윤태훈, 1999. “주기파의 최대 처오름높이에 관한 연구.” **한국수자원학회논문집**, 제32권, 6호 pp. 649-655.
- Brocchini, M., and Peregrine, D.H., 1996. “Integral flow properties of the swash zone and averaging.” *Journal of Fluid Mechanics*, **317**, pp. 241-273.
- Lin, P. and Liu, P. L.-F., 1998. “A numerical study of breaking waves in the surf zone.” *Journal of Fluid Mechanics*, **359**, pp. 239-264.
- Liu, P. L.-F. and Cho, Y.-S., 1994. “An integral equation model for wave propagation with bottom friction s.” *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, **120**, pp.594-608.
- Liu, P. L.-F. and Lin, P., 1997. A numerical model for breaking wave: the volume of fluid method. *Res. Rep. No. CACR-97-02*, University of Delaware, USA.
- Ohyama, T., 1987. “A boundary element analysis for cnoidal wave runup.” *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, Japan*, **381**, pp. 189-198, (in Japanese).
- Rodi, W., 1980. *Turbulence models and their application in hydraulics - a state-of-the-art review*. International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherlands.
- Shih, T.-H., Zhu, J.L. and Lumley, J.L., 1996. “Calculation of wall-bounded complex flows and free shear flows.” *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, **23**, pp. 1133-1144.
- Synolakis, C.E., Deb, M.K. and Skjelbreia, J.E., 1988. “The anomalous behavior of the runup of cnoidal waves.” *Physics of Fluids A*, **31**, pp. 3-5.