

GIS를 이용한 Fractal 차원의 산정

정영훈¹⁾ 최승안²⁾ 김형수³⁾ 심명필⁴⁾

1. 서론

최근 GIS의 발전으로 인하여 거의 모든 지형도가 수치지도화 되고, 수자원 분야에서도 수치지도를 이용하여 많은 하천정보를 습득하고 있다. 다양한 하천정보들의 데이터화가 용이하게 되어 수문현상 분석에 큰 도움을 주고있다. 특히, 하천의 형상과 패턴을 연구하는데 GIS는 매우 유용한 도구로써 널리 이용되고 있으며, 본 연구에서도 하천의 패턴형태와 관계되는 프랙탈 차원(Fractal Dimension)의 산정을 위하여 GIS를 이용하고자 한다. 프랙탈이란 말은 라틴어 fractus(부서진 상태를 뜻함)에서 유래되었는데, 1975년 Mandelbrot가 수학 및 자연계의 비정규적 패턴들에 대한 체계적 고찰을 담은 자신의 에세이에 표제를 주기위해서 처음 만들었으며, 대부분 우리가 알고 있는 차원은 정수 차원이지만 정수차원이 아닌 소수차원이 존재한다는 것은 정수에서 실수로, 실수에서 복소수로 수의 개념을 확장시켜간 것과 같이 자연스러운 것인데 이 소수차원이 프랙탈 차원으로 불린다. 하천 수계망도 일정한 규칙성을 갖고 구성되어 있으며, 하천의 형상을 비롯한 수계망의 구성은 프랙탈 차원을 가지고 있는 프랙탈 현상으로 해석할 수 있는 것이다. 본 연구에서는 자기 유사성(self similarity)의 특징을 가지고 있는 프랙탈 차원을 산정하는데 있어서 GIS를 통하여 얻은 자료를 이용하고, 프랙탈 차원을 산정하기 위해서는 기존의 경험공식들을 이용하도록 한다. 특히, 이들 공식들에 의한 프랙탈 차원의 합리성을 판단하고자 하며 이를 위하여 임의의 27개 소유역을 추출하여 가능한 많은 자료를 이용하여 분석을 하였다.

2. 프랙탈 차원 산정 공식

자연 하천 유역의 구성과 하도망의 형태는 Horton의 차수법칙을 이용하여 정량적으로 나타낼 수 있는데, 이는 하천 차수에 의해서 하도를 분류하여 하도의 개수, 하도 길이 및 유역면적 등의 관계를 규정한 것으로 <표 2-1>과 같이 나타낼 수 있다. 하천에서 유로연장과 유역면적의 관계는 매우 중요한 지형학적 인자중의 하나로 Mesa와 Gupta(1987)는 하도 링크의 길이가 지수 확률 분포를 따르는 무작위(random)모형이라는 가정하에 하도망에서 분류 유로연장과 유역면적과의 관계를 $L = k A^a$ 와 같이 나타내었다. 여기서, L은 분류 유로연장이고, A는 유역면적, k와 a는 상수다. 하천의 길이가 프랙탈이라고 제안한 Mandelbrot(1983)는 $a > 0.5$ 라는 가정하에 하천 길이의 프랙탈 차원(d)을 $d = 2a$ 인 프랙탈로 볼 수 있다고 하였으며, Gray(1961)가 제시한

<표 2-1> Horton's law

1) 하천 분기비	$R_B = (N_w - 1) / N_w$	R_B : 분기비 (bifurcation ratio), N_w : w차 하도의 개수
2) 하천 길이비	$R_L = \bar{L}_w / \bar{L}_{w-1}$	R_L : 길이비, \bar{L}_w : w차 하도의 평균길이
3) 유역 면적비	$R_A = \bar{A}_w / \bar{A}_{w-1}$	R_A : 면적비, \bar{A}_w : w차 이하 부분 유역의 평균 면적

- 1) 인하대학교 환경토목공학부 토목공학과 대학원 석사과정
- 2) 인하대학교 환경토목공학부 토목공학과 대학원 박사과정
- 3) 인하대학교 환경토목공학부 토목공학과 조교수
- 4) 인하대학교 환경토목공학부 토목공학과 교수

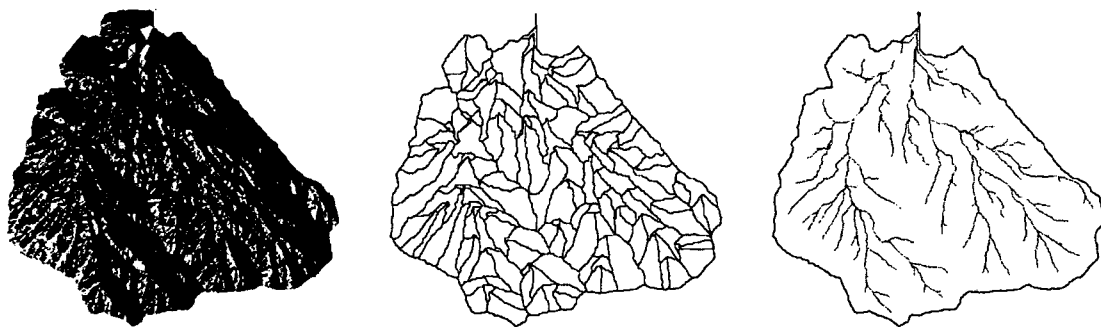
지수 0.568을 약 0.6으로 간주하고 하천 길이의 프랙탈 차원을 1.2라고 하였다. Mandelbrot는 이와 같이 유로연장과 유역면적의 관계를 이용하여 프랙탈 차원을 구하는 방법을 $L = k A^{d/2}$ 와 같이 제안하였다. 이러한 결과는 모든 하천과 그 유역은 서로 상사성이 있다는 가정하에서 도출된 것이다. 여기서, L은 본류 유로연장이고, A는 유역면적, k는 상수, d는 하천 길이의 프랙탈 차원이다. Hjelmfelt(1988)는 미국 미조리주의 8개 하천을 대상으로 하천 길이를 측정하여 하천 길이의 프랙탈 차원이 1.136이라는 Mandelbrot(1983)의 가설을 증명한 바 있다. 그는 하천 길이의 프랙탈 차원은 1.036~1.291의 범위에 있으며 평균값은 1.158이라고 하였는데, 이 수치는 Mandelbrot(1983)가 제안한 1.136과 거의 일치하는 값이다. 하천 유역에 적용되는 프랙탈 분석은 하도와 전체 하도망에 대하여 따로 적용하는 것이 일반적이다. 하도에 적용하는 분석은 하도의 굴곡 정도를 조사하는 것이며, 전체 하도망에 적용하는 분석은 유역내 하도망의 분기 특성을 파악하는 것이다. 하도망의 정량적인 특성을 나타내주는 Horton의 차수비는 프랙탈 해석을 통해서 연관지을 수 있는데, <표2-2>는 여러 가지 프랙탈공식이 있으나 그 중 본 연구에서 사용된 공식들을 연구자와 함께 나타내었다.

<표 2-2> 하천길이와 하도망의 프랙탈 차원

프랙탈 차원	NO	프랙탈 공식	연구자
하도망 프랙탈차원(D)	I	$\min[2, \max(1, \log R_B / \log R_A)]$	La Barbera와 Rosso(1987)
	II	$\min[2, 2 \log R_B / \log R_L]$	Rosso 등(1991)
하천길이 프랙탈차원(d)	III	$2 \log R_L / \log R_B$	Feder(1988)
	IV	$\max[1, 2 \log R_L / \log R_A]$	Rosso 등(1991)

3. GIS의 이용과 프랙탈 차원의 산정

대상유역은 한강수계, 낙동강수계, 금강수계에 걸쳐 임의로 지정하였으며, 크기는 표준유역보다 작은 27개의 소유역으로 하였다. 추출에 있어 DEM 격자는 10m로 하였고, 흐름을 시작하기 위한 Distance Unit Squared를 100,000 meters로 하였다. 이는 실제하천과 상이할 수 있으나 주어진 등고선 지형도에 가장 세밀하게 분석하기 위해 실행되었다. 분석의 방법은 La Barbera와 Rosso(1987), Rosso (1991)의 하도망 프랙탈 공식과 Feder(1988), Rosso (1991)의 하천길이 프랙탈 공식을 이용하였다(<표2-2>참조). 이들 기존공식과 함께 본 연구에서는 하천 길이와 유역면적의 누적 평균 하천길이비(cumulative mean stream length ratio)와 누적 평균 유역면적비(cumulative average area ratio)를 도입하여 프랙탈 차원을 산정하였으며 기존의 공식과 누적한 특성치들에



<그림 3-1> GIS를 이용한 유역추출 결과

* 표준유역속에 포함되는 소유역

의해 산정된 프랙탈 차원들을 비교하였다. 임의의 27개의 유역*을 DEM을 이용해 유역과 하천을 추출한 후 컴퓨터에 의해 얻어진 정보를 이용해 평균 R_b , R_a , R_L 의 값과 누적 R_b , R_a , R_L 의 값을 <표 2-3>와 같이 나타내었고, <표 2-4>는 <표 2-3>의 값을 <표 2-2>에 있는 4개의 프랙탈 공식을 이용하여 추정된 프랙탈 차원 값이다. 이들 결과에 대하여 다음 절에서 논의하기로 한다.

<표 3-1> 유역의 기본 정보와 Horton's law에 의한 값

NO	해당수계	표준유역 단위코드	시도	시군구	하천명	Average Ratio			Cumulative Average Ratio		
						R_b	R_a	R_L	R_b	R_a	R_L
1	금강수계	301105	충청북도	음성군	조평천	2.03789	1.10985	0.99052	2.03789	1.42280	1.53667
2	한강수계	110408	충청북도	괴산군	성환천	2.24408	1.06443	0.99806	2.24408	1.44867	1.56791
3	금강수계	301108	충청북도	진천군	성암천	2.78718	0.70934	0.92229	2.78718	1.33998	1.49067
4	한강수계	102202	강원도	철원군	남대천	1.76875	0.87127	0.93887	1.76875	1.31048	1.43827
5	한강수계	101008	강원도	화천군	봉오천	2.19167	0.85648	1.05050	2.19167	1.47999	1.70118
6	한강수계	102206	경기도	포천군	영평천	4.06588	0.89884	0.89825	4.06588	1.38322	1.49121
7	한강수계	100401	충청북도	보은군	사내천	2.09722	0.94018	0.99541	2.09722	1.45362	1.60055
8	한강수계	100403	충청북도	보은군	전대천	1.72774	0.94315	0.86672	1.72774	1.43150	1.55567
9	낙동강수계	200501	경상북도	문경시	영강	1.92778	0.84865	0.94338	1.92778	1.37032	1.52079
10	낙동강수계	200501	경상북도	문경시	농암천	5.90851	1.12698	0.92825	5.90851	1.37550	1.42840
11	한강수계	100405	충청북도	보은군	화양천	4.31364	1.60354	1.11949	4.31364	1.44051	1.45748
12	금강수계	300503	충청북도	영동군	금삼천	2.23467	0.86133	0.95225	2.23467	1.36105	1.45102
13	금강수계	300901	대전광역시	서구	두계천	2.18398	1.03185	0.96423	2.18398	1.51824	1.62426
14	금강수계	301114	충청남도	연기군	조천천	2.16981	0.93442	1.05240	2.16981	1.48386	1.71433
15	금강수계	301203	충청남도	공주군	대교천	1.83902	0.95713	1.04053	1.83902	1.39999	1.56490
16	금강수계	300804	충청북도	보은군	대청댐	2.16729	0.82782	0.97877	2.16729	1.44298	1.63360
17	금강수계	300502	경상북도	상주시	금제천	2.43079	0.73726	0.96353	2.43079	1.39381	1.62064
18	금강수계	301205	충청남도	공주시	정안천	2.07651	0.78748	1.08346	2.07651	1.38661	1.61173
19	낙동강수계	200212	경상북도	청송군	길안천	1.69315	0.80088	0.93306	1.69315	1.38793	1.57695
20	낙동강수계	200801	경상북도	군위군	위천	1.94899	0.92268	0.95559	1.94899	1.45175	1.57773
21	낙동강수계	200804	경상북도	군위군	남천	2.32011	0.85291	1.00807	2.32011	1.40202	1.60990
22	낙동강수계	201204	경상북도	영천시	고현천	1.76746	0.80462	0.97756	1.76746	1.50217	1.67636
23	낙동강수계	200803	경상북도	군위군	구천	2.68519	0.84916	0.91193	2.68519	1.45755	1.59698
24	한강수계	100108	강원도	평창군	오대천	8.52554	1.26636	1.15173	8.52554	1.42357	1.50090
25	한강수계	100201	강원도	평창군	속사천	1.77607	0.84527	0.92845	1.77607	1.41920	1.54379
26	한강수계	100201	강원도	평창군	홍정천	2.10568	0.85164	0.98764	2.10568	1.37460	1.51143
27	한강수계	100601	강원도	횡성군	대궁대천	1.81450	0.86949	0.96633	1.81450	1.38387	1.51536

<표 3-2> 프랙탈 공식의 적용 결과

공식	유역	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14													
		I	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000
II	2.0000	2.0000	-2.9848	-4.1381	-5.0648	-13.1513	-12.0060	-9.3427	-3.9996	2.0000	2.0000	-5.3864	2.0000	-11.4200	
III	-0.0267	-0.0048	-0.1578	-0.2212	0.1256	-0.1530	-0.0124	-0.5232	-0.1776	-0.0838	0.1544	-0.1217	-0.0933	0.1319	
IV	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	2.0122	1.0000	4.8877	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	
누적	I	1.6571	1.7972	2.0000	1.5691	1.4768	2.0000	1.5746	1.2374	1.5657	2.0000	2.0000	2.0000	1.6104	1.4371
	II	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	1.9799	1.5243	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	1.8708	1.9629
	III	1.2069	1.1128	0.7790	1.2746	1.3543	0.5698	1.2702	1.6163	1.2774	0.4014	0.5154	0.9259	1.2419	1.3917
	IV	2.4367	2.4268	2.7283	2.6883	2.7106	2.4634	2.5148	2.4638	2.6614	2.2368	2.0642	2.4153	2.3233	2.7317

<표 3-2> (계속)

공식	유역	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	평균	I	2.0000	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000
II		-13.9039	-4.0933	-2.9140	-3.0583	-2.3716	-8.2921	-5.2896	-2.6200	-6.0412	2.0000	-3.4170	-4.6368	-4.2605
III		0.1304	-0.0555	-0.0836	0.2194	-0.2631	-0.1361	0.0191	-0.0797	-0.1867	0.1318	-0.2585	-0.0334	-0.1150
IV		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.1288	1.0000	1.0000	1.1277	1.1965	1.0000	1.0000	1.0000
누적	I	1.3604	1.5760	1.8396	1.5308	1.1561	1.4635	1.7674	1.1024	2.0000	2.0000	1.3228	1.8028	1.4334
	II	1.8107	2.0000	2.0000	2.0000	1.6064	1.7901	2.0000	1.3997	2.0000	2.0000	1.6407	2.0000	1.8339
	III	1.4701	1.2690	1.0872	1.3065	1.7300	1.3666	1.1316	1.8142	0.9478	0.3790	1.5120	1.1094	1.3952
	IV	2.6619	2.6767	2.9082	2.9206	2.7790	2.4465	2.8183	2.5393	2.4850	2.2996	2.4807	2.5965	2.5588

4. 토론 및 결론

GIS의 발달로 이제 물과 관련된 학문도 기본적으로 컴퓨터를 이용해야 하는 연구가 많아졌다. 그 중 하나로 이번 논문에서는 프랙탈 차원해석을 위하여 GIS에 의해 유역에 대한 정보를 얻었다. 아무리 세밀하게 분석하여도 하늘에서 비가 얼마나 올지 정확히 예측을 못하는 것과 같이 유역과 하천 추출에 있어서도 오차는 존재하기 마련이다. 이번 논문에서는 컴퓨터로 계산된 하천이 실제 하천과 다르다는 오차를 모두 안고 DEM 격자크기 10m, Distance Unit Squared를 100,000 meters로 한 이유는 주어진 등고선 수치지도안에서 가능한 면밀하게 분석하기 위한 시도였다. 추출된 유역에서의 유역정보를 Horton's law에 적용하였고, 그 값을 4개의 프랙탈공식에 대입하였다. 그 결과 평균비(Average Ratio)를 대입했을 때 La Barbera와 Rosso(1987)와 Rosso(1991)가 제시한 공식에서는 제한된 값 1과 2로 거의 나왔지만 Rosso(1991) 와 Feder(1988)가 제시한 값은 음수가 나왔다. 그 원인은 첫 번째 컴퓨터로 계산된 하천정보(차수별 유역면적, 하천길이, 분기수)가 격자의 크기와 초기값을 너무 작게 설정한 이유로 하천의 유역을 계산함에 있어 실제로 존재하나 계산하지 않은 하천도 있고, 실제로 존재하지 않으나 계산된 하천이 있기 때문이다. 큰 강과 같은 하나의 본류와 지류로 나타나는 경우도 있다. 두 번째로 임의의 유역을 추출하였기 때문이다. 유역추출에 있어 표준유역을 단위로 추출한 것이 아니라 표준유역 안의 소속된 소유역을 추출하였기 때문에 차수가 높은 지류가 더 많아지는 경우가 발생하였다. 그 반면 누적 평균비를 적용하였을 때 Rosso(1991)가 제시한 공식외에는 범위 안의 값이 모두 산출되었다. 누적평균비를 사용했을 때 각 차수의 평균유역면적과 평균하천길이를 누적하였기 때문에 공식의 log값에 1보다 작은 값이 없기에 그 결과에 음수는 나오지 않았고, Rosso(1991)가 제시한 공식에 대입한 결과도 2가 넘는 수가 나왔으나 편차가 크지 않았다. 추후 이러한 결과가 반영하듯이 아직까지 실제 하천에 맞는 격자 크기와 초기값 선정에 있어 권장할 수 있는 값을 유출해야 할 것이며, 또한 주어진 GIS에 의해 산출된 하천 정보에 맞는 새로운 프랙탈 차원 경험공식을 유추해야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

성기원(1994). "유역의 자기상사성을 이용한 수문지형학적 응답의 해석" 박사학위 논문 서울대학교
 고영찬 선우중호(1998) "이목정 소유역의 하천차수를 고려한 프랙탈 차원의 산정" 한국수자원학회논문집 pp.587-597
 한건연 최현상 백창현 최규현 최혁준(2001) "수공학에서의 GIS 활용" 제9회 수공학 워크샵교재
 전민우 최영훈 조용수(2001) "Shreve의 수계망크기에 기초한 Fractal 차원의 유도" 건설기술연구소논문집 Vol. 20, No. 1
 Vijay P. Singh(1988) "Hydrologic systems" Prentice-Hall
 Steven H. Strogatz(1994) "Nonlinear dynamics and chaos" Addison-wesley publishing company
 David G. Tarboton(1996) "Fractal river networks, Horton's laws and Tokunaga cyclicity" Journal of Hydrology 187 pp.105-117
 M. Veltri, P. Veltri and M. Maiolo(1996) "On the fractal description of natural channel networks" Journal of Hydrology pp. 137-144
 Roger Moussa and Claude Bocquillon(1996) "Fractal analyses of tree-like channel networks from digital elevation model data" Journal of Hydrology pp. 157-172