

DFA를 이용한 수문자료의 Hurst 지수 산정

○ 김병식* 김형수** 서병하***

1. 서론

본 연구에서는 일 강수량, 일 최고 기온, 일 최저기온, 일 유출량 등의 수문자료와 남방진동지수(SOI), 나이테(tree ring)에 대하여 DFA방법을 이용하여 Hurst 지수를 산정하였으며 이를 통해 각각의 시계열 자료들을 long term memory와 short term memory로 구분하였다. 또한, 자연계에서 카오스 특성을 갖는다고 증명된 자료들의 Hurst 현상을 분석해 보았다.

2. DFA 방법

DFA 방법은 scaling 지수로써 시계열의 자기상관성을 나타내는데, 이 방법은 금융분야나 생리학 분야에서 널리 사용되고 있다. 이 방법에 대하여 간단히 요약하자면, 먼저 분석하고자하는 시계열 자료를 부분합산을 한다. 합산된 자료를 동일한 크기로 평균을 한 후 최소자승 직선(least squares line)에 일치시킨다.(그림 1. 참조)

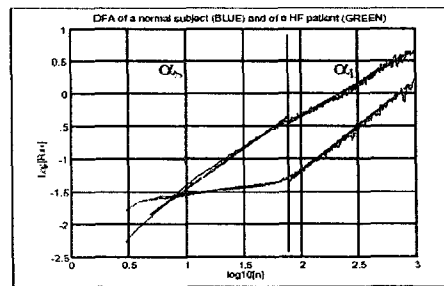


그림 1. DFA 도식(Goldberger 등, 2002)

여기서, $\log(F(n))$ 와 $\log(n)$ 은 그림 1과 같이 선형으로 나타나며 이때의 기울기를 scaling 지수, d 라 부른다. d 는 $1/f$ spectral의 기울기 α 와 다음의 관계가 있으며 식 (1)과 (2) 그리고 식 (3)을 이용하여 Hurst 지수를 추정한다.

$$\alpha = 2d - 1 \tag{1}$$

$$y_{(k)} = \sum_{i=1}^k [X(i) - X_{mean}] \tag{2}$$

* 인하대학교 토목공학과 박사과정

Doctoral Student, Dept. of Civil Engrg., Inha Univ., Incheon, 402-751, Korea

** 인하대학교 토목공학과 교수·공학박사

Prof., Dept. of Civil Engrg., Inha Univ., Incheon, 402-751, Korea

*** 인하대학교 토목공학과 교수·공학박사

Prof., Dept. of Civil Engrg., Inha Univ., Incheon, 402-751, Korea

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (3)$$

3. 적용 및 분석

3.1 적용된 시계열 자료의 종류

본 연구에서 사용된 자료는 7개 기상관측소의 관측 일 강수량, 일 최고 기온, 일 최저 기온, YONU GCM의 기후모의를 통해 얻은 모의 일 강수량, 일 최고 기온, 일 최저 기온, 남방진동지수(SOI), 나이테(tree ring), 국내·외의 유출량 자료, three torus 시스템등이며 자세한 내용은 다음과 같다.

- 1) 관측 일 강수량, 일 최고 기온, 일 최저 기온

표 1. 관측자료의 위치와 기간 (from; 한국건설기술연구원 DB)

No	Station	Location		Period of data used	
		Latitude	Longitude	Rainfall	Temperature
1	강릉	37.45	128.54	1960-1999	1960-1999
6	서울	37.34	126.58	1960-1999	1960-1999
4	대전	36.18	127.24	1970-1999	1970-1999
7	전주	35.49	127.09	1960-1999	1960-1999
2	광주	35.08	126.55	1960-1999	1960-1999
5	부산	35.06	129.02	1960-1999	1960-1999
3	대구	35.53	128.37	1960-1999	1960-1999

2) YONU GCM 자료



그림 2. 격자점의 위치

3) 유출량 자료

- ① Great Salt Lake volume(GSL)
- ② 대청댐 유입량
- ③ St. Johns river 일 유출량

4) 나이테(tree ring)

Time Series Data Library :

<http://www-personal.buseco.monash.edu.au/~hyndman/TSDL/>

No	지역	기간	Tree
1	France	1187-1974	Les Merveilles
2	Utha	0000-1989	Mammoth creek
3	Australia	1028-1975	Mount field
4	California	-42-1970	San Gorgonio
5	Colorado	525-1980	MT Goliath

5) Three torus - Chaos system

$$x_i = \sin\left[\frac{3i}{500}\right] + \sin\left[\frac{3\sqrt{2}i}{250}\right] + \sin\left[\frac{9\sqrt{3}i}{500}\right] \quad (3)$$

3.2 적용된 시계열 자료의 도시

다음 그림들은 본 연구에서 이용한 자료들의 자료를 도시한 것으로 그 일부만을 수록하였다.

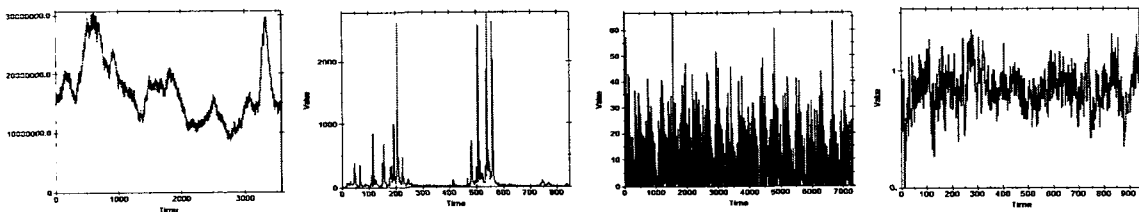
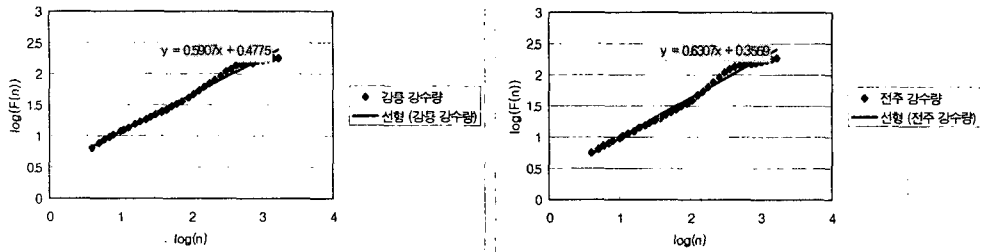


그림 4. G.S.L 용적 그림 5. 대청댐 일유입량 그림 6. GCM 강수량 그림 7. Tree ring(Australia)

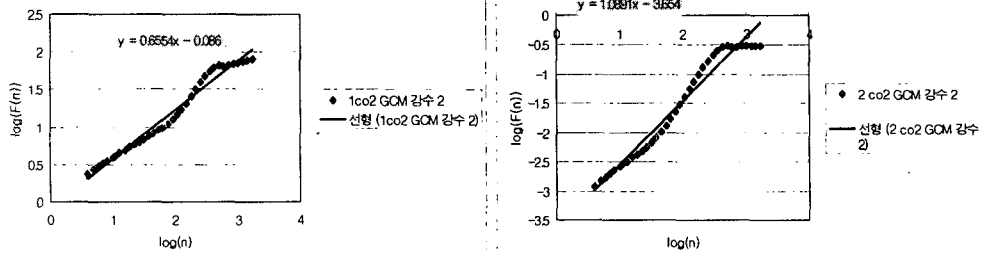
3.3 DFA 분석

다음 그림은 DFA에 대한 분석 결과를 나타낸 것으로 지면 관계상 각각의 자료에 대하여 두 종류만을 수록하였다.

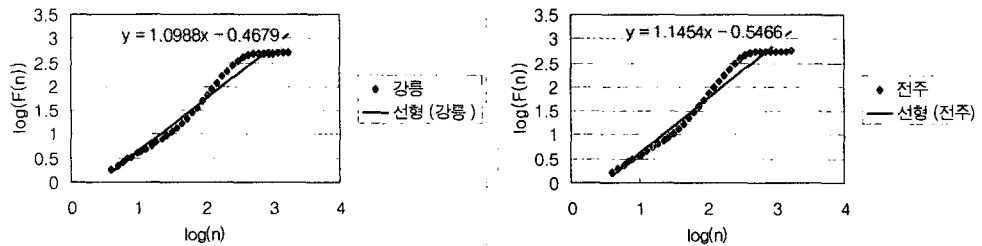
1) 관측 강수량 자료의 DFA 분석 결과



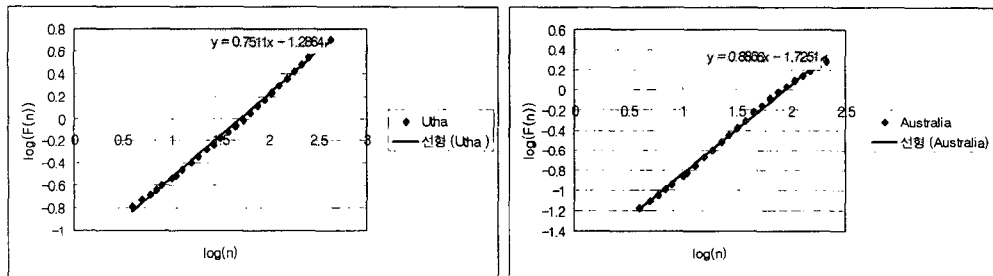
2) 대기순환모형(GCM)모의 강수량 자료의 DFA 분석 결과



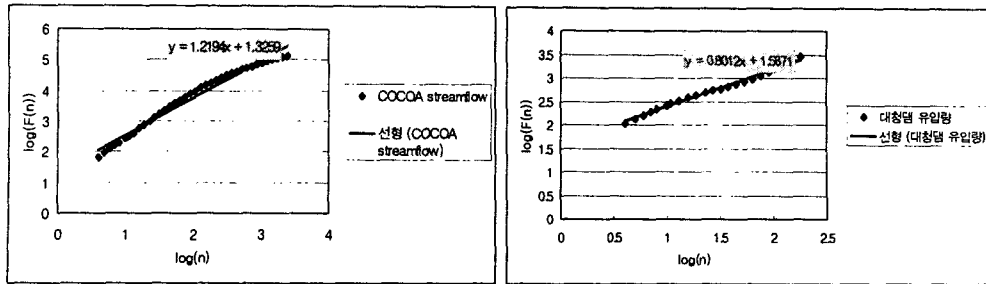
3) 관측 일 최고 기온의 DFA 분석 결과



4) tree ring의 DFA 분석 결과



8) Streamflow의 DFA 분석 결과



3.3 분석 및 고찰

DFA 분석을 통해 각각의 시계열 자료의 Hurst 지수를 산정해 본 결과 관측 강수량의 경우 short term memory의 특징을 나타내었으며, GCM 모형에 의해 모의된 강수량은 1CO2의 경우 대부분의 경우 관측 자료와 유사하게 short term memory의 특징이 보였다. 그러나, 2CO2의 강수량은 long term memory의 특징을 보였다.

일 최고 / 일 최저 기온의 경우 관측치와 GCM 모두 long term memory의 특징을 나타내었다. SOI 자료와 나이테 자료는 5개의 분석 자료 중 1가지를 제외한 나머지는 long term memory의 특징을 나타내었다. 일 유출량의 경우 국내의 자료 모두 long term memory를 나타내었다.

본 연구에서 이용한 COCOA 자료와 GSL 자료는 카오스적 특성을 지니고 있는 실측 자료이며 three torus 또한 카오스 시스템으로, 이 3가지 자료는 다른 자료에 비해 상당히 큰 Hurst 지수를 나타냄을 확인하였다.

3. 결론

본 연구에서 이용한 DFA 방법은 long/short memory의 Hurst 지수를 산정하기에 적합한 방법으로써(표 참조) 본 연구에서는 DFA에 의하여 수문 및 카오스 시계열을 이용하여 Hurst 지수를 산정하였으며 이를 통해 Hurst 현상의 존재를 확인하고자 하였다. 카오스 시스템 자료로 알려져 있는 GSL, COCOA, tree torus는 1.2 이상의 지수값을 갖는 Hurst 현상을 보였으며 이를 통해 어떤 시계열 자료가 카오스 시스템이라면 매우 큰 Hurst 현상을 보일 수도 있음을 추측할 수 있었다. 그러나, 여기서 주의해야 할 점은 모든 Hurst 값이 크다고 해서 모두 카오스 시스템이라고는 확정할 수 없다는 점이다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어 연구개발 사업인 “수자원의 지속적 확보기술 개발사업단”의 연구비 지원(2-2-1)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

4. 참고문헌

김형수, 박진욱, 김중훈(1998), “수문 시계열의 Hurst 현상.”, 대한토목학회논문집, 대한토목 학회, 제 18권, 제 II-6호, pp.571-582

Lo, A. W.(1991). “Long term memory in stock market prices.”, *Econometrica*, Vol. 59, pp. 1279-1313

Kantelhardt, Jan. W.(2001), “Detecting long range correlations with Detrended Fluctuation Analysis.”, (<http://arxiv.org/abs/cond-mat/0102214>)