

불명수를 고려한 하수관거 정비 계획 수립을 위한 수학 모형

이용대(Yongdae Lee)*, 김재희(Jaehee Kim)*, 김승권(Sheung-Kown Kim)*, 김중훈(Joonghun Kim)**

1. 서론

하수도는 하수 및 오수를 하수 처리장으로 이동시켜 정화함으로써 수질 오염을 막도록 하며, 빗물을 빠르게 흘려보내 침수에 의한 재해를 막는 공공 시설물이다. 우리나라의 하수 처리 시스템은 한강종합개발 사업을 시행하면서부터 구축되기 시작 하여 약 20여년이 지났으며, 현재 시점에서 기존 관거의 상당 부분이 시공 불량 및 사용 연한 초과로 빠르게 노화됨에 따라 균열, 단락 등의 불량 요소가 발생하고 있다. 이로 인해 지하수, 계곡수 등 많은 량의 불명수가 유입되어 하수처리 효율을 상당히 떨어뜨리고 있으며, 불명수 유입량에 상응하는 오수가 누출 되어 지하수와 토양 오염 등 환경오염을 일으키고 있다. 또한 수리적인 측면에서 설계 용량 초과에 따른 통수 능력 및 용량의 부족이 나타나고 있다.(정철권,1999) 이와 같은 문제를 해결하고자 최근 들어 관거 조사 및 정비사업이 활발히 수행되고 있지만, 효율적이고 체계적인 하수관거의 개·보수 전략 및 방안 대한 연구는 매우 부진하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 경제적 가치와 불명수 발생량 및 예산 제약 등을 고려한 다중 목적 혼합 정수 계획 모형(Multiple Objective Mixed Integer Programming, MOMIP)을 수립하여 체계적인 하수관거 정비 계획을 수립하고자 하였다. 이를 위하여 하수관거의 정비 비용 및 하수 처리 비용 그리고 침입/침출수(불명수)발생에 따른 환경오염의 상관관계를 고려하여 최적의 경제적 사용연수를 결정하고자 네트워크 흐름 최적화(Network Flow Optimization)모형을 구성하고, 이를 바탕으로 예산 제약 및 하수관거 시스템의 정비 특성을 반영한 혼합 정수계획 모형(Mixed Integer Programming, MIP)을 수립하였다. 또한 다중 목적 계획법(Multiple Objective Optimization)을 적용하여 의사결정자에게 비용과 침입/침출수(불명수)발생에 따른 환경오염 사이의 영향 관계를 보여줌으로써 적절한 하수관거 정비 계획을 선택할 수 있도록 하였다.

2. 모형의 수립

2.1 네트워크 모형

하수관거는 그림 1 과 같이 사용기간이 늘어남에 따라 잔존가치가 줄어들어 감가상각비가 발생하게 되며, 노후화로 인한 균열, 단락 등 불량 요인이 발생하여 유지 보수비가 증가하게 된다. 또한 하수관거의 기능 저하로 인해 불명수의 발생량이 늘어나게 되며, 불명수는 하수처리 비용의 증가와 환경오염을 유발한다. 그러므로 하수관거의 경제적 사용연수는 이와 같은 비용의 상관관계를 적절히 판단하여 결정 되어야 한다.

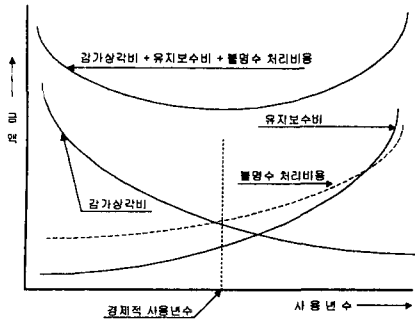
본 연구에서 수립한 네트워크 흐름 최적화(Network Flow Optimization)모형은 그림 2와 같다. 각 시점별 관거의 잔존 수명을 상태 노드(State Node)로 표현하고 교체, 보수, 유지 관리 등 정비 방법에 따른 상태의 이동을 아크(Arc)로 표현하며, 각 아크마다 비용을 부여하여, 전체 네트워크 흐름의 비용 총합이 최소가 되게 하는 정비 계획을 수립하도록 한다. 각 관거의 초기 잔존 수명은 관거의 매설연도, 상태, 불명수 발생량 등을 고려하여 결정한다. 그리고 각 관거의 잔존 수명은 교체, 보수, 유지 관리로 분류된 정비 방법에 따라 증가하거나 감소한다고 가정하고, 이를 아크(Arc)로 표현하였다.

그림 2의 네트워크 모형을 자세히 살펴보면, 상태 노드의 이동은 유지관리, 보수, 교체 중 한 가지 아크를 통하여 이루어진다. 먼저 관거를 교체 할 경우 관거의 잔존 수명은 관거의 이전 상태에 관계없이 최대 사용 수명으로 결정된다. 즉 교체 아크는 상태 노드를 (t,r) 노드에서 $(t+1,R)$ 노드로 이동 시키는 것으로서, 관거를 새로 교체 하거나 전면 보수하여 관거를 새것으로 바꾸는 정비를 의미한다. 한편 관거의 보수는 관거 특성 및 상태에 따라 결정된 보수 공법을 적용하여 잔존 수명이 일정 기간(kp)만큼 증가한다고 가정하였다. 즉 보수 아크는 상태 노드를 (t,r) 노드에서 $(t+1,r+kp)$ 노드로 이동 시킨다. 그리고 유지 관리는 관거를 정비하지 않고 주기적으로 세정 또는 준설 하는 것을 의미하며, 잔존 수명을 한 단위 기간 감소시켜 상태 노드를 (t,r) 노드에서 $(t+1,r-1)$ 노드로 이동 시킨다.

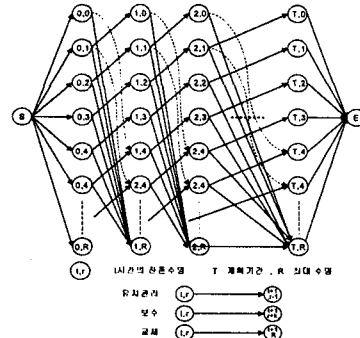
한편 침입/침출수(불명수) 증가에 따라 늘어나는 하수처리 비용은 경제적 가치로 평가할 수 있지만 환경 오염은 경제적 가치로 환산하는데 많은 어려움이 따르게 된다. 이와 같은 환경오염 요소 반영하기 위하여 목적식에 비용 최소화 목적과 함께 불명수 발생량 최소화 목적을 추가 하고, 다중 목적 계획법(Multiple Objective Optimization)을 이용하여 의사결정자에게 비용과 불명수 발생량 사이의 영향 관계를 보여줌으로써 적절한 하수관거 정비 계획을 선택할 수 있도록 하였다.

* 고려대학교 산업시스템정보공학과

** 고려대학교 토목환경공학과



<그림 1> 불명수를 고려한 경제적 관점에서의 관거 가치 평가 개념



<그림 2> 하수관거의 경제적 사용연수 평가를 위한 네트워크 구조

2.2 혼합 정수 계획 모형의 수립

본 연구에서는 수립한 네트워크 모형에 기초하여 예산 제약 및 하수관거 시스템의 정비 특성을 고려한 제약식을 추가하여 혼합 정수계획 모형(Mixed Integer Programming, MIP)을 수립하였다. 수립한 모형은 다음의 목적식과 제약식으로 구성되며, 본문에 설명한 순서대로 각 항목에 해당하는 수식을 부록에 수록하였다.

2.2.3 목적 함수

목적함수는 식(1)과 같으며 비용([유지관리비] + [보수비] + [교체비] - [잔존가치]) 최소화 부분과 환경오염(불명수 가중치 × [불명수 발생량(유지관리, 보수, 교체)에 따른 처리비용]) 최소화 부분으로 구성된다. 그리고 조건부 제약식을 위한 인공 변수에 대한 벌점이 추가되었다.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{T-1} \alpha_t \left(\sum_{r=1}^R cMA_{r,t-1}^p xMA_{r,t-1}^p - cRN_t^p bRN_t^p + cRP_t^p bRP_t^p - \sum_{r=0}^R cLE_r^p xLE_r^p + cA^p bA_r^p \right) \\ & + \beta \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{r=0}^R (cII_r^p xMA_{r,t-1}^p + cII_r^p xRN_{r,t+k}^p + cII_r^p xRP_{r,R}^p) \end{aligned} \quad (1)$$

2.2.4 제약식

(1) 흐름량 보전 제약

네트워크의 흐름량은 네트워크의 아크가 갖는 값으로써, 각 아크는 0과 1중 하나의 값을 갖게 되며, 관거의 유지관리, 보수, 교체를 결정하게 된다. 흐름량 보전 제약은 그림 2의 네트워크 모형에서 각 노드로 들어오는 흐름량과 나가는 흐름량이 같다는 제약식이다. 흐름량 제약식은 모든 노드에 적용되며 시점에 따라 첫 번째 노드, 중간 노드, 마지막 노드로 나누어 표현하였다.

■ 네트워크로 들어오는 총 흐름량

$$\sum_{r=0}^R LS_r^p = 1 \quad \text{for } 1 \leq p \leq P \quad (2)$$

■ 첫 번째 노드 (t=0)

첫 번째 노드에서는 t = 0 시점의 흐름을 표현 한다. 즉 출발 노드에서 첫 번째 노드로 들어오는 흐름과 첫 번째 노드에서 두 번째 노드로 나가는 흐름의 합이 같음을 표현하였다. 이때 출발 노드에서 첫 번째 노드로 들어오는 흐름은 초기 잔존수명 상수에 의해서 결정되는데, 이 상수는 관거의 잔존 수명이 r 일 때 1의 값을 갖는다. 그러므로 p 관거의 평가된 잔존 수명이 3년이면, r=3인 초기 잔존수명 상수가 1의 값을 갖게 되며, (S) 노드에서 (0,3) 노드로의 흐름이 1이 된다.

$$LS_r^p - xRN_{r,t+k}^p - xRP_{r,R}^p = 0 \quad \text{for } r=0, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (3)$$

$$LS_r^p - xMA_{r,t-1}^p - xRN_{r,t+k}^p - xRP_{r,R}^p = 0 \quad \text{for } 0 < r < k_p, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (4)$$

$$LS_r^p - xMA_{r,t-1}^p - xRN_{r,t+k_p}^p - xRP_{r,R}^p = 0 \quad \text{for } k_p \leq r < R - k_p, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (5)$$

$$LS_r^p - xMA_{r,t-1}^p - xRP_{r,R}^p = 0 \quad \text{for } R - k_p \leq r < R, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (6)$$

$$LS_r^p - xMA_{r,t-1}^p = 0 \quad \text{for } r=R, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (7)$$

■ 중간 노드 ($0 < t < T$)

중간 노드는 $0 < t < T$ 시점의 흐름을 표현 한 것으로써 각 노드로 들어오는 흐름과 다음 노드로 나가는 흐름의 합이 같음을 표현하였다.

$$xMA_{r+1,r}^{p,1} - xRN_{r,r+k_p}^p - xRP_{r,r}^p = 0 \quad \text{for } r=0, 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (8)$$

$$xMA_{r+1,r}^{p,1} - xMA_{r,r}^{p,1} - xRN_{r,r+k_p}^{p,1} - xRP_{r,r}^{p,1} = 0 \quad \text{for } 0 < r < k_p, 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (9)$$

$$xRN_{r+k_p,r}^{p,1} + xMA_{r+1,r}^{p,1} - xMA_{r,r}^{p,1} - xRN_{r,r+k_p}^{p,1} - xRP_{r,r}^{p,1} = 0 \quad \text{for } k_p \leq r < R - k_p, 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (10)$$

$$xRN_{r+k_p,r}^{p,1} + xMA_{r+1,r}^{p,1} - xMA_{r,r}^{p,1} - xRP_{r,r}^{p,1} = 0 \quad \text{for } R - k_p \leq r < R, 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (11)$$

$$\sum_{r=0}^R xRP_{r,r}^{p,1} - xMA_{R,R}^{p,1} = 0 \quad \text{for } 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (12)$$

■ 마지막 노드 ($t=T$)

마지막 노드는 $t=T$ 시점의 흐름을 표현 한 것으로써 각 노드로 유지관리, 보수, 교체로 들어온 흐름이 종착노드(E)로 나가게 된다. 이때 마지막 노드에서 종착 노드로의 흐름은 최종 잔존 수명이 되며 그 수명에 따라 잔존 가치가 평가된다.

$$xMA_{r+1,r}^{p,1} - xLE_r^p = 0 \quad \text{for } r=0, t=T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (13)$$

$$xMA_{r+1,r}^{p,1} - xLE_r^p = 0 \quad \text{for } 0 < r < k_p, t=T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (14)$$

$$xRN_{r+k_p,r}^{p,1} + xMA_{r+1,r}^{p,1} - xLE_r^p = 0 \quad \text{for } k_p \leq r < R - k_p, t=T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (15)$$

$$xRN_{r+k_p,r}^{p,1} + xMA_{r+1,r}^{p,1} - xLE_r^p = 0 \quad \text{for } R - k_p \leq r < R, t=T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (16)$$

$$\sum_{r=0}^R xRP_{r,r}^{p,1} - xLE_R^p = 0 \quad \text{for } t=T, \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (17)$$

■ 네트워크를 나가는 총 흐름량

$$\sum_{r=0}^R xLE_r^p = 1 \quad \text{for } 1 \leq p \leq P \quad (18)$$

(2) 조건부 제약식

조건부 제약식은 관거를 보수 한 직후에는 교체 하지 않고 다시 보수 하는 것을 막아 주는 제약식이다. 본 연구에서 제시한 모형은 장기 계획 모형으로서 비용이 적게 든다는 이유로 관거의 계속된 보수가 결정되는 것을 방지하기 위하여 이 제약식을 추가하였다.

$$bRN_r^p = \sum_{k=0}^R xRN_{r,r+k_p}^{p,1} \quad \text{for } 0 \leq t \leq T \text{ and } 0 \leq p \leq P \quad (19)$$

$$bRP_r^p = \sum_{r=0}^{R-1} xRP_{r,r}^p \quad \text{for } 0 \leq t \leq T \text{ and } 0 \leq p \leq P \quad (20)$$

$$bST_r^p = 1, \quad \text{for } 0 \leq p \leq P \quad (21)$$

$$bST_r^p = bST_{r-1}^p + bRP_r^p - bA_r^p - bRN_r^p \quad \text{for } 0 < t \leq T \text{ and } 0 \leq p \leq P \quad (22)$$

(3) 예산 제약

예산 제약은 각 시점별로 유지관리, 보수, 교체 비용이 예산을 초과 할 수 없음을 정하는 제약식이다.

$$a_t \left(\sum_{r=0}^R cMA_{r,r}^{p,1} + xMA_{r,r}^{p,1} + cRN_r^p bRN_r^p + cRP_r^p bRP_r^p \right) \leq B_t \quad \text{for } 0 \leq t < T, \text{ for } 0 \leq p \leq P \quad (23)$$

(4) 이진 변수 제약

$$\text{All Variables are } \{0,1\} \quad (24)$$

3. 모형의 적용 및 사례연구

본 연구에서는 서울시 6배수구역의 16개 배수분구 중 A, B, C, D의 4개 배수분구에 대하여 20년간의 하수관거 정비 계획을 수립한다는 가정 아래 본 연구에서 개발한 모형을 적용해 보았다.

모형 수행 결과는 그림 3~5 와 같다. 먼저 그림 3은 연도별 교체 관거 수에 대한 결과로써 연간 정비예산별로 나타낸 결과이다. 그림 3을 보면 관거의 교체는 관거의 노후화와 여러 결함으로 인하여 초기에 많이 일어남을 알 수 있으며, 연간 정비 예산이 줄어들에 따라 관거 교체 예산의 부족으로 다음기간으로 교체시기를 늦추는 것을 알 수 있다. 그리고 그림 4는 연도별 보수 관거 수에 대한 결과로써 연간 정비 예산별로 나타낸 결과이다. 그림 4를 보면 관거의 보수는 초기에 많이 일어남을 알 수 있으며, 교체보다는 연간 정비 예산에 영향을 적게 받음을 알 수 있다. 즉 연간 정비 예산이 적을 때는 교체보다는 보수를 먼저 하는 결과를 보임을 알 수 있다.

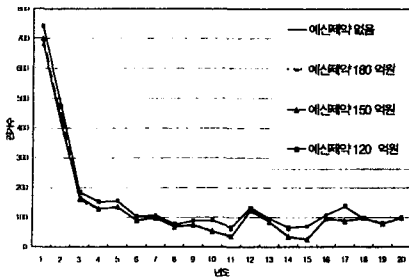


그림 3. 연도별 교체 관거 수 (예산 별)

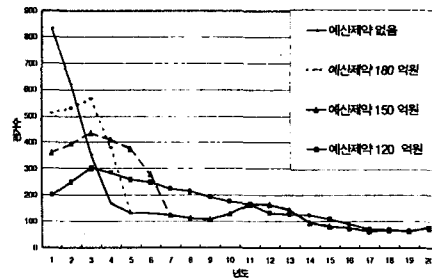


그림 4. 연도별 보수 관거 수 (예산 별)

그림 5는 연간 정비 예산에 따른 총 비용으로써, 정비 비용과 불명수 처리 비용을 포함한 비용결과이다. 그림 5를 보면 연간 정비 예산이 늘어남에 따라 관거의 정비를 적절한 시기에 하지 못하게 되므로 불명수 처리 비용을 포함한 총 비용이 증가함을 알 수 있다.

본 연구에서는 비용 최소화 목적에 1의 가중치를 부여하고, 불명수 최소화 목적에 양의 가중치를 부여한 후 서로 더하여 단일 목적 함수를 구성하고, 이 목적 함수를 풀어 해를 도출 하였다. 이 때 불명수 최소화 목적에 부여된 양의 가중치를 바꾸어 가며 문제를 풀어 그림 6에 나타낸 것과 같은 여러 해를 도출 하였다. 그림 6은 불명수 최소화 가중치(1)를 0.5 ~ 4까지 변화 시켜 가며 얻은 결과로써, 총 정비 비용이 늘어남에 따라 불명수 발생량이 감소함을 알 수 있다. 의사결정자는 그림 6의 결과를 보고 정비 비용과 불명수 발생량 사이의 상관관계를 판단하여, 적절한 해를 선택하고, 그 해에 해당하는 가중치를 적용하여 하수관거의 정비 계획을 수립하게 된다.

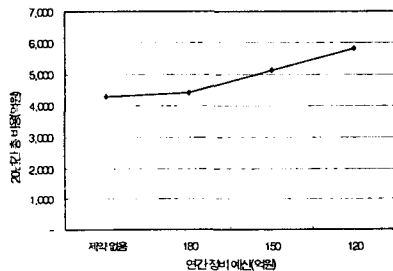


그림 5. 연간 예산에 따른 20년간 총 비용 변화

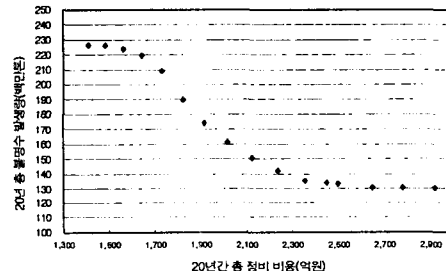


그림 6. 불명수 발생 가중치 변화에 따른 관거정비 비용과 불명수 발생량 관계

4. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는 효율적인 하수관거 정비 계획 수립을 위하여 다중 목적 혼합 정수계획 모형(MOMIP)을 개발하였으며, 이 모형을 적용하여 하수관거의 정비 방법과 정비시기에 대한 결과 및 예산이 전체 비용과 계획에 미치는 영향을 제시 하였다. 그리고 비용요소 뿐만 아니라 환경오염 요소를 함께 고려하기 위하여 비용과 불명수 발생량 사이의 영향 관계를 보여줌으로써 의사결정자가 적절한 하수관거 정비 계획을 선택 할 수 있음을 보여 주었다.

본 연구에서 제시한 모형은 하수관거의 사용 연수와 상태에 따른 적절한 잔존 수명의 평가와 보수 공법에 대한 선정을 전제로 하였으며, 이 결과는 모형 결과에 많은 영향을 주게 된다. 그러므로 좀더 정확한 결과를 도출하기 위해서는 관거의 상태 평가 방안 및 보수 공법 선정 방안에 대한 보다 체계적인 연구가 요구된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구의 연구과제(과제번호 : R01-2001-00474)에 의해 수행 되었기에 이에 감사드립니다. 그리고 모형 개발 및 수행에 사용된 ILOG 소프트웨어를 고려대학교에 기증해 주신 KSTEC에 감사드립니다.

참고문헌

정철권, 박규홍 (1999). “하수관거 정비의 필요성 및 추진 방법”, 대한토목학회지 제47권 제11호, pp.5-11.
서울특별시(1998) “하수관거조사 및 정비기본계획 보고서(불광배수구역)”