레이더 강우장의 통계적 자기유사특성

강부식[1)]

1. 서론

강우예측을 위한 기후모형의 격자간격은 모형에 따라 차이는 있지만 대략 100-300Km 정도이며, 2차원 평면과 종방향의 성층화된 구조를 함께 고려하여 3차원해석을 하기 때문에 쉽게 모형의 해상도를 좁히기가 어렵다. 강우는 다른 기상변수와는 달리 대개의 경우 물리적인 접근에서 벗어난 매개변수방법(Parameterization)을 이용하여 계산이 되므로 해상도를 높이면 해의 정밀도는 높아지지만 그에 비례한 정확도의 향상은 쉽게 기대할 수 없다. 또한 강우는 GCM 격자 내부에서의 상당한 공간적 변동성이 존재하기 때문에 GCM강우를 이용하여 수문학적 유출해석을 할때에는 다운스케일링(Downscaling)기법등을 통하여 강우의 실제적 공간/시간 변동성이 우선 구현되어야 한다. 특히 통계적 다운스케일링의 경우 대상지역강우의 자기유사특성의 스케일불변특성이 확인되면 매개변수의 수를 상당히 줄일 수 있어, 효율적인 다운스케일링 모형구축이 가능해진다. 본 논문에서는 미NASA의 GHRC(Global Hydrology Resource Center)에서 제공하는 1997년 6월에서 8월까지의 2*2㎞ 해상도의 일누적 NEXRAD강우자료를 사용하여 자기유사특성을 분석하고, 이러한 특성이 다운스케일링에 효과적으로 적용될 수 있음을 보여줄 것이다.

2. 자기유사성에 의한 스케일링 특성

자기유사성은 나무나 하천형상등 수지구조상의 자연형상에서 발견되는 기하학적 대칭구조로서, 클러스터를 구성하며 외부의 대규모 작용(Large-scale forcing)으로부터 영향을 받아 분포하는 구름이나 강우등 비평형개방계에도 적용되어 왔다(Lovejoy and Schertzer, 1985). 비평형개방계의 자기유사특성을 이용한 스케일링은 통계적으로 표현되는데, 가장 단순한 형태는 다음과 같이 모노프랙탈특성을 이용한 단순스케일링(simple scaling)이다.

$$R_{\lambda} \overset{dist}{=} \lambda^{\theta(q)} \cdot R_{o} \quad \text{------------------------(1)}$$

여기서 R : 강우량, λ:스케일비,

θ:스케일지수, q:모멘트차수

(1)식은, 스케일비,λ,를 갖는 강우장의 강우확률분포는 원강우장과 $\lambda^{\theta(q)}$로 표시되는 스케일함수의 곱에 대한 강우확률분포와 같다는 것을 의미한다. 여기서 스케일함수는 여러 가지 형태를 상상할 수 있지만, 2

1) 한국수자원공사 수자원연구소

차원 격자강우의 기하학적 특성을 고려(Over, 1995)한다면 $\lambda^{\theta(q)}$가 가장 보편적인 형태가 된다. (1)식으로 표현되는 어떤 강우장이 모노프랙탈특성을 지니려면 다음과 같은 특성을 지녀야 한다. 즉,

i) q차의 강우모멘트와 λ 간에 log-log선형관계가 성립해야 한다. 즉,

$$\log <R_{\lambda}^{q}> = -q \cdot \theta(q) \cdot \log\lambda + \log <R_{o}^{q}> \quad \text{--------------------(2)}$$

여기서 $< \cdot >$:앙상블모멘트

ii) log-log곡선의 기울기의 선형적인 변화율이 모멘트차수,q, 의 함수로 표현되어야 한다. 즉,

$$\theta(q) = aq + c$$

Kang등(2002)은 미NASA의 GHRC(Global Hydrology Resource Center)에서 제공하는 NEXRAD강우자료를 분석한결과 모노프랙탈특성이 확인되었다 (그림1,2). 분석에 사용된 자료는 1997년 6월에서 8월까지의 2*2Km 해상도의 일누적 격자형태의 radar강우자료로서 공간적으로는 미중부 로키산맥동부의 512×512㎞의 지역을 대상으로 한다. 6월에서 8월까지 전일에 걸쳐 그림1과 같은 log-log특성을 관찰 할 수 있었으며, 그중 7월1일부터 10일까지 열흘간에 걸쳐 log-log기울기와 모멘트차수(q)관계를 그려보면 그림2와 같은 선형곡선을 얻을 수 있으며, 그 형태또한 일간편차가 크지 않음을 알 수 있다. 다만, 그림1에서 정확하게 직선기울기를 얻을 수 있는 구간은 대략 32㎞스케일 이하구간이고 그이상의 스케일은 비선형거동을 보임을 알 수 있다. 따라서 본 모노프랙탈 특성은 32㎞이하의 스케일에 제한적으로 적용되어야 한다.

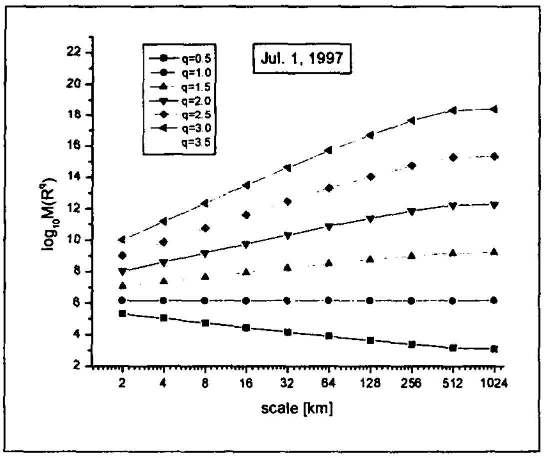

그림1. 강우량과 스케일사이의 log-log관계

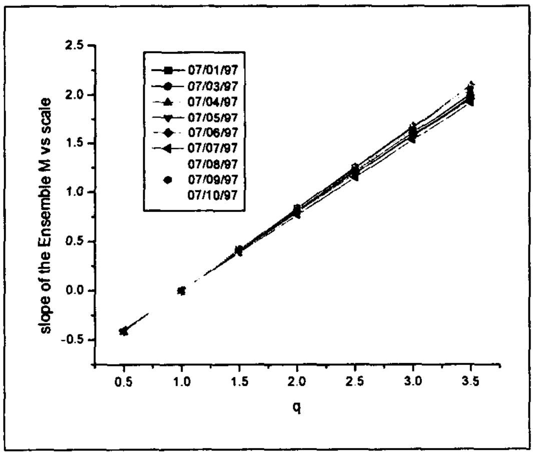

그림2. NEXRAD강우자료의 모노프랙탈 특성

3. 대규모 강우장의 축척간 자기유사구조 및 스케일링

축척간의 자기유사구조는 다음과 같은 축차(cascade)방정식으로부터 유도될 수 있다. 다운스케일링의 경우 윈스케일의 강우강도를 r_0라하고 가지수(branching number)를 2로하여 축차적으로 스케일을 줄여나가면 n번째 축차에서 격자방(Δ_n^i)에서의 강우강도, $r(\Delta_n^i)$ 는:

$$r(\Delta_n^i) = r_0 \prod_{j}^{n} {}_1 W_j(i) \quad \text{-------------------------------(3)}$$

여기서 W는 0과 1값을 갖는 birth-death과정을 따르는 cascade generator

로 표시된다. 이를 질량의 항, $m(\Delta_n^i)$,으로 다시표현하고 이에대한 앙상블모멘트를 취한후 정리하면 다음과 같다.

$$\log_b < M_n(q) > = -d(\log_b < W^q > -(q-1) >) \log_b \lambda_n + q log_b(r_0 l_0^d) \quad \text{-------- (4)}$$

여기서 d=공간차원

식(4)는 식(2)와 유사한 형태를 갖게 되는데, 이의 프랙탈특성은 W의 확률적특성에 좌우된다. Over(1995)는 강우공간분포상의 클러스터형성과 자기유사성을 재현하기위하여 W를 cluster generator(B)와 gradient generator(Y)의 조합으로 구성하였다. 이때의 W는 다음과 같은 분포를 갖게된다.

$$P(W=0) = 1 - b^{\beta} \quad \text{그리고} \quad P\left(W = b^{\beta} Y = b^{\beta \frac{\varepsilon^2 \ln b}{2} + \varepsilon X}\right) = b^{\beta} \quad \text{--------- (5)}$$

여기서 X : 표준정규확률변수, β와 ε: 매개변수

식(5)를 이용하여 식(4)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\log_b < M_n(q) > = -d\left((\beta - 1)(q-1) + \frac{\varepsilon^2 \ln b}{2}(q^2 - q)\right) \log_b \lambda_n + q log_b r_0 \quad \text{------- (6)}$$

(2)식과 (6)식을 비교하면 스케일지수에 대하여 다음과 같은 q에 관한 1차방정식을 얻을 수 있고, 모형이 모노프랙탈특성을 표현할 수 있음을 알 수 있다.

$$\theta(q) = d\left[\varepsilon^2(\ln b) q - \frac{\varepsilon^2(\ln b)}{2} + (\beta - 1)\right] \quad \text{------------------ (7)}$$

앞서 언급했듯이 다운스케일링에서 강우장의 자기유사특성을 이용하는 가장 큰 장점은 모형의 매개변수를 줄일 수 있다는 것이다. Over(1995)가 제시한 cluster generator의 매개변수인 β를 이용하면 스케일간 강우면적의 분포를 간단히 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\beta} = -\frac{\log_b f_r}{n} \quad \text{------------------------------ (8)}$$

여기서 f_r : n번째 축차수준(관측 스케일)에서의 강우면적비

β를 이용하면 i번째 축차수준에서의 강우면적 분포는 (5)식을 축차적으로 적용하여 어떤 격자방에서 비가 내릴 확률인 $P(W=1) = b^{i\beta}$ 로 표시되고 n번째 축차수준에서의 강우면적 분포는 $P(W=1) = b^{n\beta}$ 가 된다. 한편, β는 강우분포로부터 기하학적으로 유도될 수 있지만, 물리적으로 보면 전체강우장의 강우강도와 상관관계가 있다(그림3). 이는 실제 다운스케일링에서 β를 이용하는데 매우 중요한 특성이다. 그림4는 업스케일링된 NEXRAD로부터 inversion기법에 의하여 모의된 강우장(Kang, 2002)에서의 자기유사매개변수, β,값이 관측된 NEXRAD강우장의 β값을 효과적으로 재현하고 있음을 확인할 수 있다.

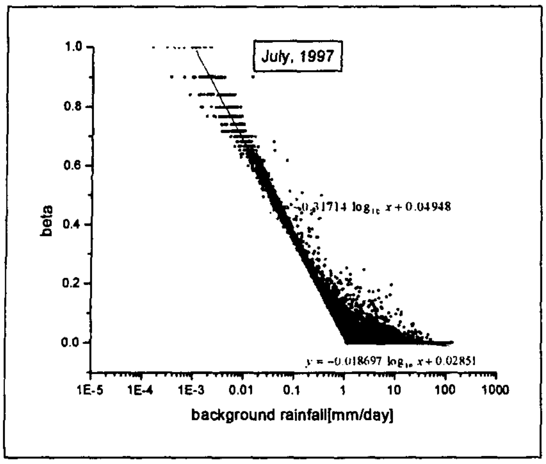

그림3 대규모작용(Large-scale forcing)과 β 관계

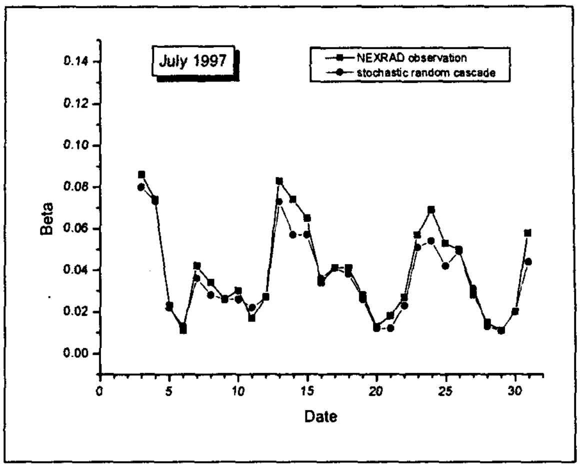

그림4 관측강우장과 모의강우장에서의 β 비교

4. 결론

NEXRAD강우자료를 미중부내륙의 1024×1024㎢를 대상으로 적용한 결과, 강우의 공간적분포가 모노프랙탈특성을 지니고 있음을 보여주며, 이러한 자기유사특성을 이용하면 적은 수의 매개변수를 이용한 다운스케일링모형의 구축이 가능해짐을 확인할 수 있었다. 다만, β는 평균강우량뿐만아니라 표고등 산지에서의 orographic특성도 예상되므로 향후 이에 대한 추가적연구가 필요하리라 판단된다.

5. 참고문헌

Kang, B. and, J.A. Ramirez, 2001: Comparative study of the statistical features of random cascade models for spatial rainfall downscaling, 21st Annual AGU Hydrology Days, Apr. 2-5, Colorado State University, Ft. Collins, Colorado

Kang, B. and J.A. Ramirez, 2002: Stochastic Space-Time Inversion Scheme for NEXRAD Precipitation, 3rd US-Korea joint workshop on Storm and Mesoscale Weather Analysis and Prediction, Feb. 20-22, NCAR, Boulder, Colorado

Lovejoy and Schertzer, 1985: Generalized scale invariance in the atmosphere and fractal models of rain. *Water Resour. Res.* **21**(8), 1233-1250

Over, T.M., 1995: Modeling Space-Time Rainfall at the Mesoscale using Random Cascade. Ph.D. Thesis, Univ. of Colorado, Boulder