

흐름과 하상의 연계 정도에 따른 하상변동 해석모형의 비교

최성욱¹, 오한승규², 오동원³

1. 서론

자연하천은 형상이 고정되어 있지 않고 물과 유사가 이동하면서 끊임없이 평형상태를 찾아가며, 이 과정에서 하상과 흐름이 변하게 된다. 하천의 흐름 및 하상변동을 예측하기 위한 모형은 흐름과 유사의 연계 정도에 따라 완전연계모형 (FCM: fully coupled model), 준연계모형 (SCM: semicoupled model), 그리고 비연계모형 (DM: decoupled model)으로 나뉜다. 완전연계모형은 물과 유사의 혼합물에 대한 연속방정식과 운동량방정식, 그리고 하상토 보존방정식 (bed sediment conservation equation)을 동시에 해석함으로써 하상과 흐름의 상호작용을 고려하는 방법이다. 비연계모형은 가정에 의해 계산간격인 Δt 동안 흐름과 하상의 연계성을 무시하고 서로 분리하여 해석하는 방법이다. 이와 같은 비연계모형은 비물리적 가정에 근거하고 있으나, 수치모의 비용이 저렴하고 신뢰도 있는 결과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 준연계모형은 완전연계모형과 비연계모형의 중간형태로서, 흐름과 유사에 대한 방정식을 분리하여 해석하지만 Δt 동안 흐름과 하상의 상호작용을 반영할 수 있는 모형이다.

하천에서의 흐름과 하상의 변동을 수치모의 하기 위한 다양한 연구가 과거부터 수행되어 왔다. Lyn (1987)은 비연계모형이 임의의 경계조건, 또는 초기조건을 만족시킬 수 없으며, 경계조건으로 급격한 변화가 주어질 경우 완전연계모형에 의한 해석이 필요함을 수학적으로 보인 바 있다. Saiedi (1997)는 경계조건이 부정류인 경우 비연계모형의 사용이 부적절함을 수치모의 실험을 통해 밝혔다. Kassem과 Chaudhry (1998)는 수치모의를 통해 준연계모형이 계산의 안정성과 결과 측면에서 완전연계모형에 못지 않음을 주장하였다. Cao 등 (2002)은 특성선법을 사용하여 완전연계모형을 수치모의 하였고, 방정식에서 항을 생략하여 발생하는 오차의 영향과 비연계모형과의 차이를 살펴보았다.

본 연구에서는 완전연계모형, 준연계모형, 그리고 비연계모형에 대한 수치모의를 통하여 각 모형의 계산 시간 및 결과를 비교하였다. 또한 계산의 수렴에 요구되는 계산 시간간격 Δt 를 살펴봄으로써 각 모형의 안정 조건에 대한 고찰을 수행하였다. 세 모형의 비교 결과 완전연계모형은 가장 큰 계산비용이 요구되지만 수렴에 필요한 Δt 의 범위가 넓어서 이러한 문제를 어느 정도 극복할 수 있는 것으로 나타났다. 따라서 흐름 및 하상변동의 물리적 현상을 가장 정확하게 묘사하고 있는 완전연계모형의 사용이 권장된다.

2. 지배방정식 및 수치모형

물과 유사의 혼합물에 대한 연속방정식과 운동량방정식은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \left(gh - \frac{q^2}{h^2} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} + gh \frac{\partial z}{\partial x} + ghS_f = 0 \tag{2}$$

여기서 $t, x =$ 시간과 공간 좌표계, $h =$ 수심, $q =$ 단위 폭 당 유량, $z =$ 기준면으로부터의 하상고, $S_f =$ 마찰경사, 그리고 $g =$ 중력가속도이다. 시간에 따른 하상고의 변동은 다음의 하상토 보존방정식 혹은 Exner 방정식을 해석하여 예측할 수 있다.

¹ 연세대학교 사회환경시스템공학부 부교수 (E-mail: schoi@yonsei.ac.kr)

² 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정 (E-mail: skhan77@yonsei.ac.kr)

³ 연세대학교 대학원 토목공학과 석사과정 (E-mail: 5dongwon@daum.net)

$$(1-p)\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial(ch)}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

위 식에서 c = 단위 체적당 유사농도, q_s = 단위 폭 당 유사량 (= $c \times q$), 그리고 p = 공극률을 의미한다. 위의 지배방정식을 완결시키기 위하여, 식 (2)에서의 마찰경사와 식 (3)의 유사량 산정을 위한 공식이 필요하다. 마찰경사를 계산하기 위한 방법으로 다음의 Darcy-Weisbach 공식을 사용하였다.

$$S_f = \frac{f q^2}{8gh^3} \quad (4)$$

여기서 f = 마찰계수이다. 또한 유사량 산정을 위한 공식은 다음 식을 사용하였으며, 이와 같은 거듭제곱 형태의 유사량 공식은 Soni 등 (1980)에 의해 사용된 바 있다.

$$q_s = \gamma \phi a^{n+1} R^b \quad (5)$$

위 식에서 ϕ , R = 무차원의 단위 폭 당 유량 및 수심이며, γ , a , b = 하상 재료의 특성을 반영하는 매개변수로 γ 의 단위는 m^2/s 이다. 식 (5)에서 유량과 수심은 각각 $1 m^2/s$ 와 $1 m$ 를 사용하여 무차원화 되었다. 유사량 공식 (5)를 하상토 보존방정식 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$(1-p)\frac{\partial z}{\partial t} + a\frac{ch}{q}\frac{\partial q}{\partial t} + (b+1)c\frac{\partial h}{\partial t} + b\frac{cq}{h}\frac{\partial h}{\partial x} + (a+1)c\frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

본 연구에서는 지배방정식을 해석하기 위한 수치모의 기법으로 Preissmann 4점 음해법을 사용하였다. Preissmann 4점 음해법은 고정상의 부정류 해석에 널리 사용되는 기법이다 (Abbott, 1979). 함수 F 는 Preissmann 4점 음해법에 의해 다음과 같이 근사화된다.

$$F = \theta[\phi F_{i+1}^{n+1} + (1-\phi)F_i^{n+1}] + (1-\theta)[\phi F_{i+1}^n + (1-\phi)F_i^n] \quad (7)$$

위에서 n , i = 시간과 공간에 대한 계산 격자의 절점을 의미하며, ϕ , θ = 공간과 시간에 대한 가중치로서 0과 1사이의 값을 갖는다. 이러한 가중치는 수치모의 기법의 정확도와 감쇠효과에 영향을 주게 된다.

본 연구에서는 완전연계모형과의 비교를 위하여 준연계모형과 비연계모형을 함께 개발하였다. 준연계모형 및 비연계모형에서 천수방정식의 해석은 완전연계모형과 같은 Preissmann 4점 음해법을 적용하였으며, 하상토 보존방정식의 이산화는 Backward Euler 기법을 사용하였다. 또한 비선형 방정식의 해석을 위하여 Newton-Raphson 기법을 이용하였다.

각 모형의 수치모의 절차를 살펴보면 완전연계모형은 위의 방정식 (1) - (3)을 연립하여 동시에 해석하는 것을 의미한다. 따라서 계산 시간간격 Δt 동안 흐름과 하상은 서로의 변화에 따른 영향을 주고 받게 되며, 다음 계산시간 단계로 옮겨가기 전에 안정된 흐름과 하상에 도달할 때까지 수렴된다. 이와 달리 비연계모형은 천수방정식을 해석한 후 그 결과를 이용하여 하상토 보존방정식으로부터 하상의 변동량을 구하게 된다. 따라서 다음 계산시간 단계 초기에 흐름은 이미 변화된 하상에 적응하는 과정을 거쳐야 하며, 이로 인해 수치모의에 불안정성이 유발될 수 있다. 준연계모형은 두 과정의 절충형태로 흐름과 하상을 분리하여 해석하되 다음 계산시간 단계로 진행하기 전에 흐름과 하상을 수렴시키게 되며, 이러한 과정을 통해 흐름과 하상의 상호작용을 반영할 수 있다.

3. 수치모형의 적용 및 비교

본 연구에서는 수로 상류단에 유사 농도를 조절하여 유사의 유입량을 증가시키는 경우에 대한 수치모의를 수행하였다. 수치모의는 Soni 등 (1980)의 실험과 동일한 조건하에서 실시하였고, 계산결과를 실험측정치와 비교하였다. 실험은 폭 0.2 m, 길이 30 m, 그리고 하상경사 0.00356인 수로에서 수행되었으며, 유입 유사와 하상토의 평균 직경은 동일하게 0.32 mm이고 하상토의 공극률은 0.4이다. 마찰계수 $f = 0.0872$ 이며, 적용된 유사량 산정공식의 매개변수는 $\gamma = 0.00145 m^2/s$, $a = 4.0$, 그리고 $b = -5.0$ 이다 (Soni 등, 1980). 초기의 유량과 수심은 각각 $0.02 m^2/s$ 와 $0.05 m$ 이며, 하상은 평형상태를 유지하였다. 경계조건으로 흐름에 대한 변화는 없으며 유입유사량은 초기 평형유사량의 5배가 공급되었다. 이러한 경계조건은 상류단에서 모의 초기에 급격한 하상변동을 발생시킨다. Preissmann 기법에서 공간과 시간에 대한 가중치 ϕ 와 θ 는 각각 0.5와 0.6을 사용하였다.

그림 1(a)는 $\Delta x = 0.1 m$ 와 $\Delta t = 0.1$ 초인 경우에 대하여 40 분까지 수치모의된 결과를 비교한 것이다. 격자의 크기는 Courant 수를 1로 만족시키도록 결정하였다. 그림에서 보는 바와 같이 세 개의 모형에 의한 결과들은 거의 일치하며, Soni 등 (1980)에 의해 수행된 실내실험과도 매우 근접하였다. 하상변동의 수치모의

에서 계산결과는 모형에 관계없이 충분한 시간이 경과한 후에 평형상태로 수렴하게 되며 현재의 결과는 이러한 현상을 반영한 것으로 판단된다. 각 모형의 계산시간은 완전연계모형이 준연계모형에 비해 약 2.25 배, 그리고 준연계모형이 비연계모형 보다 약 2 배 가량 더 소요되는 것으로 나타났다.

그림 1(b)는 $\Delta x = 0.1$ m와 $\Delta t = 1.0$ 초인 경우에 대한 수치모의 결과를 비교한 것이다. 이 경우 Courant 수는 10이며, 비연계모형과 준연계모형은 수치해의 불안정성으로 인해 각각 15.3 분과 12.3분까지 모의가 가능하였다. 완전연계모형과 준연계모형, 또는 비연계모형 사이의 수치모의 안정조건에 대한 차이는 각 모형이 다른 모의 절차를 갖기 때문인 것으로 판단된다. 즉 준연계모형과 비연계모형이 완전연계모형과 달리 하상도 보존방정식을 분리하여 해석하면서 수치모의에 불안정성을 가져왔을 가능성이 있다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해서는 준연계모형이나 비연계모형을 사용하여 하상변동을 모의할 경우 하상도 보존방정식에 수치진동을 감쇠시킬 수 있는 적절한 수치모의 기법의 도입이 필요할 것이다. 또한 이러한 결과는 완전연계모형의 계산시간이 오래 걸리는 단점이 큰 문제가 되지 않을 수 있음을 시사한다. 완전연계모형은 다른 모형들 보다 더 넓은 안정조건 범위를 갖기 때문에 큰 계산시간 간격 Δt 를 사용함으로써 계산비용을 줄일 수 있다.

그림 2(a)와 (b)는 각각 $\Delta t = 0.1$ 초와 1.0 초인 경우 준연계모형과 비연계모형의 시간에 따른 완전연계모형과의 오차 (L_1)를 비교하여 나타낸 것이다. 그림 2(b)에서는 준연계모형과 비연계모형이 계산 가능한 시점까지의 오차만을 도시하였으며, 비연계모형의 경우 수치진동의 영향으로 오차가 급격히 증가하다가 계산이 종료된 것을 확인할 수 있다. 수치모의 결과의 오차는 다음과 같은 방법을 사용하여 산정하였다 (Cao 등, 2002).

$$L_1 = \frac{\sum_x \text{abs}[\{z(x,t) - z(x,0)\} - \{z(x,t) - z(x,0)\}_{FCM}]}{\sum_x \text{abs}[z(x,t) - z(x,0)]_{FCM}} \quad (8)$$

위의 식에서 오차 (L_1)는 영에 가까울수록 완전연계모형과 일치하는 것을 의미한다. Saiedi (1994)는 하상변동 해석에서 다른 모의조건이 동일할 경우 완전연계모형은 실제 자연현상과 가장 가까운 모형임을 밝힌 바 있다. 그림 2(a)와 (b)에서 두 모형의 오차는 모의 초기에 큰 값을 가지며, 시간이 경과함에 따라 감소하는 것을 볼 수 있다. 이것은 모의초기 상류단에 고농도의 유사가 유입되기 시작하면서, 하상에서 급격한 변화가 발생되었다가 점차 평형상태에 도달하는 현상과 관련이 있다. 특히 초기에 식 (1)에서 하상의 시간에 따른 변화율을 나타내는 항 ($\partial z / \partial t$)이 큰 값을 가질 것으로 예상되나, 준연계모형과 비연계모형의 지배방정식에서는 이 항이 생략된다. 따라서 하상의 변화가 급격하게 발생하는 경우 준연계모형과 비연계모형을 사용한 수치모의는 부적합함을 알 수 있다. 또한 준연계모형과 비연계모형의 오차는 거의 일치하는 현상을 보여주었다. 이것은 계산비용 및 정확성의 측면에서 볼 때 준연계모형이 비연계모형에 비해 큰 이점을 갖지 못함을 의미한다.

4. 결론

상류단에 고농도 유사유입으로 급격한 하상변동이 발생하는 경우에 대한 수치모의를 수행하였으며, 완전연계모형, 준연계모형, 그리고 비연계모형에 대한 결과 및 오차를 비교하였다. 이러한 연구로부터 다음의 결과들을 도출할 수 있었다.

- (1) 완전연계모형은 계산시간이 오래 걸리는 문제점이 있으나 다른 모형에 비해 넓은 안정조건 범위를 가지므로 이러한 단점을 극복할 수 있다.
- (2) 준연계모형은 수식이 간략하여 구성이 용이한 장점이 있으나 수치모의 비용과 정확도 측면에서 고려해 볼 때 비연계모형의 대안으로서는 부적합하다.
- (3) 하상의 변화가 급격하게 변하는 경우 완전연계모형에 의한 수치모의가 필요하며, 따라서 향후 완전연계모형에 대한 연구가 활성화되어야 한다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(M1-01-KI-01-0001-02-K09-01-011-1-0)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- Abbott, M.B. (1979). *Computational Hydraulics*. Pitman, London, United Kingdom.
- Cao, Z., Day, R., and Egashira, S. (2002). "Coupled and decoupled numerical modeling of flow and morphological evolution in alluvial rivers." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 128(3), 306-321.
- Kassem, A.A. and Chaudhry, M.H. (1998). "Comparison of coupled and semicoupled numerical models for alluvial channels." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 124(8), 507-514.
- Lyn, D. (1987). "Unsteady sediment-transport modeling." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 113(1), 1-15.
- Saiedi, S. (1994). "Numerical and experimental studies of unsteady water and sediment flow in open channels." Ph.D. thesis, School of Civil Engineering, University of New South Wales, Australia.
- Saiedi, S. (1997). "Coupled modeling of alluvial flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 123(5), 440-446.
- Soni, J., Garde, R., and Raju, K. (1980). "Aggradation in streams due to overloading." *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, 106(HY1), 117-132.

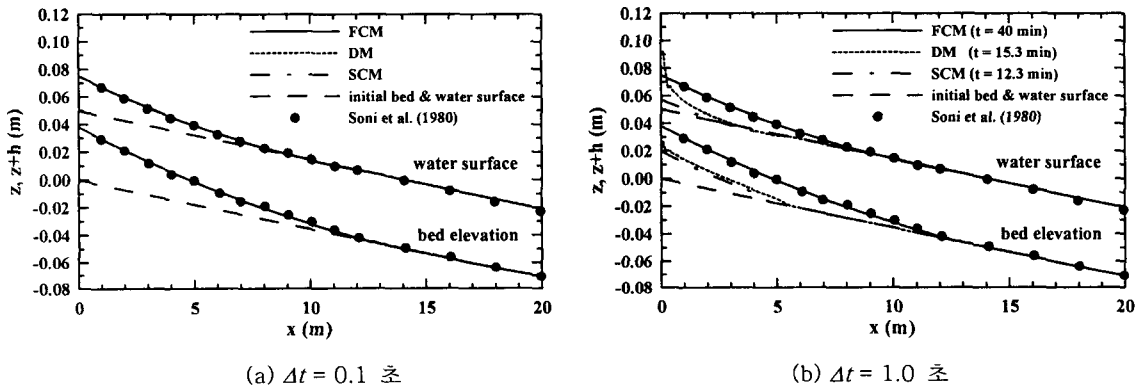


그림 1. 모형의 수치모의 결과 비교

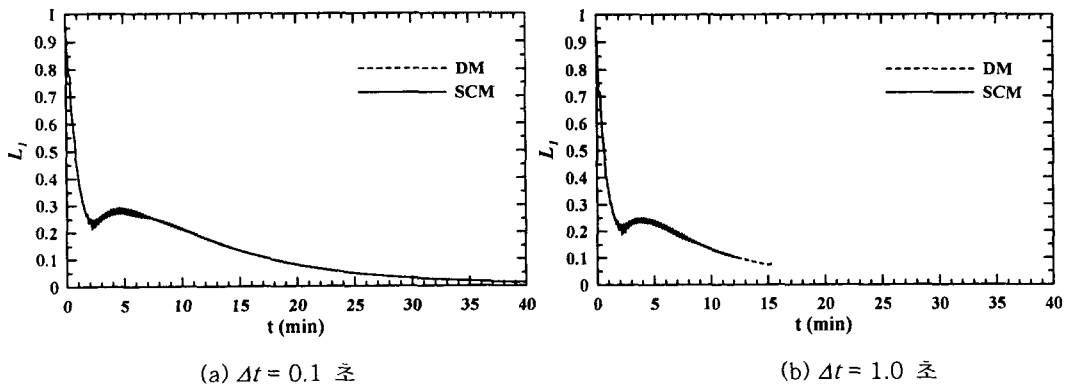


그림 2. 시간에 따른 모형의 오차변화