

구형 관수로 흐름의 직접수치모의: 이차흐름의 해석

Direct Numerical Simulation of Square Duct Flow: Analysis of Secondary Flows

◦정영훈* • 최성욱** • 최정일***

1. 서론

일반적으로 난류흐름에서 발생하는 이차흐름은 그 발생원인에 따라 두 종류로 구분된다. 즉, 곡선 수로에서 원심력에 의해 발생하는 이차흐름(Prandtl's secondary flows of the first kind)과 직사각형 수로 및 복단면 수로 등에서 난류의 비등방성(anisotropy of turbulence)에 의해 발생하는 이차흐름(Prandtl's secondary flows of the second kind)으로 분류된다. 이차흐름은 평균흐름 및 난류구조에 큰 영향을 주기 때문에 공학적으로 매우 중요하다. 따라서, 이차흐름의 특성 및 현상을 설명하기 위해 실험 및 수치해석을 통한 연구가 진행 중에 있다.

최근 구형 관수로 흐름 (square duct flow)에 대해 직접수치모의 (Direct Numerical Simulation: DNS)나 큰渦 수치모의 (Large Eddy Simulation: LES) 기법을 이용한 수치해석 연구가 활발히 진행 중에 있다. Madabhushi와 Vanka (1991)와 Gavrilakis (1992)는 구형관수로 흐름에 대해 각각 LES와 DNS를 수행하였다. 이들은 수치모의를 통해 평균흐름특성과 난류통계량에 관한 상세한 정보를 제공하였으며, 수치모의에 의한 자료를 사용하여 주흐름방향 평균 渦度 (vorticity) 방정식을 이루는 각 항들을 산정하였다. Huser와 Biringen (1993)은 구형관수로 흐름에 대한 DNS를 수행하였으며, quadrant analysis를 통해 벽근처에 존재하는 분출구조 (ejection structures)의 메커니즘을 제시하였다. Huser 등 (1994)는 Huser와 Biringen (1993)의 DNS 자료를 사용하여 레이놀즈 응력의 수송방정식의 각 항들을 상세하게 산정하였다. Vázquez와 Métais (2002)는 가열된 구형관수로 흐름에 대한 LES를 수행하여 가열된 벽에 의한 이차흐름의 규모 및 강도의 영향을 조사하였다. 그러나 구형관수로에서 발생하는 이차흐름의 양상에 대한 명백한 규명은 아직 이루어 지지 않았다.

본 연구에서는 Kim 등 (2002)에 의해 제시된 완전음해분리기법 (fully implicit decoupling procedure)를 사용하여 3차원 비정상상태의 비압축성 유체에 대한 DNS solver를 개발하여 구형관수로 흐름에 적용하고자 한다. 또한 구형관수로 흐름에 대한 평균흐름특성과 난류통계량을 제시하고, 조건부 사분면 해석을 통해 구형관수로의 흐름장에 존재하는 평균이차흐름의 양상을 규명하고자 한다.

2. 수치해석기법 및 적용

비정상상태의 비압축성 유체에 대한 Navier-Stokes 방정식의 무차원된 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j u_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{2}$$

* 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정 (email: truss96@yahoo.co.kr)

** 연세대학교 사회환경시스템공학부 부교수 (email: schoi@yonsei.ac.kr)

*** Post Doctoral Fellow, Center for Environmental Medicine and Lung Biology, University of North Carolina at Chapel Hill (email: choi.jung-ii@epa.gov)

여기서 t 는 시간, x_i 는 직교좌표, u_i 는 각 좌표에 대한 속도성분, p 는 압력, $Re (= U_0 H / \nu)$ 는 레이놀즈 수, 그리고 δ_{ij} 는 Kroneker delta이다. 본 연구에서는 식 (1)과 (2)를 지배방정식으로 사용하였으며, Kim 등 (2002)이 제안한 완전음해분리기법을 사용하여 시간 및 공간에 대해 차분하였다.

본 연구에서 사용한 수치해석기법을 그림 1의 구형관수로 흐름에 적용하였다. x , y , 그리고 z 는 각각 주흐름방향, 횡방향, 그리고 바닥벽에 수직인 방향을 의미한다. 각 방향의 유속성분은 u , v , 그리고 w 이다. 관의 높이 (H)와 마찰속도 (u_τ)에 의한 전단레이놀즈 수 (shear Reynolds number)는 $Re_\tau = u_\tau H / \nu = 300$ 이며, 관의 높이와 시간평균된 주흐름방향 유속 (U_b)에 의한 레이놀즈 수는 $Re_b = U_b H / \nu = 4444$ 이다. 적용된 관수로의 크기는 $3\pi \times 1 \times 1$ 이며, 도입된 격자수는 $64 \times 96 \times 96$ 이다. 이에 따른 격자간격은 주흐름방향에 대해서는 $\Delta x^+ = 44.18$ 이며, 벽에 수직인 방향에 대해서는 $0.93 < \Delta y^+, \Delta z^+ < 5.23$ 이다 (위 첨자 +는 ν / u_τ 로 무차원된 변수를 의미한다). x 방향은 균일격자, 그리고 y , z 방향은 벽과 수면 근처에서 조밀한 간격의 격자를 생성할 수 있는 비균일격자를 사용하였다.

3. 수치모의 결과 및 해석

본 연구에서 개발된 DNS solver를 검증하기 위해 Gavrilakis (1992)와 동일한 조건을 적용하여 수치모의 결과를 서로 비교하였다. 그림 2는 4개의 사분면 및 시간에 대해 평균하여 얻은 평균유속장을 나타낸 것이다. 이차흐름은 관의 중앙으로부터 모서리를 향해 하향하며, $y/H \approx 0.25$ 에서는 바닥벽을 따라 이동하다가 다시 관의 중앙을 향해 상향하는 흐름을 볼 수 있다. 이러한 이차흐름은 주흐름방향 평균유속의 분포에 영향을 주어 등속선이 편향된 형상을 나타낸다. $y/H \approx 0.20$, $z/H \approx 0.03$ 에서 가장 강한 이차흐름이 발생하였으며, 그 크기는 시간-체적평균된 주흐름방향 유속 (U_b : bulk mean velocity)의 약 2% 정도로 나타났다. 그림 3은 계산된 난류강도가 Gavrilakis (1992)의 결과와 잘 일치하는 것을 보여준다. 그러나 u_{rms} 가 최대를 갖는 위치와 크기가 Gavrilakis (1992)의 결과와 약간 다른 것을 볼 수 있는데, 이는 두 계산에서 사용된 격자수가 다르기 때문인 것으로 판단된다. 그림 4는 y 방향에 따른 벽전단응력 (τ_w)의 분포를 나타낸 것이다. 계산된 벽전단응력은 Gavrilakis (1992)의 결과와 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 벽전단응력은 모서리 부근에서 급격하게 증가하다가 $y/H \approx 0.15$ 에서 최대값을 보이며, 모서리에서 멀어질수록 점차 감소하여 $y/H \approx 0.31$ 에서 국부적인 최소값에 도달하는 것을 볼 수 있는데, 이러한 벽전단응력의 분포 또한 이차흐름의 영향에 따른 것이다. 벽전단응력이 최대 및 최소값을 나타내는 지점은 이차흐름에 의한渦 (vortex)의 규모뿐만 아니라 흐름구조와 큰 연관성을 갖고 있을 것으로 보인다.

레이놀즈 응력 ($\overline{u'w'}$)에 대한 분출 (ejection) 및 쓸기 (sweep) 현상의 공현도를 조사하기 위해 사분면 해석 (quadrant analysis)를 수행하였다. 그림 5(a)와 (b)는 각각 $y/H = 0.15$ 와 $y/H = 0.31$ 인 지점의 벽근처 ($z^+ = 15$)에서 (u' , w')의 순간분포를 나타낸 것이다. 그림 5(a)에서 쓸기현상을 의미하는 Q4 사건이 전체사건 중 41%의 빈도를 나타내면서 지배적인 것으로 나타났다. 반면에 그림 6(b)에서는 분출현상을 나타내는 Q2 사건이 40%의 빈도를 차지하는 것을 볼 수 있다. 이차흐름의 양상을 더욱 명백하게 규명하기 위해서, $\overline{u'w'}$ 에 대한 분출 및 쓸기현상이 지배적인 지점에 대해 $\overline{u'v'}$ 에 대한 조건부 사분면 해석을 수행하였다. 그림 6(a)는 쓸기현상이 지배적인 $y/H = 0.15$ 에서 z 방향에 따른 $\overline{u'v'}$ 의 공현도를 나타낸 것으로 벽근처 ($z/H < 0.1$)에서 Q1 사건이 Q4에 비해 지배적인 반면, $z/H > 0.1$ 에서는 반대의 양상을 나타내고 있다. 이는 $z/H < 0.1$ 에서 벽의 이동분선을 향하는 강한 이차흐름이 형성되어 있는 반면, $z/H > 0.1$ 에서는 모서리를 향하는 상대적으로 약한 이차흐름이 형성되어 있음을 보여주는 것이다. 그림 6(b)는 분출현상이 지배적인 $y/H = 0.31$ 에서 $\overline{u'v'}$ 의 공현도를 나타낸 것으로 $z/H < 0.1$ 에서는 Q2 사건이 Q3 사건에 비해 지배적이거나, $0.1 < z/H < 0.2$ 에서는 Q3 사건이 Q2 사건에 비해 약간 더 크며, $z/H > 0.2$ 에서는 두 사건이 거의 같은 것을 볼 수 있다. 이는 $z/H < 0.2$ 에서 반시계방향으로 회전하는 이차흐름이 형성되어 있음을 의미하며, $z/H > 0.2$ 에서는 이차흐름이 거의 존재하지 않는 것을 예측할 수 있다. 이 결과를 통해 그림 2에 나타나 있는 이차흐름의 양상을 명백히 예측할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 Kim 등 (2002)에 의해 제시된 완전음해분리기법 (fully implicit decoupling procedure)를 사용하여 3차원 비정상상태의 비압축성 유체에 대한 DNS solver를 개발하여 구형관수로 흐름에 적용하였다.

평균유속장을 산정한 결과 수로의 모서리 부근에서 서로 반대방향으로 회전하는 雙渦를 형성하는 이차흐름이 발생하는 것을 알 수 있었다. 이러한 이차흐름은 주흐름방향 평균유속의 분포 및 벽전단응력에 영향을 주는 것을 확인하였다. 계산된 평균유속장을 비롯하여 벽전단응력 및 난류강도의 분포는 Gavrilakis (1992)의 계산결과와 잘 일치하였다.

수로의 모서리 부근에서 형성된 이차흐름의 양상을 규명하기 위해 벽전단응력이 극부적인 최대 및 최소 값을 보이는 지점에서 $\overline{u'w'}$ 에 대한 사분면 해석을 수행하였다. 벽을 향해 하강하는 이차흐름이 발생하는 영역에서는 쓸기현상이 지배적인 반면, 수로 중앙을 향해 상승하는 이차흐름이 형성된 영역에서는 분출현상이 지배적이었다. 이차흐름 양상에 대한 더욱 상세한 정보를 얻기 위해 $\overline{u'v'}$ 에 대한 조건부 사분면 해석을 수행한 결과, z 방향에 따른 각 사건들의 분포양상을 통해 雙渦를 형성하는 이차흐름의 형상 및 강도를 예측할 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음 (KRF-2001-041-E00527)

참고문헌

1. Gavrilakis, S. (1992). "Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct." *Journal of Fluid Mechanics*, 244, 101-129.
2. Huser, A. and Biringen, S. (1993). "Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct." *Journal of Fluid Mechanics*, 257, 65-95.
3. Huser, A., Biringen, S., and Hatay, F.F. (1994). "Direct simulation of turbulent flow in a square duct: Reynolds-stress budgets." *Physics of Fluids*, 6(9), 3144-3152.
4. Kim, K., Baek, S.-J., and Sung, H.J. (2002). "An implicit velocity decoupling procedure for the incompressible Navier-Stokes equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 38, 125-138.
5. Madabhushi, R.K., and Vanka, S.P. (1991). "Large eddy simulation of turbulence-driven secondary flow in a square duct." *Physics Fluids A*, 3(11), 2734-2745.
6. Vázquez, M.S. and Métais, O. (2002). "Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct." *Journal of Fluid Mechanics*, 453, 201-238.

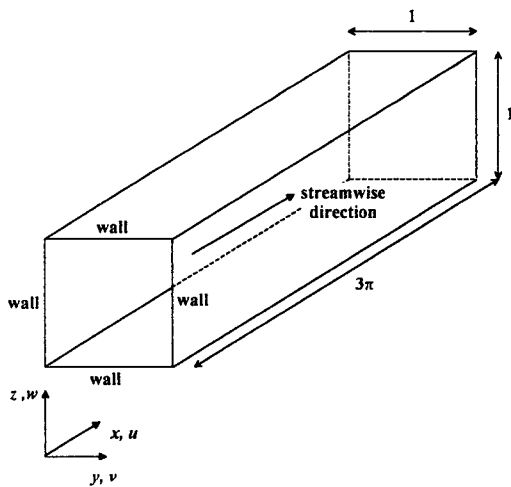


그림 1 구형관수로의 개념도

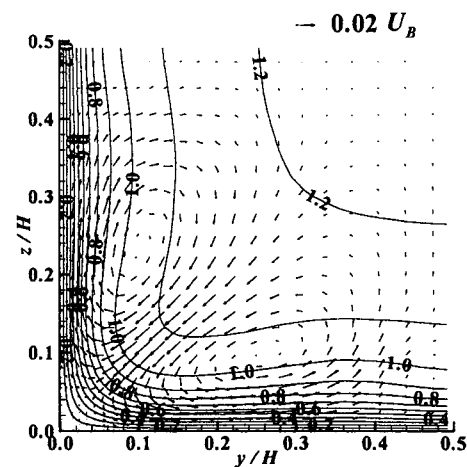


그림 2 시간평균된 유속분포

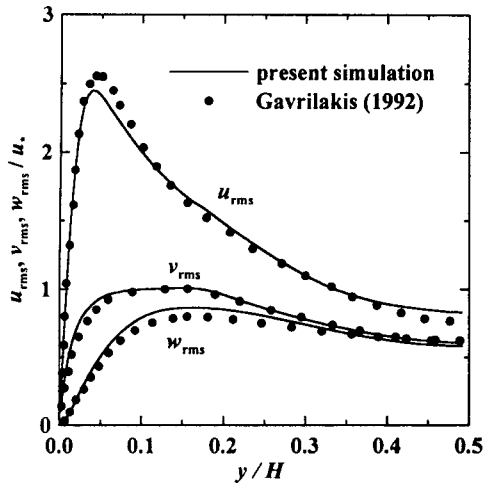


그림 3 난류강도

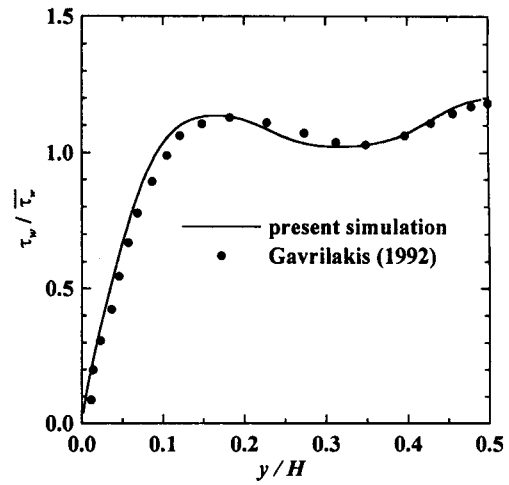


그림 4 벽전단응력

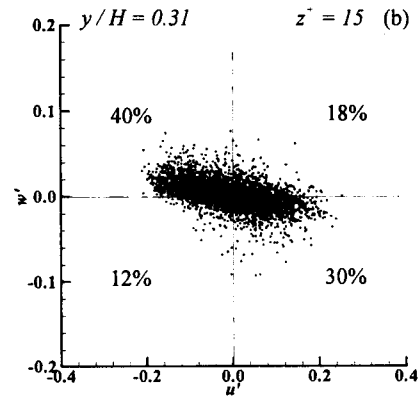
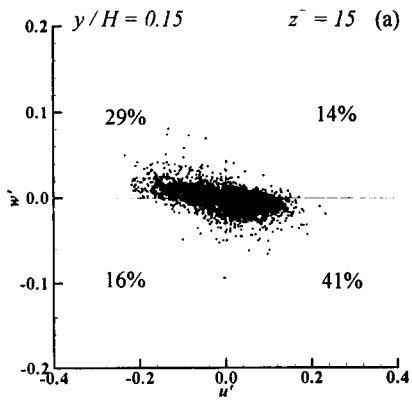
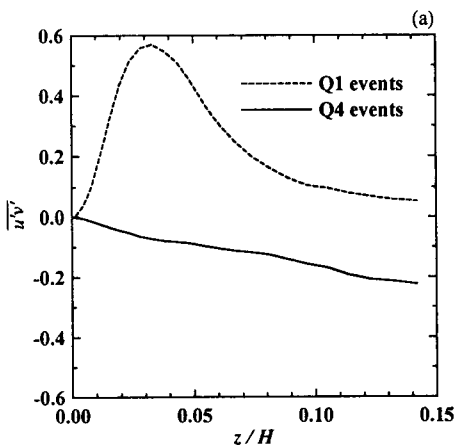
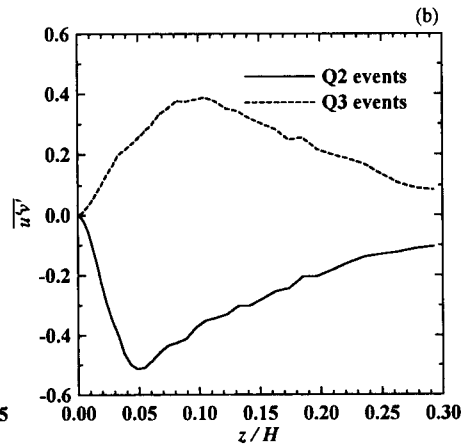


그림 5 (u' , w')의 순간분포



(a) $y/H = 0.15$ 에서 쓸기현상



(b) $y/H = 0.31$ 에서 분출현상

그림 6 $\overline{u'v'}$ 에 대한 공현도